

Ειδικά Θέματα Επιχειρησιακής Έρευνας

Τελική εξέταση, περίοδος Ιανουαρίου 2010-11.

Διάρκεια: 2 ώρες

1. Δίδεται το γραμμικό πρόβλημα:

$$\begin{aligned} \min \quad & x_1 + 7x_2 + 12x_3 \\ \text{έ.ώ.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \geq 2 \\ & -x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 3 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

(α') (5 μονάδες.) Γράψτε το δυϊκό του παραπάνω προβλήματος.

(β') (10 μονάδες.) Λύστε το δυϊκό πρόβλημα με τη χρήση simplex.

(γ') (5 μονάδες.) Βρείτε τη βέλτιστη τιμή του αρχικού προβλήματος, χρησιμοποιώντας τον πίνακα simplex του δυϊκού προβλήματος, που υπολογίσατε στο προηγούμενο υποερώτημα.

(δ') (5 μονάδες.) Βρείτε τα βέλτιστα x_1, x_2, x_3 , χρησιμοποιώντας τον πίνακα simplex του δυϊκού προβλήματος.

(ε') (5 μονάδες.) Ποιά είναι η βέλτιστη τιμή του αρχικού προβλήματος εάν ο περιορισμός $x_1 + x_2 + x_3 \geq 2$ αντικατασταθεί από τον $x_1 + x_2 + x_3 \geq 2.001$;

2. Μία εταιρία αναψυκτικών διαθέτει 3 εργοστάσια στα οποία έχουν αποθηκευτεί 5, 6 και 4 τόνοι αναψυκτικού αντίστοιχα. Οι ποσότητες αυτές πρέπει να μεταφερθούν σε δύο απομακρυσμένους χώρους διάθεσης, όπου η ζήτηση για αναψυκτικό στον χώρο 1 είναι 10 τόνοι ενώ στον χώρο 2 είναι 5 τόνοι. Το κόστος μεταφοράς ανά τόνο αναψυκτικού από κάθε εργοστάσιο σε κάθε χώρο διάθεσης δίδεται από τον πίνακα:

	Χώρος διάθεσης 1	Χώρος διάθεσης 2
Εργοστάσιο 1	1	2
Εργοστάσιο 2	2	3
Εργοστάσιο 3	1	4

Στην άσκηση αυτή μας ενδιαφέρει ο τρόπος μεταφοράς, δηλαδή πόσους τόνους αναψυκτικού θα αποστείλει κάθε εργοστάσιο σε κάθε χώρο διάθεσης, με το μικρότερο δυνατό κόστος έτσι ώστε να ικανοποιείται η ζήτηση στους χώρους διάθεσης.

(α') (10 μονάδες.) Γράψτε ένα γραμμικό πρόγραμμα για το παραπάνω πρόβλημα βελτιστοποίησης.

(β') (20 μονάδες.) Λύστε το.

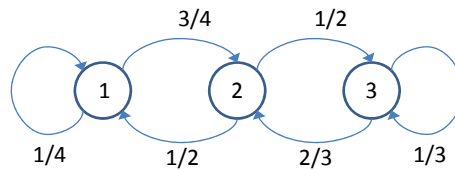
3. Έστω ότι έχετε 2 ευρώ και παίζετε εναντίον κάποιου συμφοιτητή σας (ο οποίος έχει επίσης 2 ευρώ) το εξής παιχνίδι: Ρίχνετε ένα νόμισμα και εάν έρθουν γράμματα ο συμφοιτητής σας σας δίνει ένα ευρώ. Εάν έρθει κορώνα, τότε εσείς δίνετε στον συμφοιτητή σας ένα ευρώ. Το παιχνίδι συνεχίζεται μέχρι κάποιος παίκτης να χάσει όλα του τα χρήματα.

(α') (5 μονάδες.) Ποιά η πιθανότητα να είστε εσείς ο νικητής του παιχνιδιού; (Δηλαδή, να πάρετε τα 2 ευρώ του αντιπάλου σας.)

(β') (10 μονάδες.) Ποιά η πιθανότητα να είστε εσείς ο νικητής του παιχνιδιού εάν αρχικά έχετε 1 ευρώ και ο αντίπαλός σας 3 ευρώ;

(γ') (10 μονάδες.) Πόσες ρίψεις κατά μέσο όρο θα χρειαστούν μέχρι να τελειώσει το παιχνίδι (όταν αρχικά έχετε 2 ευρώ);

4. Δίδεται η αλυσίδα Markov με γράφημα:



(α') (10 μονάδες.) Βρείτε τα ποσοστά των βημάτων που η αλυσίδα θα ξοδέψει σε κάθε κατάσταση, εάν την παρατηρήσετε για πολύ μεγάλο αριθμο βημάτων.

(β') (5 μονάδες.) Εάν οι καταστάσεις της αλυσίδας αναπαριστούν τρεις διαφορετικές καταστάσεις λειτουργίας του υπολογιστή σας, όπου η ισχύς σε κάθε μία είναι:

κατάσταση	ισχύς (watt)
1	90
2	60
3	10

Βρείτε τη μέση κατανάλωση ισχύος του υπολογιστή σας.