



Τεχνητή Νοημοσύνη

5η διάλεξη (2024-25)

Ίων Ανδρουτσόπουλος

<http://www.aueb.gr/users/ion/>

Οι διαφάνειες αυτής της διάλεξης βασίζονται στα βιβλία *Τεχνητή Νοημοσύνη* των Βλαχάβα κ.ά., 3η έκδοση, Β. Γκιούρδας Εκδοτική, 2006 και *Artificial Intelligence – A Modern Approach* των S. Russel και P. Norvig, 2^η και 4^η έκδοση, Prentice Hall, 2003 και 2020. Τα περισσότερα σχήματα των διαφανειών προέρχονται από αντίστοιχες διαφάνειες των δύο βιβλίων.

Τι θα ακούσετε σήμερα

- Προσομοιωμένη ανόπτηση.
- Beam search.
- Γενετικοί αλγόριθμοι.
- Οι έννοιες του γραμμικού και ακέραιου γραμμικού προγραμματισμού.

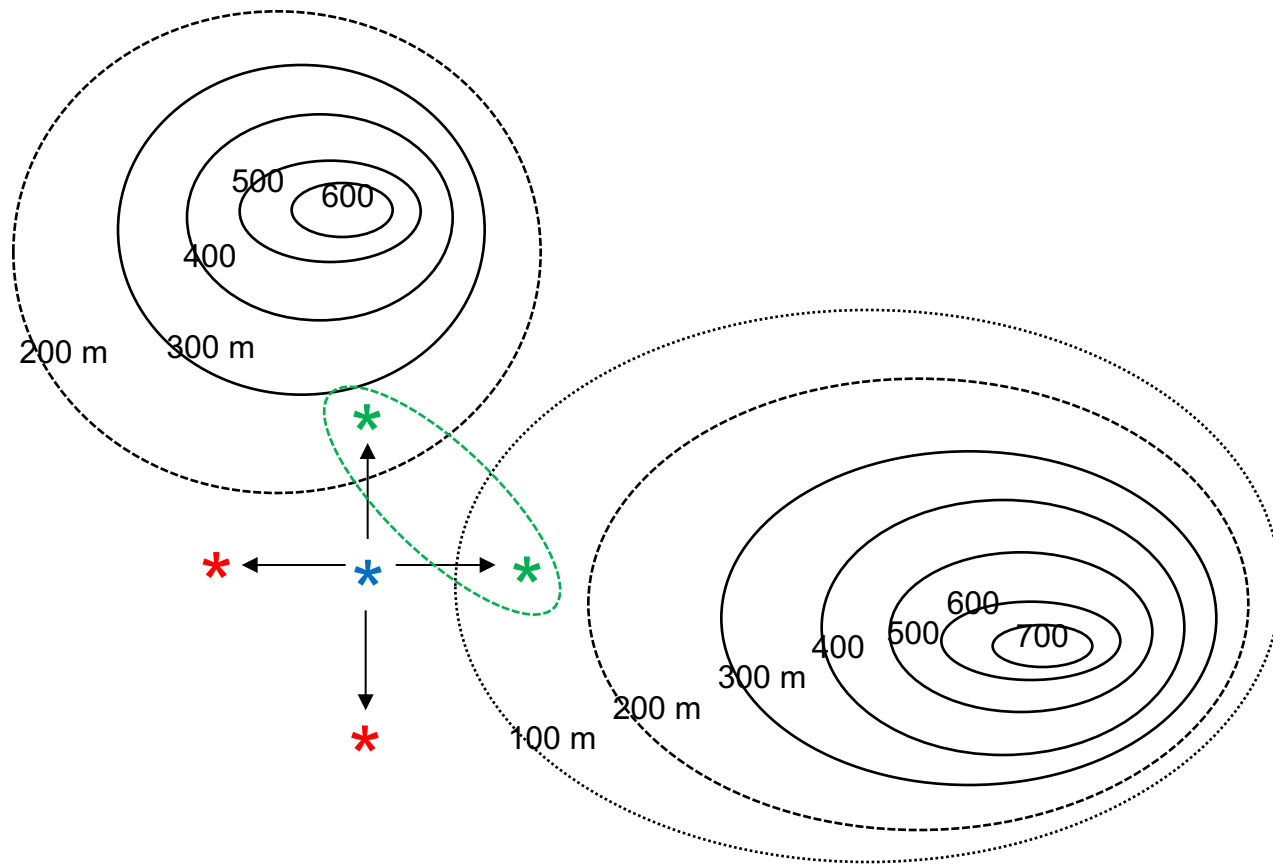
Προσομοιωμένη ανόπτηση (simulated annealing)

- Εμπνευσμένη από τεχνική μεταλλουργίας.
 - Θέρμανση μετάλλου και αργή ψύξη.
- Επιλέγουμε **τυχαία ένα γείτονα**.
- Αν η **αξία** του είναι **μεγαλύτερη** από της τρέχουσας κατάστασης ($\Delta E \geq 0$), **πηγαίνουμε** σε αυτόν.
- **Διαφορετικά**, πηγαίνουμε με **πιθανότητα** $e^{\Delta E/T}$.
 - $\Delta E < 0$. Όσο **μικρότερη** γίνεται η **αξία** πηγαίνοντας στο γείτονα, τόσο **δυσκολότερα** πηγαίνουμε.
 - Σε **υψηλές θερμοκρασίες** (T), δηλαδή στην αρχή της αναζήτησης, πηγαίνουμε **ευκολότερα** σε **χειρότερους** γείτονες.
 - Σε **χαμηλότερες θερμο/σίες** (αργότερα), πηγαίνουμε **δυσκολότερα** σε **χειρότερους** γείτονες (κατηφορίζουμε δυσκολότερα).
- **Σταματάμε** όταν η θερμοκρασία μηδενιστεί.
 - Αν η θερμοκρασία T πέφτει αργά, η πιθανότητα εύρεσης ολικού μεγίστου τείνει στο 1.

