Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Πληροφορικής
Μάθημα: Τεχνητή Νοημοσύνη, 2023–24
Διδάσκων: Ι. Ανδρουτσόπουλος

Ασκήσεις μελέτης της 9ης διάλεξης

9.1. Θεωρήστε ως βάση γνώσης (ΒΓ) τους τύπους που προέκυψαν από τη μετατροπή σε CNF στην άσκηση 8.2 της προηγούμενης διάλεξης. Πώς θα μπορούσαμε να χρησιμοποιήσουμε τον αλγόριθμο PL-FC-Entails, ενδεχομένως τροποποιώντας τη ΒΓ, ώστε να περιλαμβάνει διαφορετικούς τύπους που να παριστάνουν, όμως, τις ίδιες γνώσεις με την αρχική ΒΓ; Δείξτε τα βήματα που θα έκανε ο PL-FC-Entails.

Απάντηση: Η ΒΓ σε μορφή CNF θα περιέχει τη σύζευξη των παρακάτω τύπων:

$$\neg B_{1,1} \quad \neg B_{1,1} \lor P_{1,2} \lor P_{2,1} \qquad \neg P_{1,2} \lor B_{1,1} \qquad \neg P_{2,1} \lor B_{1,1}$$

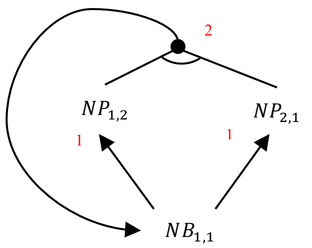
Για να εφαρμόσουμε τον αλγόριθμο PL-FC-Entails, πρέπει η ΒΓ να περιέχει μόνο προτάσεις Horn. Για να το κατορθώσουμε αυτό, χρησιμοποιούμε τα σύμβολα $NB_{1,1}$, $NP_{1,2}$ και $NP_{2,1}$, αντί των εκφράσεων $\neg B_{1,1}$, $\neg P_{1,2}$ και $\neg P_{2,1}$ αντίστοιχα. Διαισθητικά:

$$\neg B_{1,1} = NB_{1,1} \qquad \neg P_{1,2} = NP_{1,2} \qquad \neg P_{2,1} = NP_{2,1}$$

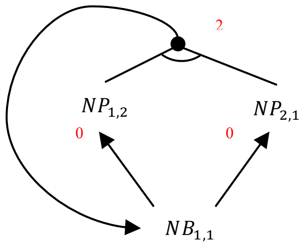
και η ΒΓ θα περιέχει τις προτάσεις Horn:

$$NB_{1,1}$$
$$R_2: (\neg NP_{1,2} \lor \neg NP_{2,1} \lor NB_{1,1}) \equiv \big((NP_{1,2} \land NP_{2,1}) \Rightarrow NB_{1,1}\big)$$
$$R_3: (\neg NB_{1,1} \lor NP_{1,2}) \equiv (NB_{1,1} \Rightarrow NP_{1,2})$$
$$R_4: (\neg NB_{1,1} \lor NP_{2,1}) \equiv (NB_{1,1} \Rightarrow NP_{2,1})$$

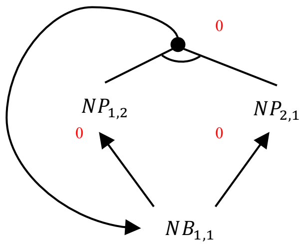
Ο ισοδύναμος AND-OR γράφος της ΒΓ είναι ο εξής:



Μπορούμε τώρα να εκτελέσουμε τον αλγόριθμο PL-FC-Entails. Θεωρούμε ότι έχει αφαιρεθεί από τον ψευδοκώδικα του αλγορίθμου η τρίτη γραμμή από το τέλος, οπότε ο αλγόριθμος μπορεί να κληθεί χωρίς συγκεκριμένο στόχο (τύπο προς απόδειξη). Για να δούμε αν ένα γεγονός προκύπτει ως συμπέρασμα από τη ΒΓ, ελέγχουμε στο τέλος της εκτέλεσης του αλγορίθμου τον πίνακα inferred. Αρχικά στο μέτωπο υπάρχει μόνο το γεγονός $NB_{1,1}$, το οποίο επιλέγεται (και αφαιρείται από το μέτωπο). Διερευνούνται οι συνέπειές του, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα να πυροδοτηθούν οι κανόνες R_3, R_4:



οπότε προστίθενται στο μέτωπο τα γεγονότα $NP_{1,2}$ και $NP_{2,1}$. Στη συνέχεια επιλέγονται (και αφαιρούνται από το μέτωπο) διαδοχικά τα $NP_{1,2}$ και $NP_{2,1}$ και ελέγχονται οι συνέπειές τους, κάτι που έχει ως αποτέλεσμα την πυροδότηση του κανόνα R_2:



Ο R_2, όμως, παράγει το $NB_{1,1}$, του οποίου οι συνέπειες έχουν ήδη διερευνηθεί. Άρα ο αλγόριθμος σταματά. Εξετάζοντας τον τελικό πίνακα inferred, βλέπουμε ότι inferred[$NP_{1,2}$] = T και inferred[$NP_{2,1}$] = T, που σημαίνει ότι τα $NP_{1,2}$ και $NP_{2,1}$, δηλαδή τα $\neg P_{1,2}$ και $\neg P_{2,1}$, άρα και το $\neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}$ προκύπτουν ως συμπεράσματα από τη ΒΓ.

