ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS AND BUSINESS

Τεχνητή Νοημοσύνη

5η διάλεξη (2026-27)

Ίων Ανδρουτσόπουλος

http://www.aueb.gr/users/ion/

Οι διαφάνειες αυτής της διάλεξης βασίζονται στα βιβλία *Τεχνητή Νοημοσύνη* των Βλαχάβα κ.ά., 3η έκδοση, Β. Γκιούρδας Εκδοτική, 2006 και *Artificial Intelligence – A Modern Approach* των S. Russel και P. Norvig, 2η και 4η έκδοση, Prentice Hall, 2003 και 2020. Τα περισσότερα σχήματα των διαφανειών προέρχονται από αντίστοιχες διαφάνειες των δύο βιβλίων.

Τι θα ακούσετε σήμερα

- Προσομοιωμένη ανόπτηση.
- Beam search.
- Γενετικοί αλγόριθμοι.
- Εισαγωγικές έννοιες γραμμικού και ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού.

Προσομοιωμένη ανόπτηση (simulated annealing)

- Εμπνευσμένη από τεχνική μεταλλουργίας.
  - Θέρμανση μετάλλου και αργή ψύξη.
- Επιλέγουμε **τυχαία ένα γείτονα**.
- Αν η **αξία** του είναι **μεγαλύτερη** από της τρέχουσας κατάστασης ($\Delta E \geq 0$), **πηγαίνουμε** σε αυτόν.
- **Διαφορετικά**, πηγαίνουμε με **πιθανότητα** $\mathbf{e^{\Delta E/T}}$.
  - $\Delta E < 0$. Όσο **μικρότερη** γίνεται η **αξία** πηγαίνοντας στο γείτονα, τόσο **δυσκολότερα πηγαίνουμε**.
  - Σε **υψηλές θερμοκρασίες** (T), δηλαδή στην αρχή της αναζήτησης, πηγαίνουμε **ευκολότερα** σε **χειρότερους** γείτονες.
  - Σε **χαμηλότερες θερμ/σίες** (αργότερα), πηγαίνουμε **δυσκολότερα** σε **χειρότερους** γείτονες (κατηφορίζουμε δυσκολότερα).
- **Σταματάμε** όταν η θερμοκρασία μηδενιστεί.
  - Αν η θερμοκρασία T πέφτει αργά, η πιθανότητα εύρεσης ολικού μεγίστου τείνει στο 1.

Πώς «πηγαίνουμε με πιθανότητα»;

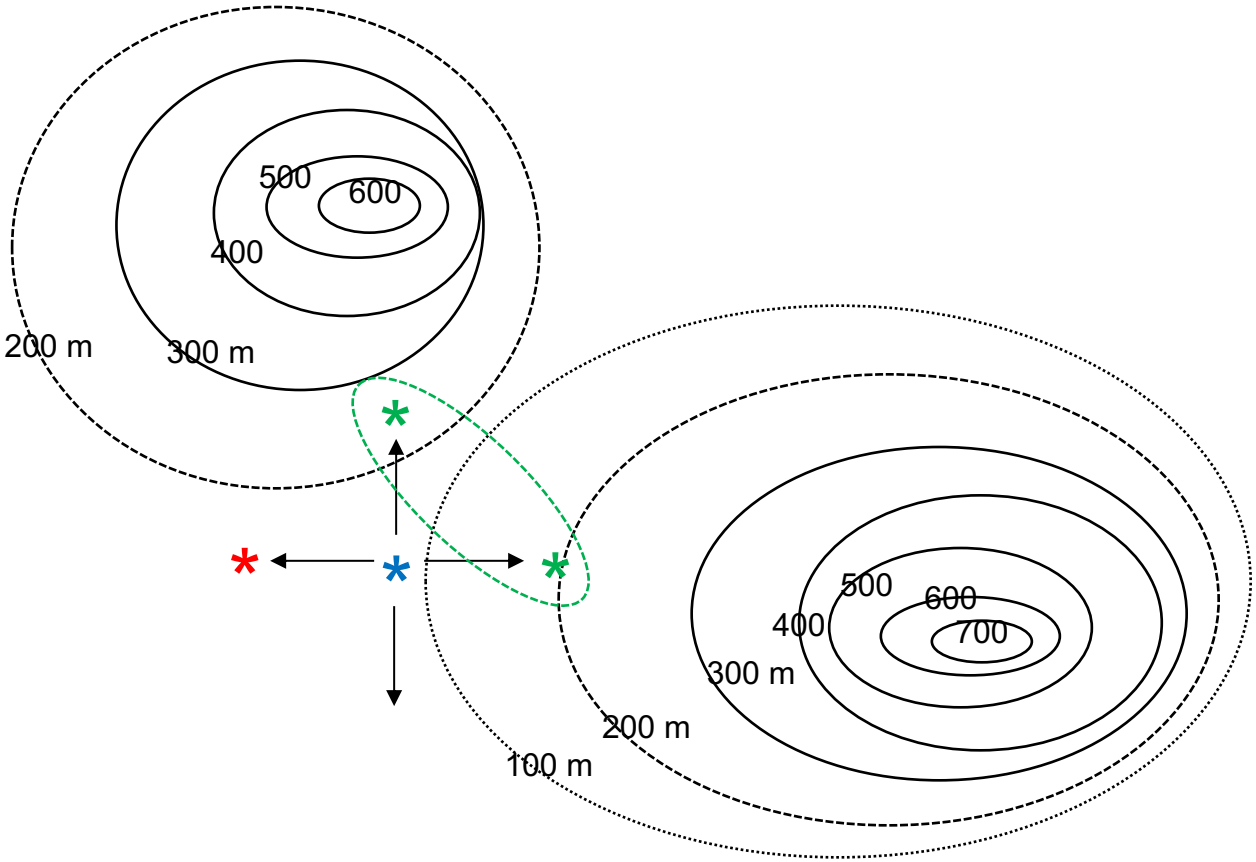
- **Χωρίζουμε το διάστημα (0,1)** σε υποδιαστήματα:
  - Ένα για το «πήγαινε», με εύρος $e^{\Delta E/T}$.
  - Ένα για το «μην πας», με εύρος $1 - e^{\Delta E/T}$
- Τραβάμε έναν **τυχαίο αριθμό** από ομοιόμορφη κατανομή στο (0,1).
  - Οι γλώσσες προγραμματισμού παρέχουν τέτοιες γεννήτριες τυχαίων αριθμών.
- Επιλέγουμε πήγαινε/μην πας ανάλογα με το **σε ποιο υποδιάστημα θα πέσει** ο τυχαίος αριθμός.