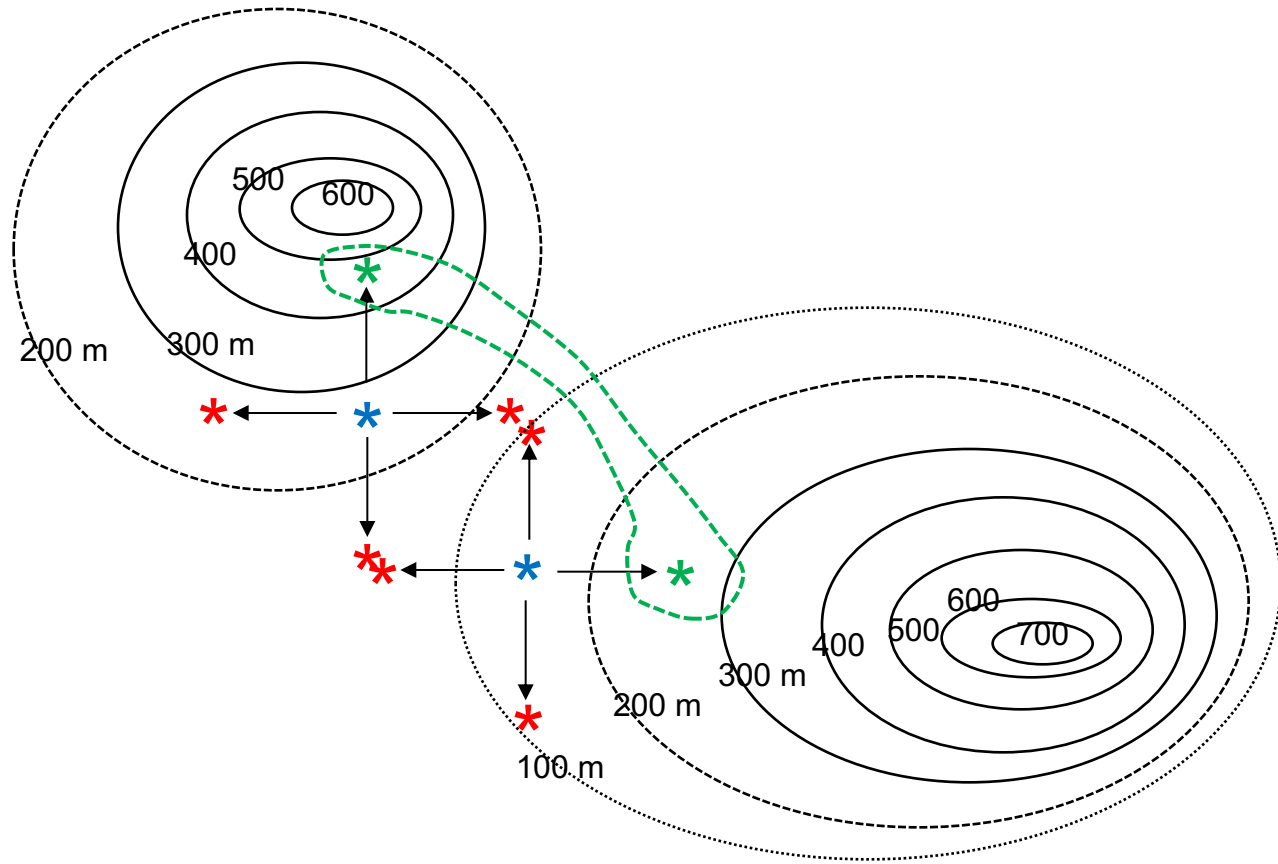
Προσομοιωμένη ανόπτηση

1. Επιλογή τυχαίας αρχικής κατάστασης και αρχικοποίηση T .
2. Αν $T = 0$, επίστρεψε την τρέχουσα κατάσταση.
3. Διάλεξε τυχαία ένα γείτονα και υπολόγισε το ΔE .
4. Αν $\Delta E \geq 0$, κάνε τρέχουσα κατάσταση το γείτονα.
5. Διαφορετικά κάνε τον τρέχουσα κατάσταση με πιθανότητα $e^{\Delta E/T}$.
6. Μείωσε τη θερμοκρασία και πήγαινε στο βήμα 2.