9.2. Παραστήστε σε πρωτοβάθμια κατηγορηματική λογική τις παρακάτω προτάσεις. Μπορείτε να παραστήσετε με $x = y$ το ότι οι μεταβλητές x και y παριστάνουν το ίδιο αντικείμενο.

(i) Ο Γιάννης είναι φοιτητής.
(ii) Κάθε φοιτητής είναι έξυπνος.
(iii) Κάθε φοιτητής που έχει περάσει την Τεχνητή Νοημοσύνη είναι έξυπνος.
(iv) Ο Γιάννης έχει περάσει τουλάχιστον ένα μάθημα.
(v) Ο Γιάννης έχει περάσει ακριβώς ένα μάθημα.
(vi) Κάθε φοιτητής που έχει περάσει τουλάχιστον ένα μάθημα είναι έξυπνος.

Απάντηση:
(i) $Student(John)$
(ii) $\forall x \left(Student(x) \rightarrow Clever(x)\right)$
(iii) $\forall x \left((Student(x) \wedge Passed(x, AI)) \rightarrow Clever(x)\right)$
(iv) $\exists x\ (Course(x) \wedge Passed(John, x))$
(v) $\exists x\ (Course(x) \wedge Passed(John, x)\ \wedge \forall y\ ((Course(y) \wedge Passed(John, y))\ \rightarrow (x = y)))$
(vi) $\forall x \left((Student(x) \wedge \exists y\ (Course(y)\ \wedge Passed(x, y))) \rightarrow Clever(x)\right)$

9.3. Παραστήστε σε πρωτοβάθμια κατηγορηματική λογική τα ακόλουθα.

i. Ο Μίλος και ο Σούζος είναι σκύλοι.
ii. Η Ψίτα και η Ράνα είναι γάτες.
iii. Η Ψίτα συμπαθεί το Μίλο.
iv. Τη Ράνα τη δάγκωσε ο Μίλος ή ο Σούζος.
v. Κάποιος σκύλος δάγκωσε κάποια γάτα.
vi. Καμία γάτα δε συμπαθεί το Σούζο.
vii. Αν κάποιος σκύλος δάγκωσε κάποια γάτα, τότε καμία γάτα δε συμπαθεί αυτό το σκύλο.

Απάντηση:
(i) $(Dog(Milos) \wedge Dog(Suzos))$

(ii) $(Cat(Psita) \wedge Cat(Rana))$
(iii) $Likes(Psita, Milos)$
(iv) $(Bite(Milos, Rana) \vee Bite(Suzos, Rana))$
(v) $\exists x\, \exists y\, (Dog(x) \wedge Cat(y) \wedge Bite(x, y))$
(vi) $\forall y\, (Cat(y) \Rightarrow \neg Likes(y, Suzos))$
(vii) $\forall x\, ((Dog(x) \wedge \exists y\, (Cat(y) \wedge Bite(x, y))) \Rightarrow \forall z\, (Cat(z) \Rightarrow \neg Likes(z, x)))$

9.4. Παραστήστε σε πρωτοβάθμια κατηγορηματική λογική τη σημασία των αντιστοίχων ελληνικών προτάσεων.

Υπάρχει μία γάτα που την αγαπά ο Μίλος.

$\exists y\, (Cat(y) \wedge Loves(Milos, y))$

Όλες οι γάτες νιαουρίζουν.

$\forall x\, (Cat(x) \Rightarrow Miaou(x))$

Κάθε γάτα που νιαουρίζει φοβάται έναν (πιθανώς διαφορετικό) σκύλο.

$\forall x\, ((Cat(x) \wedge Miaou(x)) \Rightarrow \exists y\, (Dog(y) \wedge AfraidOf(x, y)))$

Υπάρχει τουλάχιστον ένας σκύλος που τον φοβούνται (τον ίδιο όλες) οι γάτες που νιαουρίζουν.

$\exists y\, (Dog(y) \wedge \forall x\, ((Cat(x) \wedge Miaou(x)) \Rightarrow AfraidOf(x, y)))$

Κάθε σκύλος αγαπά <u>ακριβώς</u> μία (πιθανώς διαφορετική ανά σκύλο) γάτα.

$$\forall y\, (Dog(y) \Rightarrow \exists x\, (Cat(x) \wedge Likes(y, x) \wedge$$
$$\forall z\, (Cat(z) \wedge Likes(y, z) \Rightarrow z = x)))$$

9.5. α) Πόσοι από τους παρακάτω τύπους προτασιακής λογικής είναι προτάσεις Horn;

$((A \wedge B) \Rightarrow C)$ $((A \vee B) \Rightarrow C)$ ___ κανένας _X_ένας ___δύο

Μόνο ο αριστερός είναι πρόταση Horn.

β) Πόσοι από τους παρακάτω τύπους προτασιακής λογικής είναι προτάσεις Horn;
$(\neg A \vee \neg B)$ $(\neg A \wedge \neg B)$ ___ κανένας _X_ένας ___δύο

Μόνο ο αριστερός είναι πρόταση Horn.