$P(\text{πήγαινε}) = e^{\Delta E/T}$	$P(\text{μην πας}) = 1 - e^{\Delta E/T}$

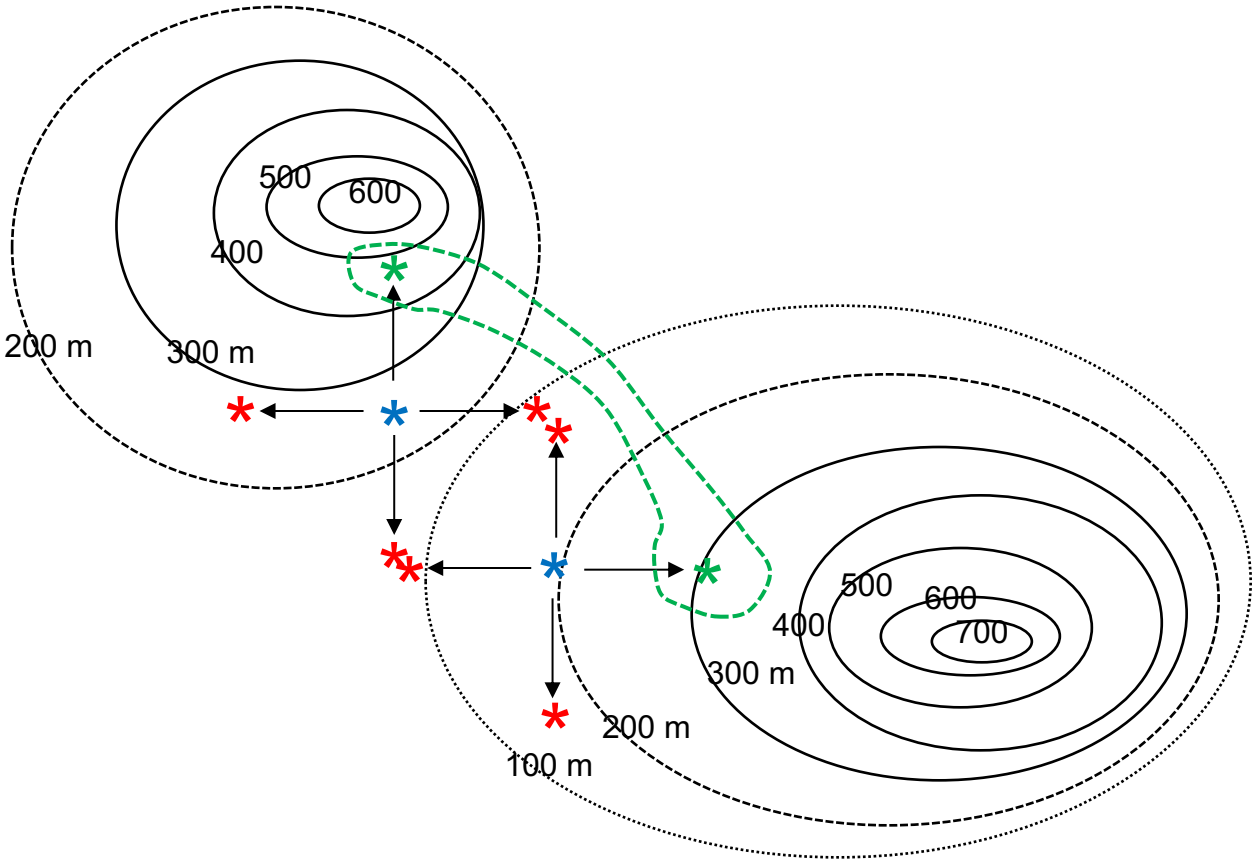
Προσομοιωμένη ανόπτηση

1. Επιλογή τυχαίας αρχικής κατάστασης και αρχικοποίηση T.
2. Αν **T = 0**, επίστρεψε την τρέχουσα κατάσταση.
3. Διάλεξε **τυχαία έναν γείτονα** και υπολόγισε το ΔE.
4. Αν **ΔE ≥ 0**, κάνε τρέχουσα κατάσταση τον γείτονα.
5. **Διαφορετικά** κάνε τον τρέχουσα κατάσταση με **πιθανότητα** $\mathbf{e^{\Delta E/T}}$ (ή μείνε στην κατάσταση όπου βρισκόσουν, με πιθανότητα 1 – $\mathbf{e^{\Delta E/T}}$.)
6. **Μείωσε** τη θερμοκρασία και πήγαινε στο βήμα 2.

Beam search



Beam search



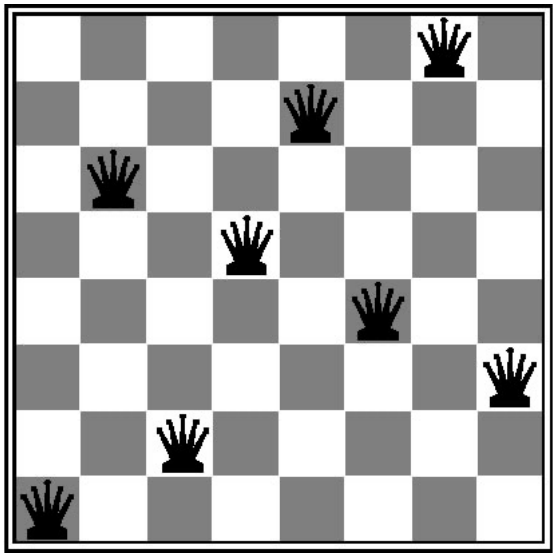
Beam search

- Όπως ο HC, αλλά κρατάμε **k καταστάσεις** στο μέτωπο.
  - Αρχικά k τυχαίες καταστάσεις στο μέτωπο.
- Σε κάθε βήμα, **επεκτείνουμε όλες τις k** καταστάσεις του μετώπου και **αξιολογούμε τα παιδιά**.
  - Αν έχουμε κριτήρια τελικών καταστάσεων και παραχθεί τελική κατάσταση, σταματάμε.
- Από όλα τα παιδιά που προκύπτουν, **κρατάμε στο μέτωπο τα k καλύτερα** και επαναλαμβάνουμε.
  - Μέχρι ένα μέγιστο αριθμό επαναλήψεων.