Beam search



(Local) Beam search



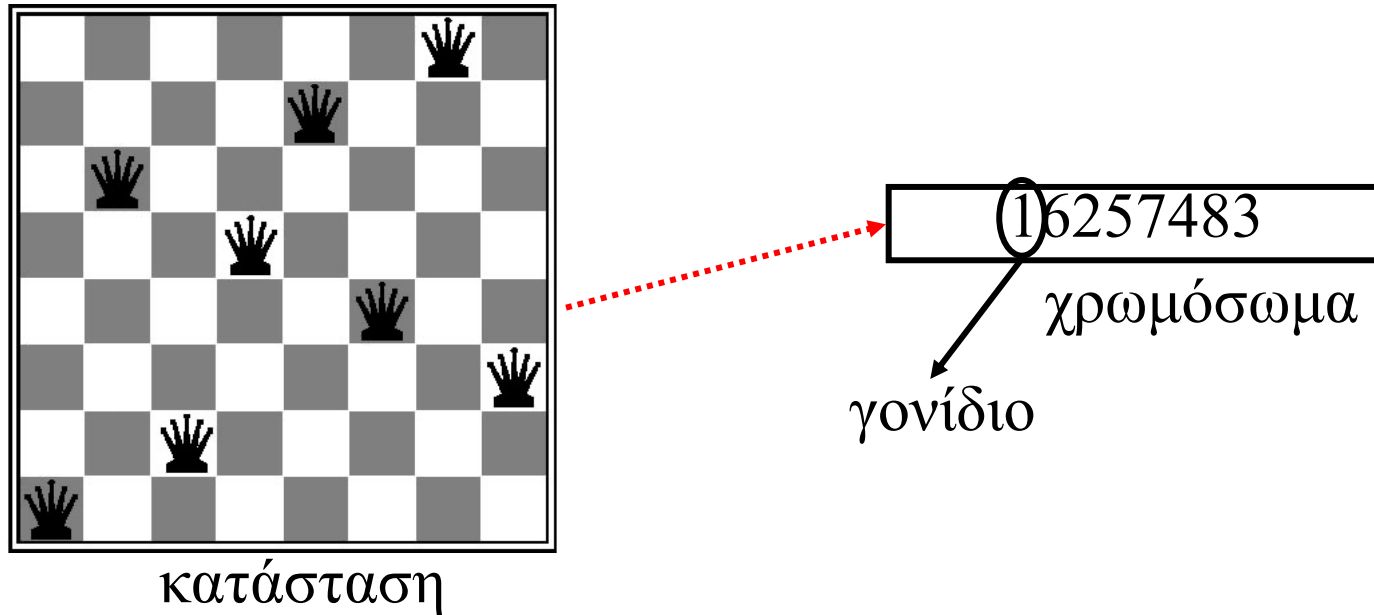
Beam search

- Όπως ο HC, αλλά κρατάμε **k καταστάσεις** στο μέτωπο.
 - Αρχικά k τυχαίες καταστάσεις στο μέτωπο.
- Σε κάθε βήμα, **επεκτείνουμε όλες τις k καταστάσεις** του μετώπου και **αξιολογούμε τα παιδιά**.
 - Αν έχουμε κριτήρια τελικών καταστάσεων και παραχθεί τελική κατάσταση, σταματάμε.
- Από όλα τα παιδιά που προκύπτουν, **κρατάμε στο μέτωπο τα k καλύτερα** και επαναλαμβάνουμε.
 - Μέχρι ένα μέγιστο αριθμό επαναλήψεων.
- Αν τα παιδιά μιας κατάστασης του μετώπου υπερέχουν όλων των άλλων παιδιών, μπορεί να επικεντρωθούμε σε μια περιορισμένη περιοχή του χώρου αναζήτησης.
 - Έλλειψη ποικιλίας. Πιθανό πρόβλημα και στους γενετικούς αλγορίθμους.

