Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Πληροφορικής
Μάθημα: Τεχνητή Νοημοσύνη, 2024–25
Διδάσκων: Ι. Ανδρουτσόπουλος

**Ασκήσεις μελέτης της 11ης διάλεξης**

**11.1** (α) Μετατρέψτε σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF) τους τύπους που γράψατε για τις προτάσεις **(iv)** και **(vi) στην άσκηση 9.2**. Δείξτε αναλυτικά τα βήματα της μετατροπής.

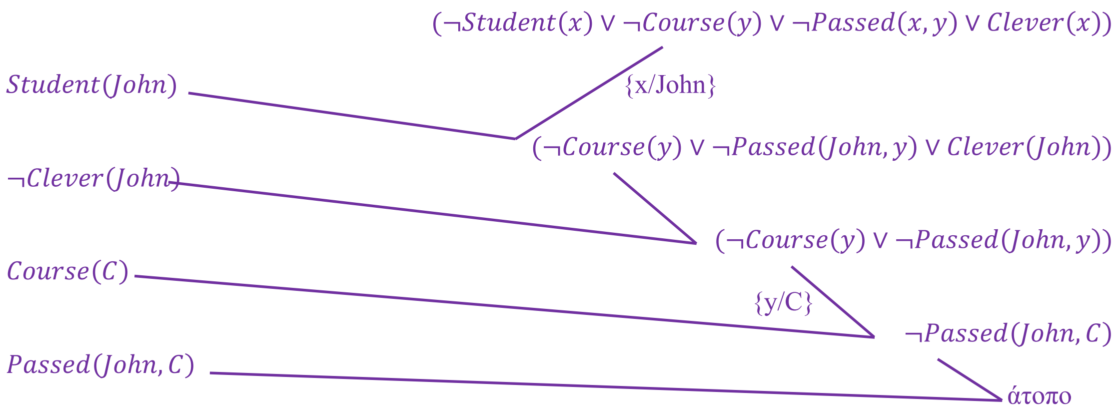
Απάντηση: Ο τύπος (iv) γίνεται: $(Course(C) \land Passed(John, C))$

Ο τύπος (vi) γίνεται σταδιακά:

$$\forall x\ (\neg(Student(x) \land \exists y\ (Course(y)\ \land Passed(x,y))) \lor Clever(x))$$
$$\forall x\ (\neg Student(x) \lor \neg\exists y\ (Course(y) \land Passed(x,y)) \lor Clever(x))$$
$$\forall x\ (\neg Student(x) \lor \forall y\ \neg(Course(y) \land Passed(x,y)) \lor Clever(x))$$
$$\forall x\ (\neg Student(x) \lor \forall y\ (\neg Course(y) \lor \neg Passed(x,y)) \lor Clever(x))$$
$$(\neg Student(x) \lor \neg Course(y) \lor \neg Passed(x,y) \lor Clever(x))$$

(β) Σχεδιάστε δέντρο απόδειξης που να δείχνει με απαγωγή σε άτοπο χρησιμοποιώντας μόνο τον κανόνα της ανάλυσης (resolution) ότι από τις προτάσεις **(i)**, **(iv)** και **(vi)** της άσκησης 9.2 μπορούμε να συμπεράνουμε πως ο Γιάννης είναι έξυπνος.

Απάντηση: Εισάγουμε στη βάση γνώσης και την άρνηση του αποδεικτέου, δηλαδή $\neg Clever(John)$. Το ζητούμενο δέντρο είναι:




**11.2** (α) Μετατρέψτε τους τύπους (v), (vi) και (vii) της άσκησης 9.3 σε κανονική συζευκτική μορφή (CNF). Δείξτε αναλυτικά τα βήματα της κάθε μετατροπής.

Απάντηση:

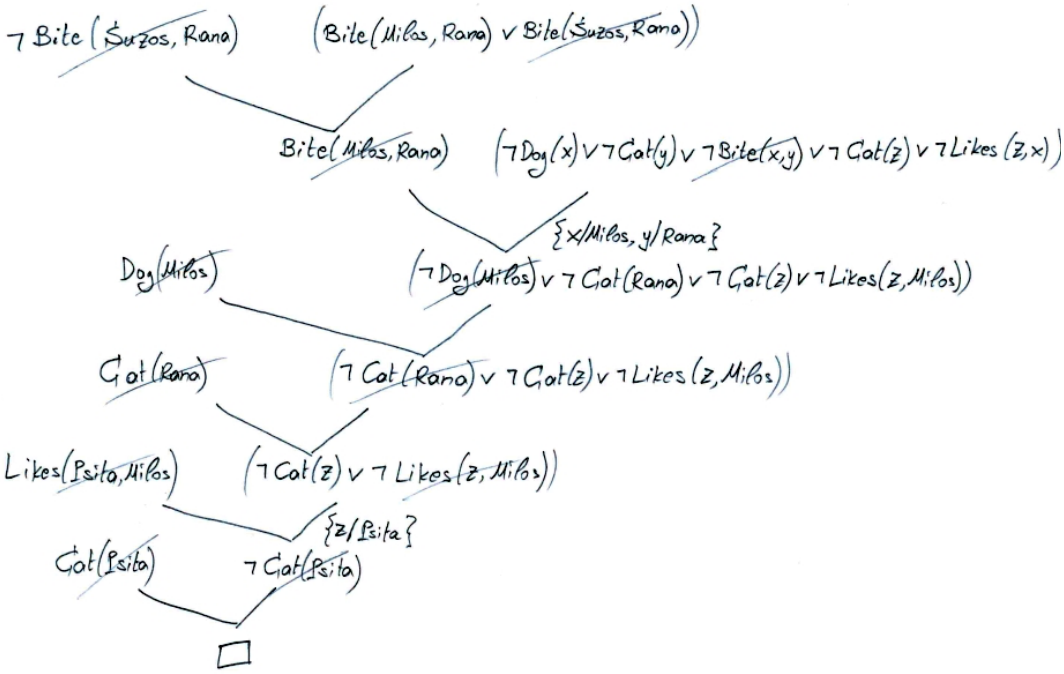
(v) $(Dog(C_1) \land Cat(C_2) \land Bite(C_1, C_2))$

(vi) $(\neg Cat(y) \lor \neg Likes(y, Suzos))$

(vii) $\forall x\ (\neg(Dog(x) \land\ \exists y\ (Cat(y) \land Bite(x,y))) \lor \forall z\ (\neg Cat(z) \lor \neg Likes(z,x)))$
$\forall x\ ((\neg Dog(x) \lor\ \neg\exists y\ (Cat(y) \land Bite(x,y))) \lor \forall z\ (\neg Cat(z) \lor \neg Likes(z,x)))$
$\forall x\ ((\neg Dog(x) \lor\ \forall y\ \neg(Cat(y) \land Bite(x,y))) \lor \forall z\ (\neg Cat(z) \lor \neg Likes(z,x)))$
$\forall x\ ((\neg Dog(x) \lor\ \forall y\ (\neg Cat(y) \lor \neg Bite(x,y))) \lor \forall z\ (\neg Cat(z) \lor \neg Likes(z,x)))$
$(\neg Dog(x) \lor\ \neg Cat(y) \lor \neg Bite(x,y) \lor \neg Cat(z) \lor \neg Likes(z,x))$

(β) Χρησιμοποιώντας μόνο τον κανόνα της ανάλυσης (resolution), κατασκευάστε δέντρο απόδειξης που να αποδεικνύει με απαγωγή σε άτοπο πως από τους τύπους (i), (ii), (iii), (iv) και (vii) της άσκησης 9.3 προκύπτει ως συμπέρασμα ότι τη Ράνα τη δάγκωσε ο Σούζος.

Απάντηση: Η άρνηση του αποδεικτέου είναι: $\neg Bite(Suzos, Rana)$. Το δέντρο απόδειξης είναι:




(γ) Εξηγήστε πώς θα μπορούσαμε να κατασκευάσουμε αυτόματα το δέντρο απόδειξης με αναζήτηση σε χώρο καταστάσεων.

(γ1) Τι θα παρίστανε κάθε κατάσταση;

Απάντηση: Κάθε κατάσταση θα περιείχε ένα (πιθανώς ημιτελές) δέντρο απόδειξης, τους αρχικούς τύπους της ΒΓ και την άρνηση του αποδεικτέου (σε μορφή CNF, για την ακρίβεια κάθε διάζευξη τύπου CNF θα παριστανόταν ως ξεχωριστός τύπος), καθώς και τους τύπους που έχουν προκύψει ως συμπεράσματα από τις εφαρμογές του κανόνα της ανάλυσης του δέντρου.