- Αν τα παιδιά μιας κατάστασης του μετώπου υπερέχουν όλων των άλλων παιδιών, μπορεί να επικεντρωθούμε σε μια περιορισμένη περιοχή του χώρου αναζήτησης.
  - **Έλλειψη ποικιλίας**. Πιθανό πρόβλημα και στους γενετικούς αλγορίθμους.

Γενετικοί αλγόριθμοι

- Μιμούνται στοιχεία του φυσικού μηχανισμού **εξέλιξης**.
- **Πληθυσμός** καταστάσεων
  - Παριστάνονται ως χρωμοσώματα.
- **Συνάρτηση καταλληλότητας**: αξιολογεί τις καταστάσεις του πληθυσμού.
- **Αναπαραγωγή**: Ζεύγη καταστάσεων του πληθυσμού παράγουν απογόνους.
  - Συνδυάζουν χαρακτηριστικά των προγόνων τους.
- **Επιλογή**: Οι καταλληλότερες καταστάσεις έχουν περισσότερες πιθανότητες να αναπαραχθούν.
- Σταδιακά **υπερισχύουν** στον πληθυσμό οι καταστάσεις με τα καλύτερα χαρακτηριστικά.
  - Απαιτείται προσεκτική επιλογή παράστασης καταστάσεων, συνάρτησης καταλληλότητας κλπ.

Χρωμοσώματα



κατάσταση

16257483

χρωμόσωμα

γονίδιο

- Κάθε **χρωμόσωμα** παριστάνει μια **κατάσταση**.
  - Κάθε **γονίδιο** παριστάνει τη θέση μιας βασίλισσας στη στήλη της.
  - Έχουμε απαλλαγεί από καταστάσεις όπου υπάρχουν δύο ή περισσότερες βασίλισσες ανά στήλη, αφού δεν αποτελούν λύσεις.
- Χρειάζεται προσοχή, ώστε η αναπαραγωγή να οδηγεί σε χρωμοσώματα που παριστάνουν επιτρεπτές καταστάσεις.