Γενετικοί αλγόριθμοι

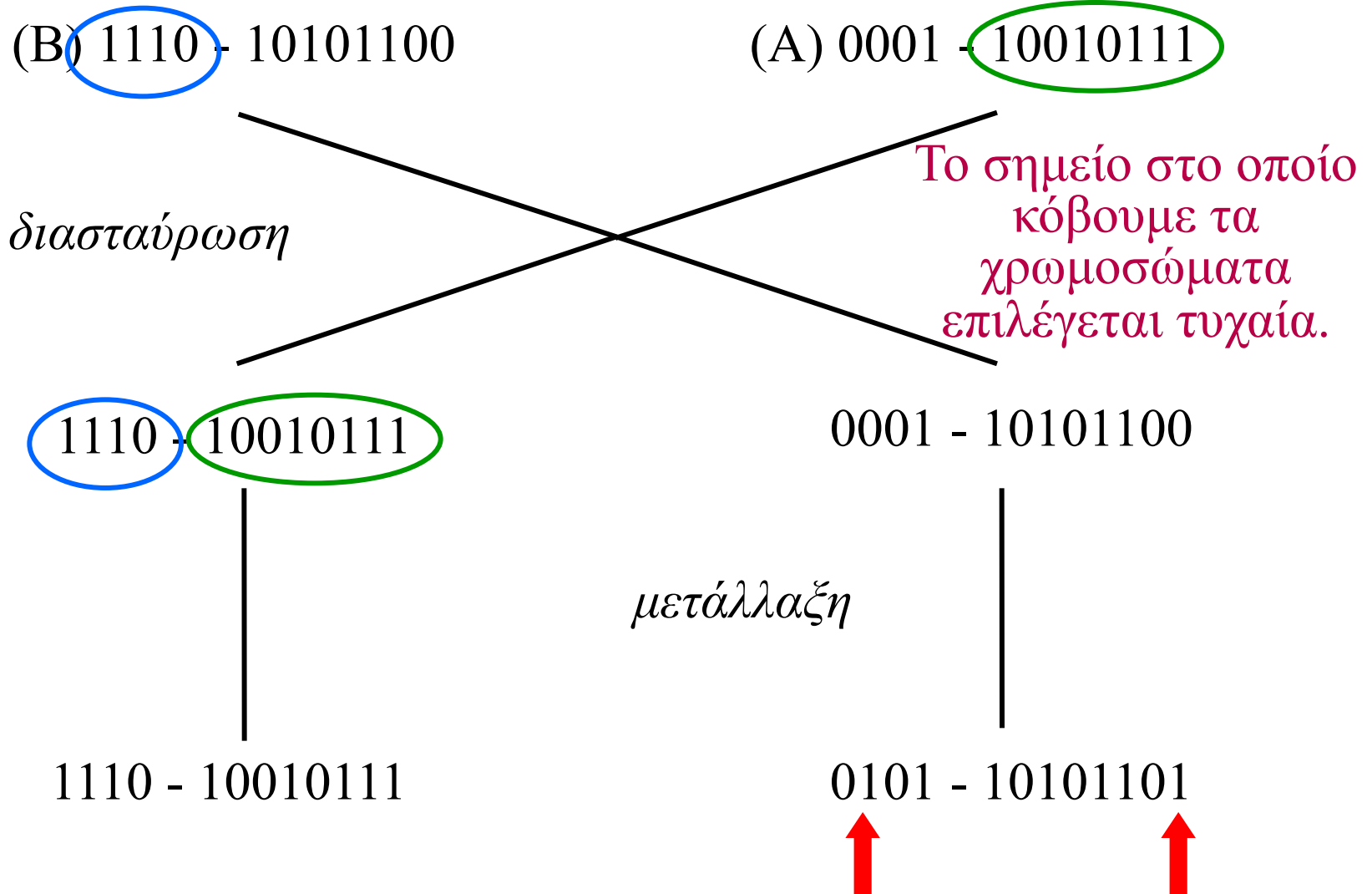
- Μιμούνται στοιχεία του φυσικού μηχανισμού εξέλιξης.
- **Πληθυσμός καταστάσεων**
 - Παριστάνονται ως χρωμοσώματα.
- **Συνάρτηση καταλληλότητας**: αξιολογεί τις καταστάσεις του πληθυσμού.
- **Αναπαραγωγή**: Ζεύγη καταστάσεων του πληθυσμού παράγουν απογόνους.
 - Συνδυάζουν χαρακτηριστικά των προγόνων τους.
- **Επιλογή**: Οι καταλληλότερες καταστάσεις έχουν περισσότερες πιθανότητες να αναπαραχθούν.
- Σταδιακά **υπερισχύουν** στον πληθυσμό οι καταστάσεις με τα καλύτερα χαρακτηριστικά.
 - Απαιτείται προσεκτική επιλογή παράστασης καταστάσεων, συνάρτησης καταλληλότητας κλπ.