(γ2) Ποια θα ήταν η αρχική κατάσταση και ποιες θα ήταν οι τελικές καταστάσεις;

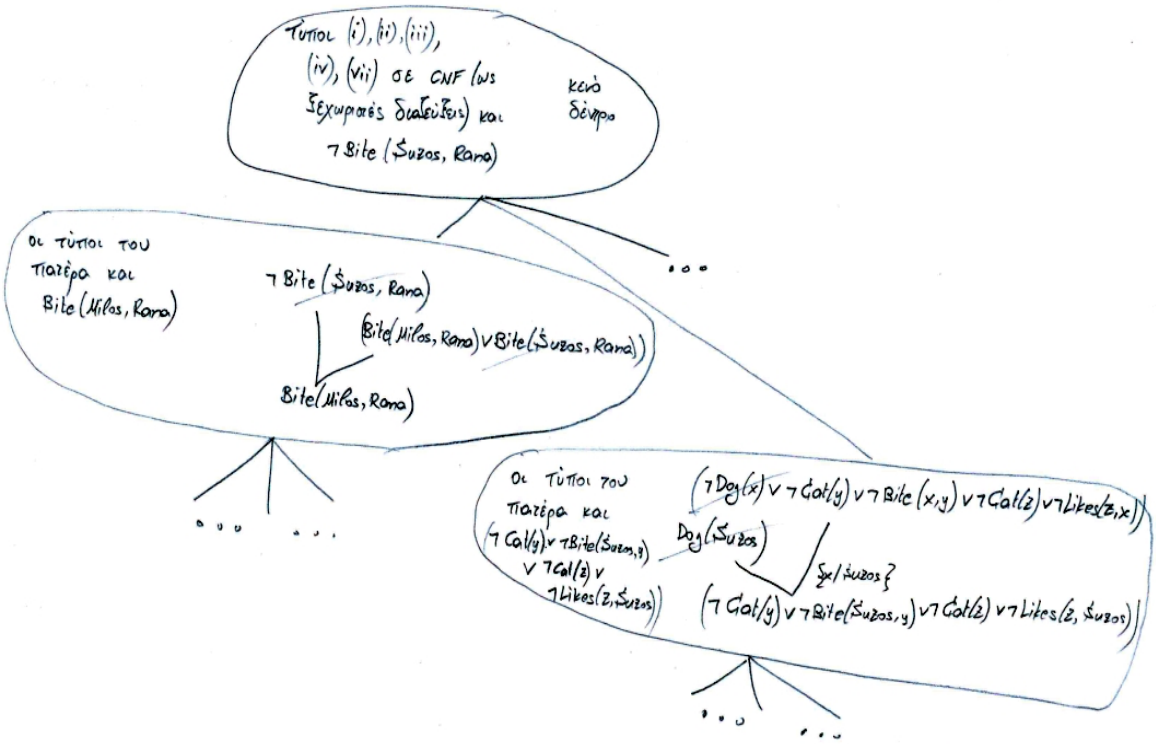
Απάντηση: Η αρχική κατάσταση θα περιείχε ένα κενό δέντρο απόδειξης, τους αρχικούς τύπους της ΒΓ και την άρνηση του αποδεικτέου (σε μορφή CNF). Τελική θα ήταν μια κατάσταση της οποίας το δέντρο απόδειξης καταλήγει σε κενή διάζευξη.

(γ3) Ποιοι θα ήταν οι τελεστές μετάβασης;

Απάντηση: Θα υπήρχε μόνο ένας τελεστής μετάβασης, ο οποίος θα επέκτεινε το δέντρο της τρέχουσας κατάστασης εφαρμόζοντας τον κανόνα της ανάλυσης σε ένα από τα φύλλα του δέντρου και έναν από τους διαθέσιμους τύπους της κατάστασης. Ο τελεστής θα αποθήκευε επίσης το συμπέρασμα που θα προέκυπτε από την εφαρμογή του κανόνα, ως πρόσθετο τύπο της νέας κατάστασης.

(γ4) Σχεδιάστε το δέντρο αναζήτησης που θα κατασκεύαζε ο αλγόριθμος αναζήτησης πρώτα σε πλάτος (BFS) στην περίπτωση του σκέλους (γ). Αρκεί να σχεδιάσετε <u>τη ρίζα και δύο παιδιά της</u>.

Απάντηση:




**11.3.** (α) Παραστήστε σε πρωτοβάθμια κατηγορηματική λογική τις σημασίες των παρακάτω ελληνικών προτάσεων. Συμβολίστε με $z = x$ (ή $z \neq x$) ότι οι μεταβλητές z και x παριστάνουν (ή όχι) την ίδια οντότητα.