Διασταύρωση και μετάλλαξη

(B) 1110 - 10101100

(A) 0001 - 10010111

διασταύρωση

Το σημείο στο οποίο κόβουμε τα χρωμοσώματα επιλέγεται τυχαία.

1110 - 10010111

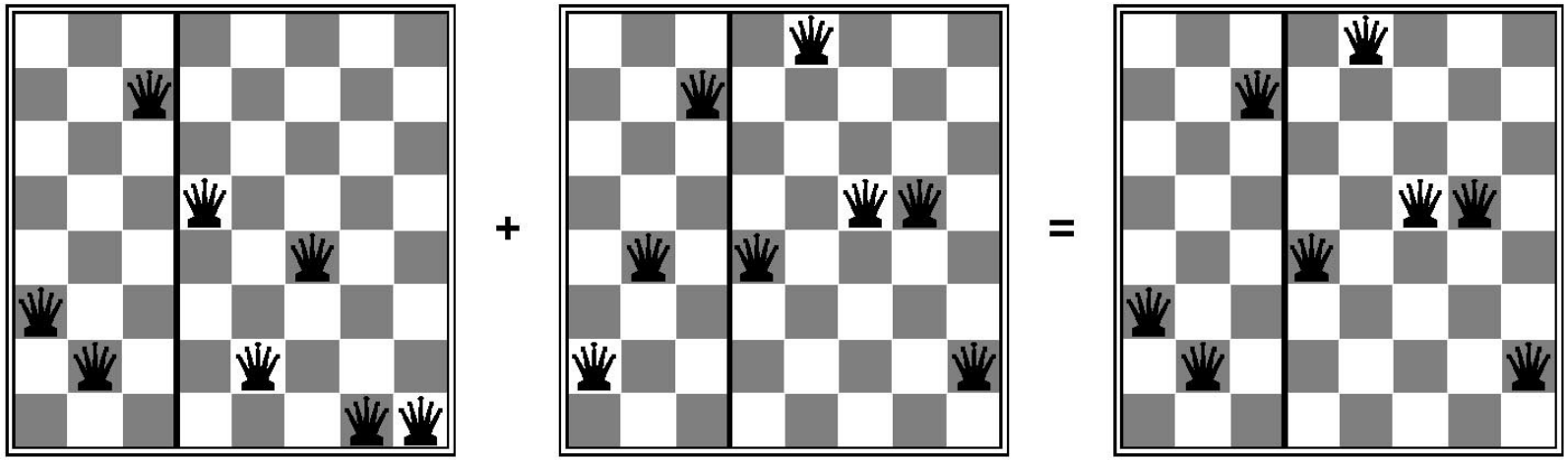
0001 - 10101100

μετάλλαξη

1110 - 10010111

0101 - 10101101

Διασταύρωση και μετάλλαξη



- Αν δεν υπάρχει αρκετή **ποικιλία** στον πληθυσμό, όλοι οι απόγονοι θα είναι πολύ παρόμοιοι.
  - Συγκλίνουμε προς μια λύση.
  - Πρόβλημα αν συμβεί νωρίς, γιατί περιοριζόμαστε σε μικρή περιοχή του χώρου αναζήτησης.