Χρωμοσώματα

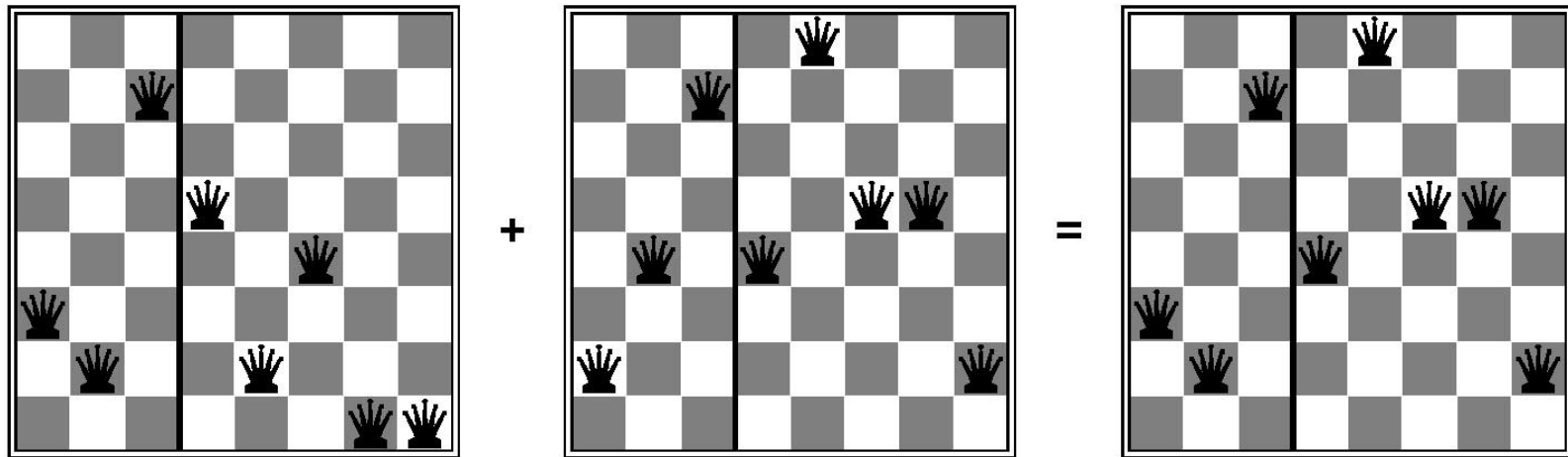


- Κάθε χρωμόσωμα παριστάνει μια κατάσταση.
 - Κάθε γονίδιο παριστάνει τη θέση μιας βασίλισσας στη στήλη της.
 - Έχουμε απαλλαγεί από καταστάσεις όπου υπάρχουν δύο ή περισσότερες βασίλισσες ανά στήλη, αφού δεν αποτελούν λύσεις.
- Χρειάζεται προσοχή, ώστε η αναπαραγωγή να οδηγεί σε χρωμοσώματα που παριστάνουν επιτρεπτές καταστάσεις.

Διασταύρωση και μετάλλαξη



Διασταύρωση και μετάλλαξη



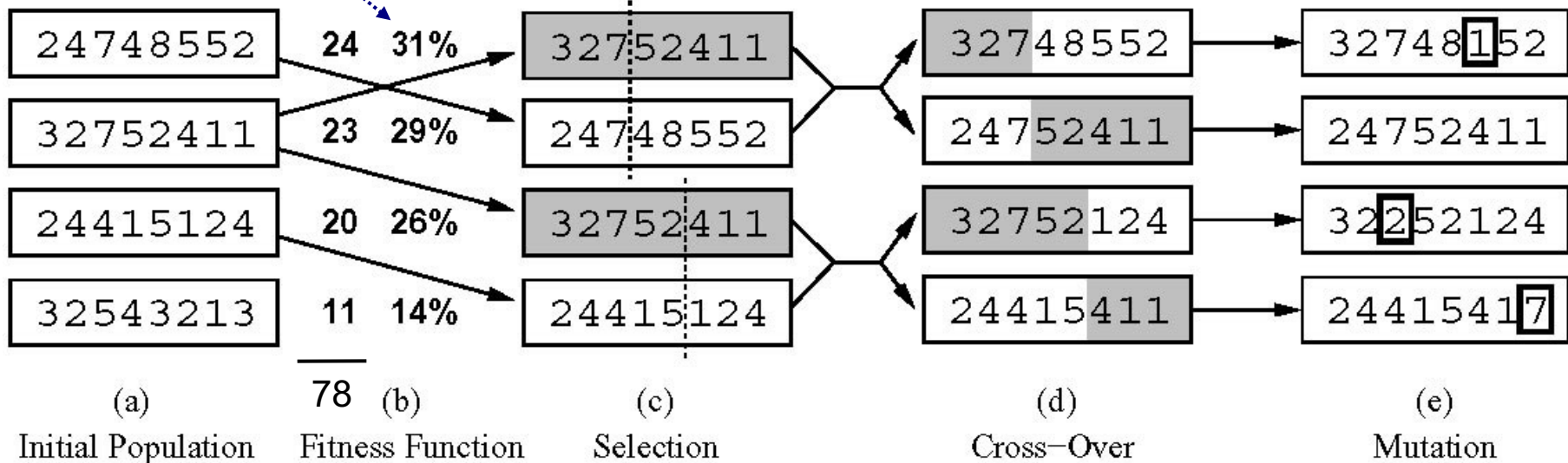
- Αν δεν υπάρχει αρκετή **ποικιλία** στον πληθυσμό, όλοι οι απόγονοι θα είναι πολύ παρόμοιοι.
 - Συγκλίνουμε προς μια λύση.
 - Πρόβλημα αν συμβεί νωρίς, γιατί περιοριζόμαστε σε μικρή περιοχή του χώρου αναζήτησης.
- **Μετάλλαξη**: Για κάθε γονίδιο του απογόνου, υπάρχει μια μικρή πιθανότητα να πάρει τυχαία τιμή.
 - Μπορεί να βοηθήσει να ξεφύγουμε από τοπικό μέγιστο.

Συνάρτηση καταλληλότητας

- **Συνάρτηση καταλληλότητας:** συνήθως απεικονίζει κάθε χρωμόσωμα σε έναν πραγματικό $\in [0, 1]$.
- Η τιμή της συνάρτησης καταλληλότητας μπορεί να παριστάνει την **αξία** του χρωμοσώματος.
 - Π.χ. **κόστος** υλοποίησης προγράμματος εξετάσεων.
- Ή μπορεί να αποτελεί ευρετική εκτίμηση της **απόστασης** από μια τελική κατάσταση.
 - Π.χ. **ποσοστό περιορισμών** που παραβιάζονται.
- Μπορεί να είναι προτιμότερη μια **λιγότερο ακριβής** συνάρτηση καταλληλότητας που μπορεί όμως να υπολογισθεί **γρηγορότερα**.
 - Περισσότερες **αναπαραγωγές** στον ίδιο χρόνο.

$$24/78 = 31\%$$

Γενετικοί αλγόριθμοι



- Σε κάθε αναπαραγωγή **επιλέγουμε** τους **δύο γονείς** με **πιθανότητα ανάλογη** της **αξίας** τους.
- Χρωμοσώματα με **μεγάλη αξία** έχουν **μεγάλη πιθανότητα** να **ζευγαρώσουν πολλές φορές**.
- Χρωμοσώματα με **μικρή αξία** είναι **πιθανότερο** να **μη ζευγαρώσουν καθόλου**.