(i) Υπάρχει ένας σκύλος που γαβγίζει και φοβάται όλες τις γάτες:

$$\exists x\, (IsDog(x) \wedge Barks(x) \wedge \forall y\, (IsCat(y) \Rightarrow IsAfraidOf(x, y)))$$

(ii) Ο Μίλος φοβάται τουλάχιστον μία γάτα που φοβάται τουλάχιστον ένα σκύλο:

$$\exists x\, \exists y\, (IsCat(x) \wedge IsDog(y) \wedge IsAfraidOf(Milos, x) \wedge IsAfraidOf(x, y))$$

(iii) Κάθε σκύλος φοβάται κάθε γάτα που τον φοβάται:

$$\forall x\, \forall y\, ((IsDog(x) \wedge IsCat(y) \wedge IsAfraidOf(y, x)) \Rightarrow IsAfraidOf(x, y))$$

(iv) Κάθε γάτα φοβάται τουλάχιστον ένα σκύλο (πιθανώς διαφορετικό για κάθε γάτα):

$$\forall y\, (IsCat(y) \Rightarrow \exists x\, (IsDog(x) \wedge IsAfraidOf(y, x)))$$

(v) Κάθε γάτα φοβάται τουλάχιστον ένα σκύλο (πιθανώς διαφορετικό για κάθε γάτα) που τη φοβάται:

$$\forall y\, (IsCat(y) \Rightarrow \exists x\, (IsDog(x) \wedge IsAfraidOf(y, x) \wedge IsAfraidOf(x, y)))$$

(vi) Κάθε σκύλος φοβάται <u>ακριβώς</u> δύο γάτες (πιθανώς διαφορετικές για κάθε σκύλο):

$$\forall x\ (IsDog(x) \Rightarrow \exists y_1\ \exists y_2\ (IsCat(y_1) \land IsCat(y_2) \land y1 \neq y2 \land$$
$$IsAfraidOf(x, y_1) \land IsAfraidOf(x, y_2) \land$$
$$\forall z\ ((IsCat(z) \land IsAfraidOf(x, z)) \Rightarrow$$
$$(z = y_1\ \lor\ z = y_2))))$$

(β) Μετατρέψτε τις προτάσεις (iii), (iv) και την **<u>άρνηση</u>** της (v) του σκέλους (α) σε <u>προτάσεις Horn</u> πρωτοβάθμιας κατηγορηματικής λογικής.

Μετατροπή της (iii): $\neg IsDog(x) \lor \neg IsCat(y) \lor \neg IsAfraidOf(y, x) \lor IsAfraidOf(x, y)$

Μετατροπή της (iv):

$$\forall y\ (\neg IsCat(y) \lor \exists x\ (IsDog(x) \land IsAfraidOf(y, x)))$$

$$\forall y\ (\neg IsCat(y) \lor (IsDog(F(y)) \land IsAfraidOf(y, F(y))))$$

$$(\neg IsCat(y) \lor IsDog(F(y))) \land (\neg IsCat(y) \lor IsAfraidOf(y, F(y)))$$

Μετατροπή της **<u>άρνησης</u>** της (v):

$$\neg \forall y\ (IsCat(y) \Rightarrow \exists x\ (IsDog(x) \land IsAfraidOf(y, x) \land IsAfraidOf(x, y)))$$

$$\neg \forall y\ (\neg IsCat(y) \lor \exists x\ (IsDog(x) \land IsAfraidOf(y, x) \land IsAfraidOf(x, y)))$$

$$\exists y\ (IsCat(y) \land \neg \exists x\ (IsDog(x) \land IsAfraidOf(y, x) \land IsAfraidOf(x, y)))$$