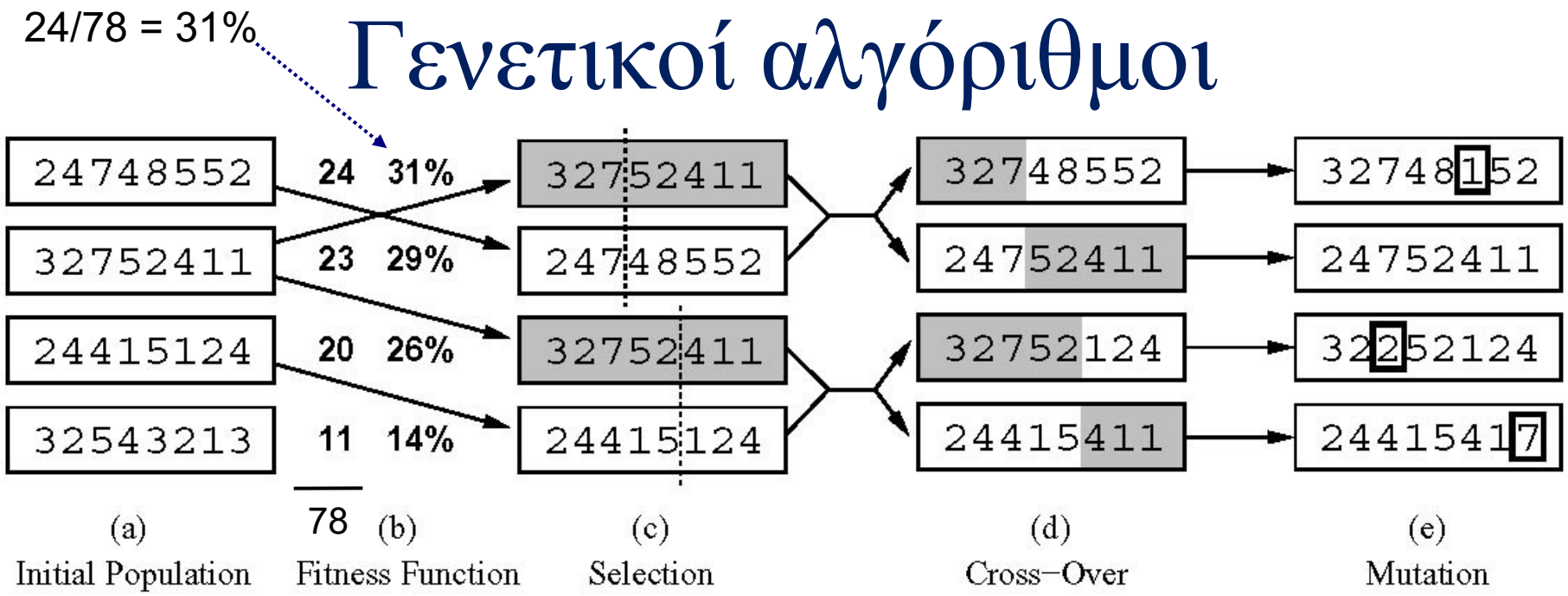
Το σχήμα δείχνει μόνο το ένα από τα δύο παραγόμενα παιδιά.

- **Μετάλλαξη**: Για κάθε γονίδιο του απογόνου, υπάρχει μια μικρή πιθανότητα να πάρει τυχαία τιμή.
  - Μπορεί να βοηθήσει να ξεφύγουμε από τοπικό μέγιστο.

Συνάρτηση καταλληλότητας

- **Συνάρτηση καταλληλότητας**: συνήθως απεικονίζει κάθε χρωμόσωμα σε έναν πραγματικό $\in [0, 1]$.
- Η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας μπορεί να παριστάνει την **αξία** του χρωμοσώματος.
  - Π.χ. **κόστος** υλοποίησης προγράμματος εξετάσεων.
- Ή μπορεί να αποτελεί ευρετική εκτίμηση της **απόστασης** από μια τελική κατάσταση.
  - Π.χ. **ποσοστό περιορισμών** που παραβιάζονται.
- Μπορεί να είναι προτιμότερη μια **λιγότερο ακριβής** συνάρτηση καταλληλότητας που μπορεί όμως να υπολογισθεί **γρηγορότερα**.
  - Περισσότερες **αναπαραγωγές** στον ίδιο χρόνο.

Γενετικοί αλγόριθμοι



- Σε κάθε αναπαραγωγή **επιλέγουμε** τους **δύο γονείς** με **πιθανότητα ανάλογη** της **αξίας** τους.
- Χρωμοσώματα με **μεγάλη αξία** έχουν μεγάλη πιθανότητα να ζευγαρώσουν **πολλές φορές**.
- Χρωμοσώματα με **μικρή αξία** είναι πιθανότερο να μη ζευγαρώσουν **καθόλου**.

Απλός γενετικός αλγόριθμος

πληθυσμός ← τυχαίο σύνολο χρωμοσωμάτων

βρόχος

  νέος-πληθυσμός ← {}

  για i = 1 ως μέγεθος(πληθυσμός) / 2

    x ← επιλογή-από(πληθυσμός)

    y ← επιλογή-από(πληθυσμός)

    <παιδί$_1$, παιδί$_2$> ← αναπαραγωγή(x, y)

    με μικρές πιθανότητες, μετάλλαξη των παιδί$_1$, παιδί$_2$

    πρόσθεσε τα παιδί$_1$, παιδί$_2$ στο νέο-πληθυσμό

  πληθυσμός ← νέος-πληθυσμός

μέχρι ένα χρωμόσωμα να είναι αρκετά καλό ή τέλος χρόνου ή σύγκλιση (π.χ. σχεδόν όλα τα χρωμοσώματα τα ίδια)

