

# Ειδικά Θέματα Επιχειρησιακής Έρευνας

## Τελική εξέταση, περίοδος Ιανουαρίου 2013.

Διάρκεια: 2 ώρες

---

Καλή επιτυχία!

1. (2 μονάδες) Θεωρήστε το γραμμικό πρόγραμμα:

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 + x_2 \\ \text{έτσι ώστε} \quad & x_2 \geq x_1 - 2 \\ & x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 7 \\ & x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

(α') (1.5) Επιβεβαιώστε ότι η βέλτιστη λύση είναι η  $x_1 = 3, x_2 = 1$ .

(β') (0.5) Πόσο θα αλλάξει η βέλτιστη τιμή εάν ο πρώτος περιορισμός γίνει  $x_2 \geq x_1 - 2.003$ ;

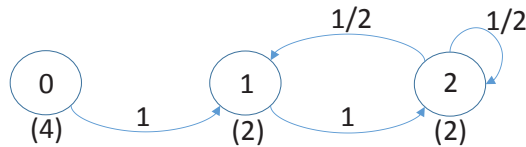
2. (4 μονάδες) Μια πηγή ψηφιακής πληροφορίας κάθε  $\mu\text{sec}(=10^{-6} \text{ sec})$  βρίσκεται σε μία από τρεις διαφορετικές καταστάσεις:

- Στην κατάσταση 1, όπου μεταδίδει ένα bit 1. Στο επόμενο  $\mu\text{sec}$  η κατάσταση παραμένει 1 ή γίνεται 2 με ίση πιθανότητα.
- Στην κατάσταση 2 η πηγή μεταδίδει πάλι ένα bit 1. Στο επόμενο  $\mu\text{sec}$  η κατάσταση παραμένει 2 με πιθανότητα  $2/3$ , αλλιώς γίνεται 3.
- Στην κατάσταση 3 η πηγή μεταδίδει ένα bit 0 και είτε μεταβαίνει στην κατάσταση 1 με πιθανότητα  $3/4$  ή παραμένει στην ίδια.

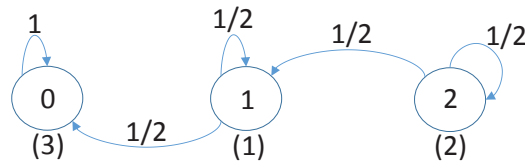
(α') (2) Βρείτε το ποσοστό των 1 και 0 που μεταδίδονται μέσα σε ένα λεπτό από την πηγή πληροφορίας.

(β') (2) Ποιό είναι το μέσο πλήθος *συνεχόμενων* bit με τιμή 1 που μεταδίδονται από την πηγή πληροφορίας;

3. (4 μονάδες) Σε ένα περίπτερο μπορούν να αποθηκευτούν 0, 1, ή 2 παγωτά τύπου Choco, λόγω έλλειψης χώρου στο ψυγείο. Κάθε πρωί ο περιπτεράς αποφασίζει εάν θα παραγγείλει επιπλέον 1 παγωτό Choco για να το προσθέσει την ίδια ημέρα στο απόθεμα που έχει στο ψυγείο του. Εάν αποφασίσει να παραγγείλει (Π) τότε ο αριθμός των Choco θα μεταβληθεί το πρωί της επόμενης ημέρας σύμφωνα με το Σχήμα 1, ενώ αν δεν παραγγείλει (Δ) σύμφωνα με το Σχήμα 2.



Σχήμα 1: Πιθανότητες μετάβασης από κάθε κατάσταση όταν λαμβάνεται η απόφαση Π.



Σχήμα 2: Πιθανότητες μετάβασης από κάθε κατάσταση όταν λαμβάνεται η απόφαση Δ.

Ο αριθμός στην παρένθεση κάτω από κάθε κατάσταση  $i$  είναι το κόστος που συσσωρεύεται κάθε ημέρα που το απόθεμα των Choco το πρωί ήταν  $i$  και λήφθηκε η αντίστοιχη απόφαση (την ίδια ημέρα).

- (α') (2) Η πολιτική ο περιπτεράς ποτέ να μην παραγγέλνει παγωτά είναι βέλτιστη σύμφωνα με το κριτήριο του μέσου συνολικού υποτιμώμενου κόστους με παράγοντα υποτίμησης  $1/2$ ; Αν όχι, ποιά είναι η βέλτιστη πολιτική;
- (β') (2) Εάν βρισκόμαστε στο τέλος της καλοκαιρινής περιόδου και το ψυγείο πρόκειται να λειτουργήσει για 3 μέρες, ποιά είναι η βέλτιστη πολιτική σύμφωνα με το κριτήριο του μέσου συνολικού κόστους κατά τις τρεις μέρες αυτές; (Χωρίς να υπάρχει υποτίμηση στο κόστος από μέρα σε μέρα.)