ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΕΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Καθ. Γ. Κοντογιάννης

Δευτέρα 18 Νοεμβρίου 2013

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ

1. Αν οι Τ.Μ. *X*, *Y* είναι ανεξάρτητες, τότε, για κάθε *x* και *y*:
   a. [$\Leftrightarrow$] $P(x,y) = P(x)P(y)$
   b. [$\Leftrightarrow$] $P(x \mid y) = P(x)$
   c. [$\Leftrightarrow$] $P(y \mid x) = P(y)$
   d. $E(XY) = E(X)E(Y)$
   e. $E(X \mid Y = y) = E(X)$
   f. $E(Y \mid X = x) = E(Y)$
   g. [$\Leftrightarrow$] $f(X)$ και $g(Y)$ είναι ανεξάρτητες Τ.Μ. για οποιεσδήποτε συναρτήσεις $f(x)$ και $g(y)$
   h. [$\Leftrightarrow$] $E[f(X)g(Y)] = E[f(X)]E[g(Y)]$ για οποιεσδήποτε συναρτήσεις $f(x)$ και $g(y)$

2. Αν οι Τ.Μ. *X*, *Z* είναι δεσμευμένα ανεξάρτητες δεδομένης της *Y*, τότε, για κάθε *x*,*y*,*z*:
   a. [$\Leftrightarrow$] $P(x,z \mid y) = P(x \mid y)P(z \mid y)$
   b. [$\Leftrightarrow$] $P(x \mid y,z) = P(x \mid y)$
   c. [$\Leftrightarrow$] $P(z \mid x,y) = P(z \mid y)$
   d. $E(XZ \mid Y = y) = E(X \mid Y = y)E(Z \mid Y = y)$
   e. $E(X \mid Y = y, Z = z) = E(X \mid Y = y)$
   f. $E(Z \mid X = x, Y = y) = E(Z \mid Y = y)$
   g. [$\Leftrightarrow$] $f(X)$ και $g(Z)$ είναι δεσμευμένα ανεξάρτητες Τ.Μ. δεδομένης της *Y*, για οποιεσδήποτε συναρτήσεις $f(x)$ και $g(z)$
   h. [$\Leftrightarrow$] $E[f(X)g(Z) \mid Y = y] = E[f(X) \mid Y = y]E[g(Z) \mid Y = y]$ για οποιεσδήποτε συναρτήσεις $f(x)$ και $g(z)$