επιστροφή του καλύτερου χρωμοσώματος

Χάσμα γενεών

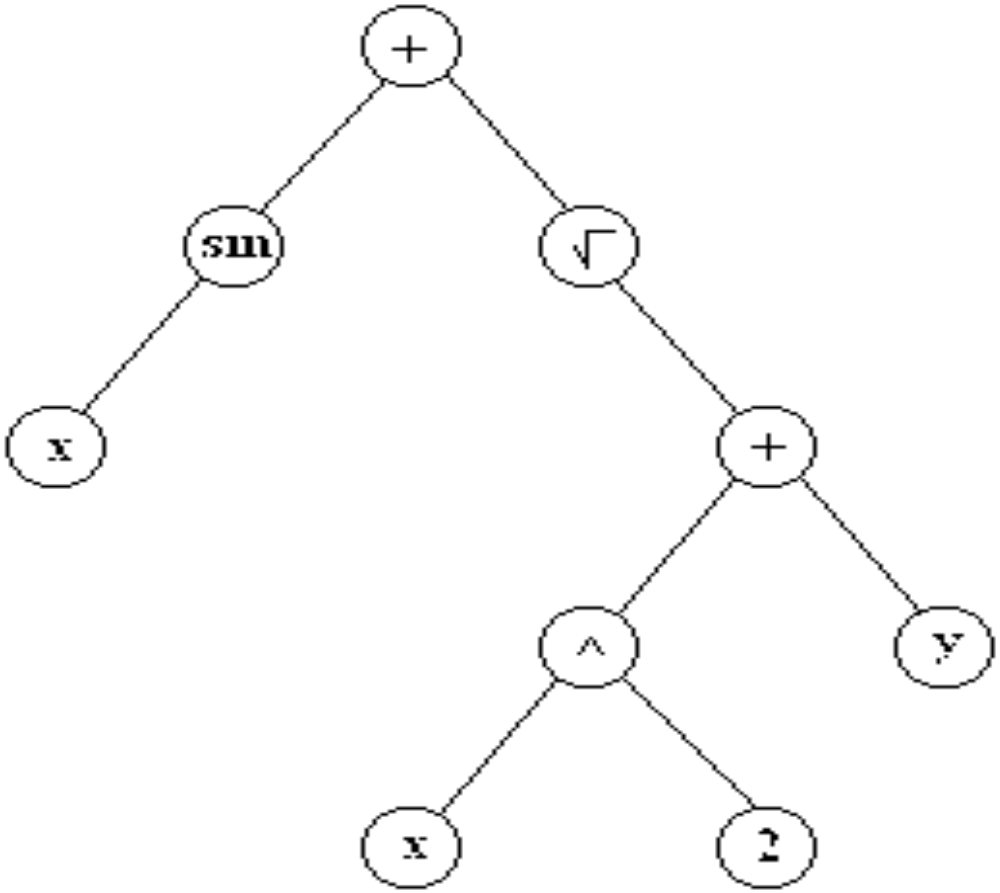
- **Χάσμα γενεών**: Το ποσοστό των χρωμοσωμάτων του πληθυσμού που ανανεώνεται μετά από κάθε φάση αναπαραγωγής.
  - Στον αλγόριθμο που είδαμε πριν, το ποσοστό ήταν 100%.
  - Σε αλγορίθμους με ποσοστό ανανέωσης < 100%, **συνυπάρχουν απόγονοι με προγόνους**.
- Επιλογή **γονέων που θα αποχωρήσουν** πριν κάθε φάση αναπαραγωγής.
  - Π.χ. **τυχαία** ή με πιθανότητα αντιστρόφως ανάλογη της **καταλληλότητάς** τους.

Παρατηρήσεις για τους ΓΑ

- Ομοιότητες/διαφορές σε σχέση με **beam search**.
  - Ο πληθυσμός αντιστοιχεί στο μέτωπο του beam search.
  - Αλλά οι νέες καταστάσεις είναι συνδυασμοί στοιχείων δύο καταστάσεων του μετώπου.
- Ενδιαφέρουσες ομοιότητες με τη **φυσική εξέλιξη**.
  - Η φυσική εξέλιξη είναι πιο περίπλοκη (βλ. βιβλιογραφία).
- Έχουν χρησιμοποιηθεί πολύ σε προβλήματα **βελτιστοποίησης**.
  - Π.χ. διάταξη κυκλωμάτων, αρχιτεκτονική νευρωνικού δικτύου, πρόγραμμα εργασιών.
- Συχνά δεν είναι καθαρό **αν** και **πότε υπερτερούν** άλλων μηχανισμών αναζήτησης.

Γενετικός προγραμματισμός

- Χρήση γενετικών αλγορίθμων για τη **δημιουργία** κατάλληλων **προγραμμάτων**.
- Παράσταση υποψηφίων προγραμμάτων συνήθως με χρήση **συντακτικών δένδρων**.
- **Φύλλα**: τα διαθέσιμα τερματικά σύμβολα (σταθερές, μεταβλητές).
- **Εσωτερικοί κόμβοι**: διαθέσιμες συναρτήσεις και τελεστές.



$$\sin(x) + \sqrt{x^2 + y}$$

Παραδείγματα εκπαίδευσης

- Ενδέχεται να μας έχουν δώσει n παραδείγματα εισόδων και επιθυμητών εξόδων.

x	y	επιθυμητή έξοδος (z)	έξοδος προγράμματος που αξιολογείται (r)	$(z - r)^2$
2	3	3,56	2,57	0,98
4	8	4,14	4,00	0,02
...	...	...	...	…
12	7	11,75	12,51	0,57

