

Ειδικά Θέματα Επιχειρησιακής Έρευνας

1η σειρά ασκήσεων

Παράδοση: Πέμπτη 22 Νοέμβρη 2018.

Άσκηση 1

Δίνεται το γραμμικό πρόγραμμα

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 - 2x_2 + x_3 \\ x_1 - 2x_3 & \leq 5 \\ x_3 - 3x_2 & = 2 \\ x_1 & \geq -4 \\ x_2, x_3 & \geq 0 \end{aligned}$$

1. Γράψτε το παραπάνω πρόγραμμα σε κανονική μορφή.
2. Γράψτε το δυϊκό πρόβλημα.

Άσκηση 2

Θεωρήστε το γραμμικό πρόγραμμα

$$\begin{aligned} \max \quad & 3x_1 + x_2 \\ x_1 + 2x_2 & \leq 7 \\ x_2 - x_1 & \geq -1 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

1. Βρείτε τις βασικές λύσεις και απεικονίστε τις (αγνοώντας τις μεταβλητές χαλαρότητας) σε διάγραμμα με άξονες τις αρχικές μεταβλητές x_1, x_2
2. Στο ίδιο διάγραμμα, απεικονίστε τις βασικές εφικτές λύσεις καθώς και το σύνολο όλων των εφικτών σημείων.
3. Γράψτε το δυϊκό πρόβλημα.
4. Βρείτε τις βασικές λύσεις του δυϊκού και απεικονίστε τις (αγνοώντας τις μεταβλητές χαλαρότητας) σε διάγραμμα με άξονες τις δυϊκές μεταβλητές.
5. Αντιστοιχίστε τις βασικές λύσεις που βρήκατε στα ερωτήματα 1 και 4 σύμφωνα με το ποιές είναι συμπληρωματικές, δηλ. ικανοποιούν τις συμπληρωματικές συνθήκες χαλαρότητας.
6. Βρείτε τη βέλτιστη τιμή και μια βέλτιστη λύση.
7. Εάν ο περιορισμός $x_1 + 2x_2 \leq 7$ γίνει $x_1 + 2x_2 \leq 7 + \epsilon$ για μικρό $\epsilon > 0$, πόσο αλλάζει η βέλτιστη τιμή ως συνάρτηση του ϵ ;
(Δεν είναι ανάγκη να λύσετε ξανά το πρόβλημα.)

Άσκηση 3

Βρείτε τη βέλτιστη λύση και τιμή του γραμμικού προγράμματος που ακολουθεί χρησιμοποιώντας *Simplex* στο δυϊκό του:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 5x_2 \\ x_1 + 2x_2 & \geq 7 \\ 3x_1 + x_2 & \geq 2 \\ x_1, x_2 & \geq 0 \end{aligned}$$

Πόσο θα άλλαζε η βέλτιστη τιμή εάν προσθέταμε τον περιορισμό $2x_1 + 4x_2 \geq 10$;

Άσκηση 4

Θεωρήστε το γραμμικό πρόγραμμα:

$$\begin{aligned} \min \quad & 2x_1 + 5x_2 + 8x_3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 & \geq 3 \\ x_2 + x_3 & \geq 2 \\ x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{aligned}$$

1. Βρείτε τη βέλτιστη λύση και τιμή.
(Υπόδειξη: ίσως είναι πιο απλό χωρίς *simplex*.)
2. Βρείτε τη βέλτιστη λύση και τη βέλτιστη τιμή εάν η αντικειμενική συνάρτηση αλλάξει σε $2x_1 + 5x_2 + 10x_3$
3. Βρείτε τη βέλτιστη λύση και τιμή εάν στο αρχικό πρόβλημα ο 2ος περιορισμός αλλάξει σε $x_2 + x_3 \geq 1.999$.

Άσκηση 5

Δίνεται το γραμμικό πρόγραμμα

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_3 \\ x_1 + x_2 + x_3 & \leq 6 \\ x_1 - x_3 & \leq 2 \\ x_2 - x_3 & \leq -1 \\ x_1, x_2, x_3 & \geq 0 \end{aligned}$$

1. Με τη βοήθεια του δυϊκού δείξτε ότι στη βέλτιστη λύση ο πρώτος περιορισμός ικανοποιείται με ισότητα.
2. Βρείτε μια βασική εφικτή λύση του.
3. Βρείτε τη βέλτιστη λύση.