Απλός γενετικός αλγόριθμος

πληθυσμός \leftarrow τυχαίο σύνολο χρωμοσωμάτων

βρόχος

νέος-πληθυσμός $\leftarrow \{ \}$

για $i = 1$ ως μέγεθος(πληθυσμός) / 2

$x \leftarrow$ επιλογή-από(πληθυσμός)

$y \leftarrow$ επιλογή-από(πληθυσμός)

$\langle \text{παιδί}_1, \text{παιδί}_2 \rangle \leftarrow$ αναπαραγωγή(x, y)

με μικρές πιθανότητες, μετάλλαξη των $\text{παιδί}_1, \text{παιδί}_2$

πρόσθεσε τα $\text{παιδί}_1, \text{παιδί}_2$ στο νέο-πληθυσμό

πληθυσμός \leftarrow νέος-πληθυσμός

μέχρι ένα χρωμόσωμα να είναι αρκετά καλό ή τέλος χρόνου ή σύγκλιση (π.χ. σχεδόν όλα τα χρωμοσώματα τα ίδια)

επιστροφή του καλύτερου χρωμοσώματος

Χάσμα γενεών

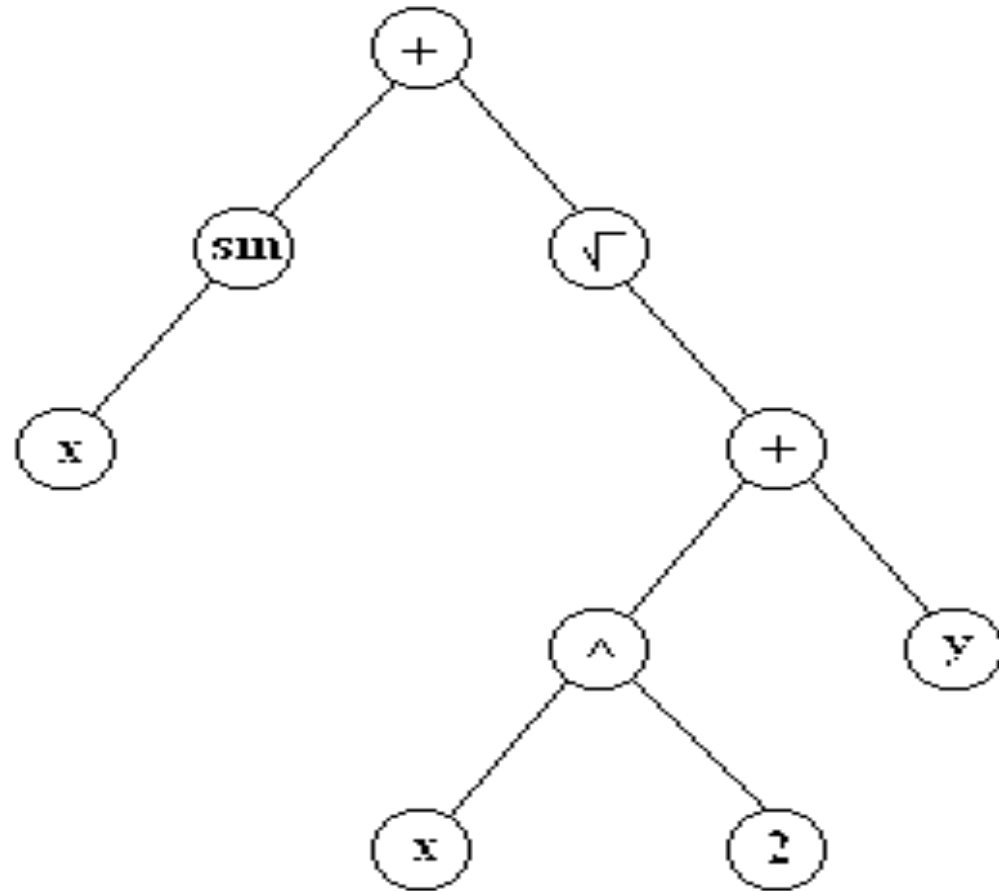
- **Χάσμα γενεών:** Το ποσοστό των χρωμοσωμάτων του πληθυσμού που ανανεώνεται μετά από κάθε φάση αναπαραγωγής.
 - Στον αλγόριθμο που είδαμε πριν, το ποσοστό ήταν 100%.
 - Σε αλγορίθμους με ποσοστό ανανέωσης $< 100\%$, **συνυπάρχουν απόγονοι με προγόνους.**
- **Επιλογή γονέων που θα αποχωρήσουν** πριν κάθε φάση αναπαραγωγής.
 - Π.χ. **τυχαία** ή με πιθανότητα αντιστρόφως ανάλογη της **καταλληλότητάς** τους.