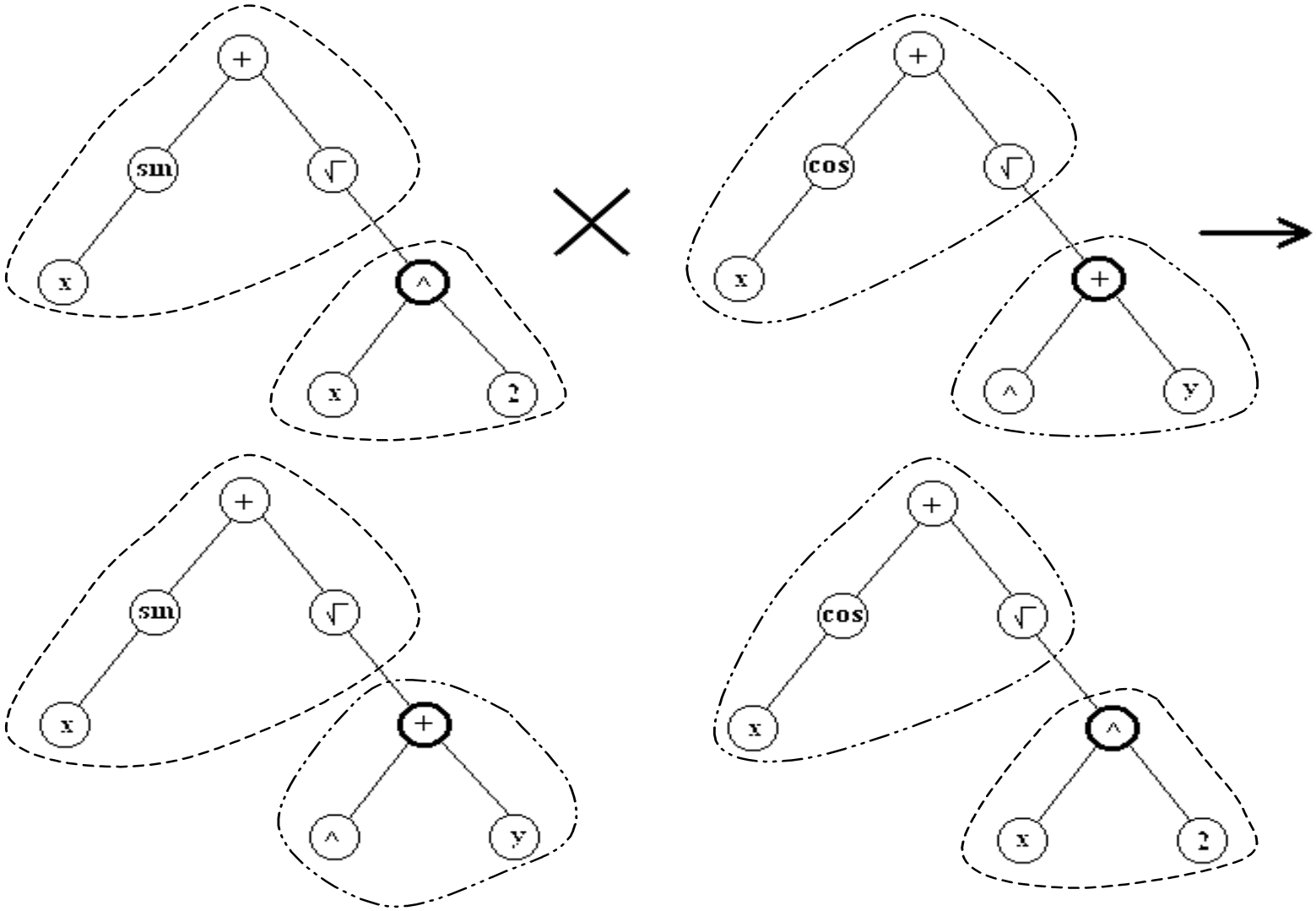
- Μπορούμε π.χ. να χρησιμοποιήσουμε ως συνάρτηση αξιολόγησης κάθε προγράμματος-χρωμοσώματος το:

$$MeanSqErr = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(z_i - r_i)^2$$

Γενετικός προγραμματισμός

- **Αρχικός πληθυσμός**: τυχαίο σύνολο προγραμμάτων (συντακτικών δένδρων).
- **Συνάρτηση καταλληλότητας**: π.χ. το *MeanSqErr* της προηγούμενης διαφάνειας.
- **Διασταύρωση**: αντικατάσταση τυχαίου υποδένδρου του ενός γονέα με υποδένδρο του άλλου γονέα.
- **Μετάλλαξη**: τυχαία τροποποίηση συντακτικού δένδρου.