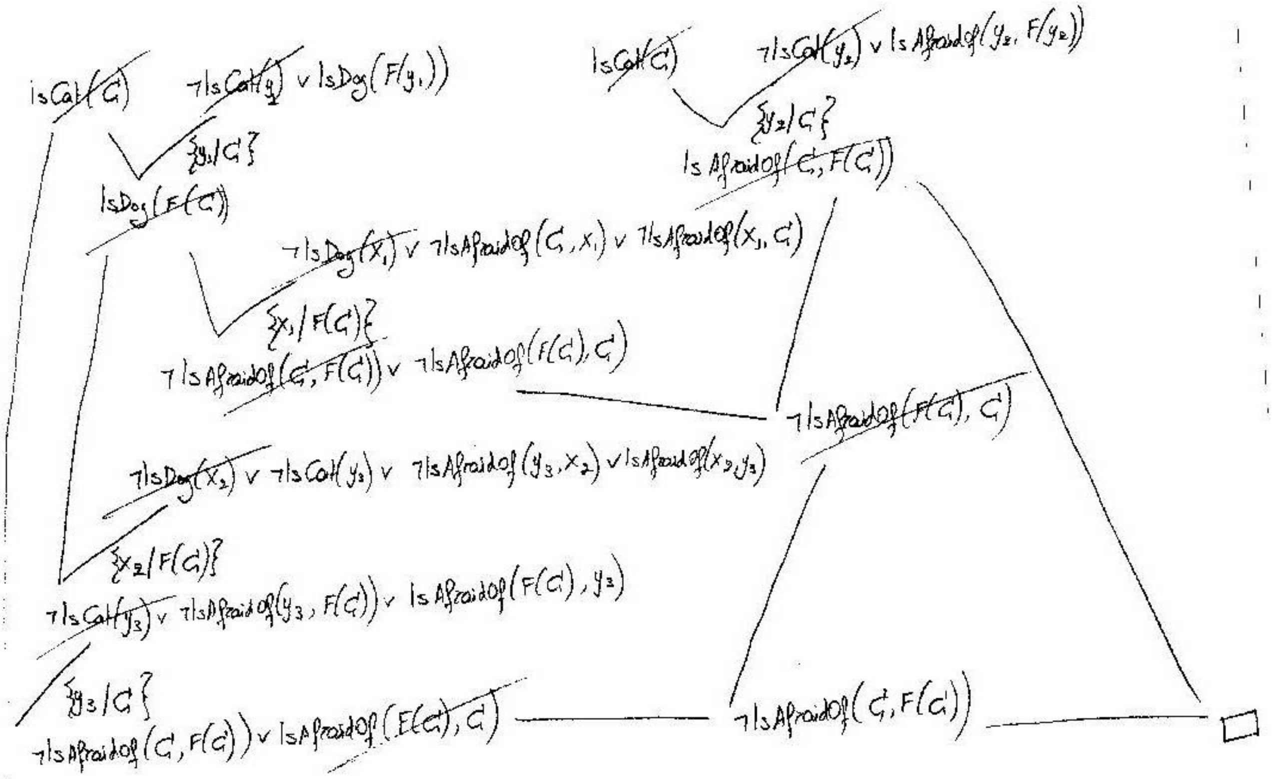
$$\exists y\ (IsCat(y) \land \forall x\ (\neg IsDog(x) \lor \neg IsAfraidOf(y, x) \lor \neg IsAfraidOf(x, y)))$$

$$IsCat(C) \land \forall x\ (\neg IsDog(x) \lor \neg IsAfraidOf(C, x) \lor \neg IsAfraidOf(x, C))$$

$$\boxed{IsCat(C)} \land \boxed{(\neg IsDog(x) \lor \neg IsAfraidOf(C, x) \lor \neg IsAfraidOf(x, C))}$$

(δ) Σχεδιάστε δέντρο απόδειξης που να αποδεικνύει με απαγωγή σε άτοπο χρησιμοποιώντας μόνο τον κανόνα της ανάλυσης (resolution) ότι η πρόταση (v) του σκέλους (α) έπεται λογικά από τις προτάσεις (iii) και (iv).

*Σημείωση: Οι προτάσεις Horn είναι και προτάσεις σε μορφή CNF, οπότε μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε απόδειξη με τον κανόνα της ανάλυσης.*




**11.4.** Επιλέξτε τις σωστές απαντήσεις, <u>μόνο μία</u> σε κάθε ερώτηση.

α) Η **προτασιακή λογική** είναι:

_X_αποκρίσιμη ___ημι-αποκρίσιμη ___μη αποκρίσιμη.

β) Η **πρωτοβάθμια κατηγορηματική λογική** είναι:

___αποκρίσιμη _X_ημι-αποκρίσιμη ___μη αποκρίσιμη.

γ) Κάθε τύπος **προτασιακής λογικής** μπορεί να μετατραπεί σε κανονική συζευκτική μορφή:

_X_ συμφωνώ και μάλιστα ο νέος τύπος είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό
___ συμφωνώ, αλλά ο νέος τύπος δεν είναι σίγουρα ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό
___ διαφωνώ.

δ) Κάθε τύπος **πρωτοβάθμιας κατηγορηματικής λογικής** μπορεί να μετατραπεί σε κανονική συζευκτική μορφή:
___ συμφωνώ και μάλιστα ο νέος τύπος είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό
_X_ συμφωνώ, αλλά ο νέος τύπος δεν είναι σίγουρα ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό
___ διαφωνώ.