Παρατηρήσεις για τους ΓΑ

- Ομοιότητες/διαφορές σε σχέση με **beam search**.
 - Ο πληθυσμός αντιστοιχεί στο μέτωπο του beam search.
 - Αλλά οι νέες καταστάσεις είναι συνδυασμοί στοιχείων δύο καταστάσεων του μετώπου.
- Ενδιαφέρουσες ομοιότητες με τη **φυσική εξέλιξη**.
 - Η φυσική εξέλιξη είναι πιο περίπλοκη (βλ. βιβλιογραφία).
- Έχουν χρησιμοποιηθεί πολύ σε προβλήματα **βελτιστοποίησης**.
 - Π.χ. διάταξη κυκλωμάτων, πρόγραμμα εργασιών.
- Συχνά δεν είναι καθαρό **αν και πότε υπερτερούν** άλλων μηχανισμών αναζήτησης.

Γενετικός προγραμματισμός

- Χρήση γενετικών αλγορίθμων για τη δημιουργία κατάλληλων προγραμμάτων.
- Παράσταση υποψηφίων προγραμμάτων συνήθως με χρήση **συντακτικών δένδρων**.
- **Φύλλα**: τα διαθέσιμα τερματικά σύμβολα (σταθερές, μεταβλητές).
- **Εσωτερικοί κόμβοι**: διαθέσιμες συναρτήσεις και τελεστές.



$$\sin(x) + \sqrt{x^2 + y}$$

Παραδείγματα εκπαίδευσης

- Ενδέχεται να μας έχουν δώσει παραδείγματα εισόδων και επιθυμητών εξόδων.

x	y	επιθυμητή έξοδος (z)	έξοδος προγράμματος που αξιολογείται (r)	$(z - r)^2$
2	3	3,56	2,57	0,98
4	8	4,14	4,00	0,02
...
12	7	11,75	12,51	0,57

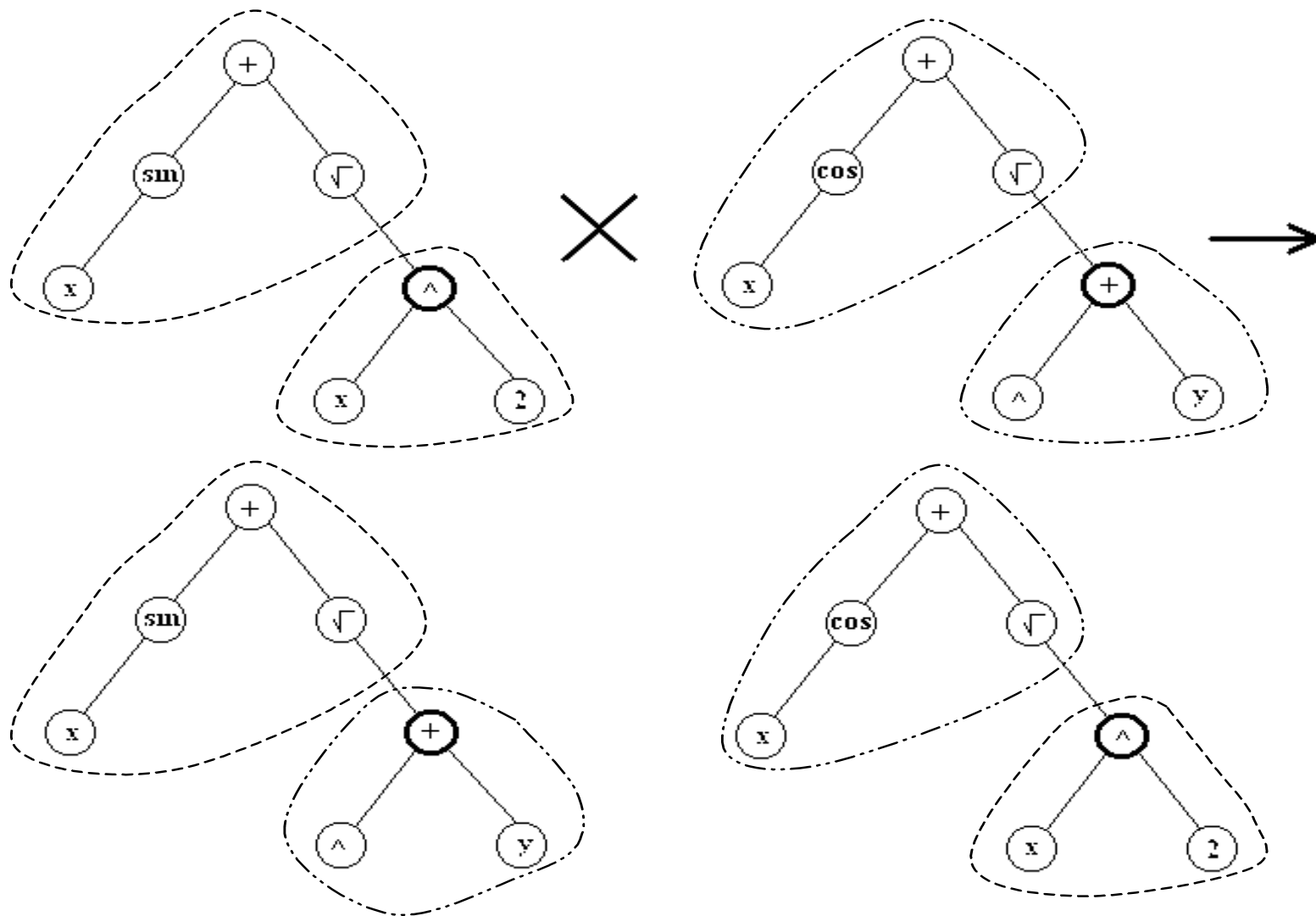
- Μπορούμε π.χ. να χρησιμοποιήσουμε ως συνάρτηση αξιολόγησης κάθε προγράμματος-χρωμοσώματος το:

$$SqErr = \sum_i (z_i - r_i)^2$$

Γενετικός προγραμματισμός

- **Αρχικός πληθυσμός:** τυχαίο σύνολο προγραμμάτων (συντακτικών δένδρων).
- **Συνάρτηση καταλληλότητας:** π.χ. το άθροισμα των τετραγώνων $SqErr$ της προηγούμενης διαφάνειας.
- **Διασταύρωση:** αντικατάσταση τυχαίου υποδένδρου του ενός γονέα με υποδένδρο του άλλου γονέα.
- **Μετάλλαξη:** τυχαία τροποποίηση συντακτικού δένδρου.

Παράδειγμα διασταύρωσης στον ΓΠ



Γραμμικός προγραμματισμός (linear programming, LP)

- Ιδιαίτερη περίπτωση βελτιστοποίησης, όπου:
 - κάθε κατάσταση μπορεί να παρασταθεί ως ένα διάνυσμα:

$$\vec{x} = \langle x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \rangle \in \mathbb{R}^n$$

- ψάχνουμε μέγιστο μια «αντικειμενικής» συνάρτησης $f(\vec{x})$ που είναι γραμμικός συνδυασμός των x_i :

$$f(\vec{x}) = c_1 \cdot x_1 + \dots + c_n \cdot x_n,$$

- θέλουμε να ικανοποιούνται γραμμικές ανισότητες:

$$a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \dots + a_{1n} \cdot x_n \leq b_1$$

...

$$a_{i1} \cdot x_1 + a_{i2} \cdot x_2 + \dots + a_{in} \cdot x_n \leq b_i$$

...

$$a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 + \dots + a_{mn} \cdot x_n \leq b_m$$

Γραμμικός προγραμματισμός – συνέχεια

- Υπάρχουν αλγόριθμοι που βρίσκουν **γρήγορα λύση**.
 - Αλγόριθμος **Simplex**: στη χειρότερη περίπτωση εκθετική πολυπλοκότητα (ως προς τον αριθμό μεταβλητών), αλλά στην πράξη πολύ γρήγορος.
 - **Υπάρχουν** και αλγόριθμοι **πολυωνυμικής** πολυπλοκότητας.
- Αλλά αν οι μεταβλητές x_i επιτρέπεται να έχουν **μόνο ακέραιες τιμές**, το πρόβλημα γίνεται **NP-hard**.
 - Και μιλάμε για «**ακέραιο** (γραμμικό) **προγραμματισμό**» (integer linear programming, ILP).
 - Υπάρχουν, όμως, πολύ καλές μέθοδοι λύσης (και υλοποιήσεις), που στην πράξη συχνά βρίσκουν γρήγορα λύση.
- Περισσότερα στα μαθήματα «**Μαθηματικός Προγραμματισμός**», «**Ειδικά Θέματα Αλγορίθμων**»
 - Εδώ «προγραμματισμός» σημαίνει «βελτιστοποίηση».

Βιβλιογραφία

- Russel & Norvig (4^η έκδοση): ενότητες 4.1.2, 4.1.3, 4.1.4.
 - Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να διαβάσουν προαιρετικά και τα υπόλοιπα τμήματα του κεφαλαίου 4, καθώς και το κεφάλαιο 6.
 - Η ενότητα 4.2 συμπεριλαμβάνει, μεταξύ άλλων, εισαγωγικές έννοιες βελτιστοποίησης και άλλες γνώσεις (π.χ. διάνυσμα κλίσης) που θα χρησιμοποιήσουμε στην ενότητα της μηχανικής μάθησης.
- Βλαχάβας κ.ά.: ενότητα 4.3.4 και κεφάλαιο 7.
 - Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να διαβάσουν προαιρετικά (εκτός εξεταστέας ύλης) το κεφάλαιο 6.

Βιβλιογραφία – συνέχεια

- Το βιβλίο *The Selfish Gene* του R. Dawkins, Oxford University Press, 2006 (40th Anniversary Edition) είναι μια εξαιρετικά ενδιαφέρουσα εισαγωγή στη θεωρία της εξέλιξης.
 - Κυκλοφορεί στα Ελληνικά με τον τίτλο *Το Εγωιστικό Γονίδιο*, εκδόσεις Κάτοπτρο, 2017.
 - Ο φυσικός μηχανισμός της εξέλιξης είναι πολύ πιο περίπλοκος από τους γενετικούς αλγορίθμους που εξετάσαμε.