Παράδειγμα διασταύρωσης στον ΓΠ



Γραμμικός προγραμματισμός
(linear programming, LP)

- Ιδιαίτερη περίπτωση βελτιστοποίησης, όπου:
  - κάθε **κατάσταση** μπορεί να παρασταθεί ως ένα **διάνυσμα**:

$$\vec{x} = \langle x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \rangle \in \mathbb{R}^n$$

  - ψάχνουμε **μέγιστο** μια συνάρτησης αξιολόγησης (objective function) $f(\vec{x})$ που είναι **γραμμικός συνδυασμός** των x_i:

$$f(\vec{x}) = c_1 \cdot x_1 + \cdots + c_n \cdot x_n,$$

  - θέλουμε να ικανοποιούνται **γραμμικές ανισότητες**:

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n \leq b_1$$

$$\dots$$

$$a_{i1} \cdot x_1 + a_{i2} \cdot x_2 + \dots + a_{in} \cdot x_n \leq b_{\mathrm{i}}$$

$$\dots$$

$$a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n \leq b_m$$

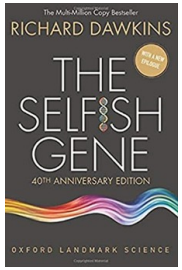
Γραμμικός προγραμματισμός – συνέχεια

- Υπάρχουν αλγόριθμοι που βρίσκουν **γρήγορα λύση**.
  - Αλγόριθμος **Simplex**: στη χειρότερη περίπτωση εκθετική πολυπλοκότητα (ως προς τον αριθμό μεταβλητών), αλλά στην πράξη πολύ γρήγορος.
  - **Υπάρχουν** και αλγόριθμοι **πολυωνυμικής** πολυπλοκότητας.
- Αλλά αν οι μεταβλητές x_i επιτρέπεται να έχουν **μόνο ακέραιες τιμές**, το πρόβλημα γίνεται **NP-hard**.
  - Και μιλάμε για «**ακέραιο** (γραμμικό) **προγραμματισμό**» (integer linear programming, ILP).
  - Υπάρχουν, όμως, πολύ καλές μέθοδοι λύσης (και υλοποιήσεις), που στην πράξη συχνά βρίσκουν γρήγορα λύση.
- Περισσότερα στο μάθημα «**Θεωρία και Υποδείγματα Βελτιστοποίησης**» (6ο εξάμηνο).
  - Εδώ «προγραμματισμός» σημαίνει «βελτιστοποίηση».

Θα **πρέπει να μελετήσετε τις διαφάνειες** αυτής της διάλεξης **και τις ασκήσεις μελέτης** της (βλ. έγγραφα μαθήματος στο e-class) **πριν από την επόμενη διάλεξη και πριν από το αντίστοιχο εργαστήριο**. **Γράψτε μόνοι σας** τις **λύσεις των ασκήσεων μελέτης** (ακόμα και αν δίνονται οι λύσεις). Επίσης, γράψτε μόνοι σας τους **ορισμούς**, **αλγορίθμους**, **παραδείγματα** εκτέλεσης των αλγορίθμων και λοιπούς **υπολογισμούς** των διαφανειών. Ανατρέξτε στη **βιβλιογραφία** για πρόσθετες εξηγήσεις και γνώσεις (ιδιαίτερα όσοι ενδιαφέρεστε ιδιαίτερα για την ΤΝ).

Βιβλιογραφία

- Russel & Norvig (4η έκδοση): ενότητες 4.1.2, 4.1.3, 4.1.4.
  - Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να διαβάσουν προαιρετικά και τα υπόλοιπα τμήματα του κεφαλαίου 4, καθώς και το κεφάλαιο 6.
  - Η ενότητα 4.2 συμπεριλαμβάνει, μεταξύ άλλων, εισαγωγικές έννοιες βελτιστοποίησης και άλλες γνώσεις (π.χ. διάνυσμα κλίσης) που θα χρησιμοποιήσουμε στην ενότητα της μηχανικής μάθησης.
- Βλαχάβας κ.ά.: ενότητα 4.3.4 και κεφάλαιο 7.
  - Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να διαβάσουν προαιρετικά (εκτός εξεταστέας ύλης) το κεφάλαιο 6.
- Aggarwal: σχετική ύλη υπάρχει στις ενότητες 2.4, 2.5.
- Poole & Mackworth: σχετική ύλη υπάρχει στις ενότητες 4.6–4.8.

Βιβλιογραφία – συνέχεια

- Το βιβλίο *The Selfish Gene* του R. Dawkins, Oxford University Press, 2006 (40th Anniversary Edition) είναι μια εξαιρετικά ενδιαφέρουσα εισαγωγή στη θεωρία της εξέλιξης.
  - Κυκλοφορεί στα Ελληνικά με τον τίτλο *Το Εγωιστικό Γονίδιο*, εκδόσεις Κάτοπτρο, 2017.
  - Ο φυσικός μηχανισμός της εξέλιξης είναι πολύ πιο περίπλοκος από τους γενετικούς αλγορίθμους που εξετάσαμε.