ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ATHENS UNIVERSITY OF ECONOMICS AND BUSINESS

Τεχνητή Νοημοσύνη

3η διάλεξη (2024-25)

Ίων Ανδρουτσόπουλος

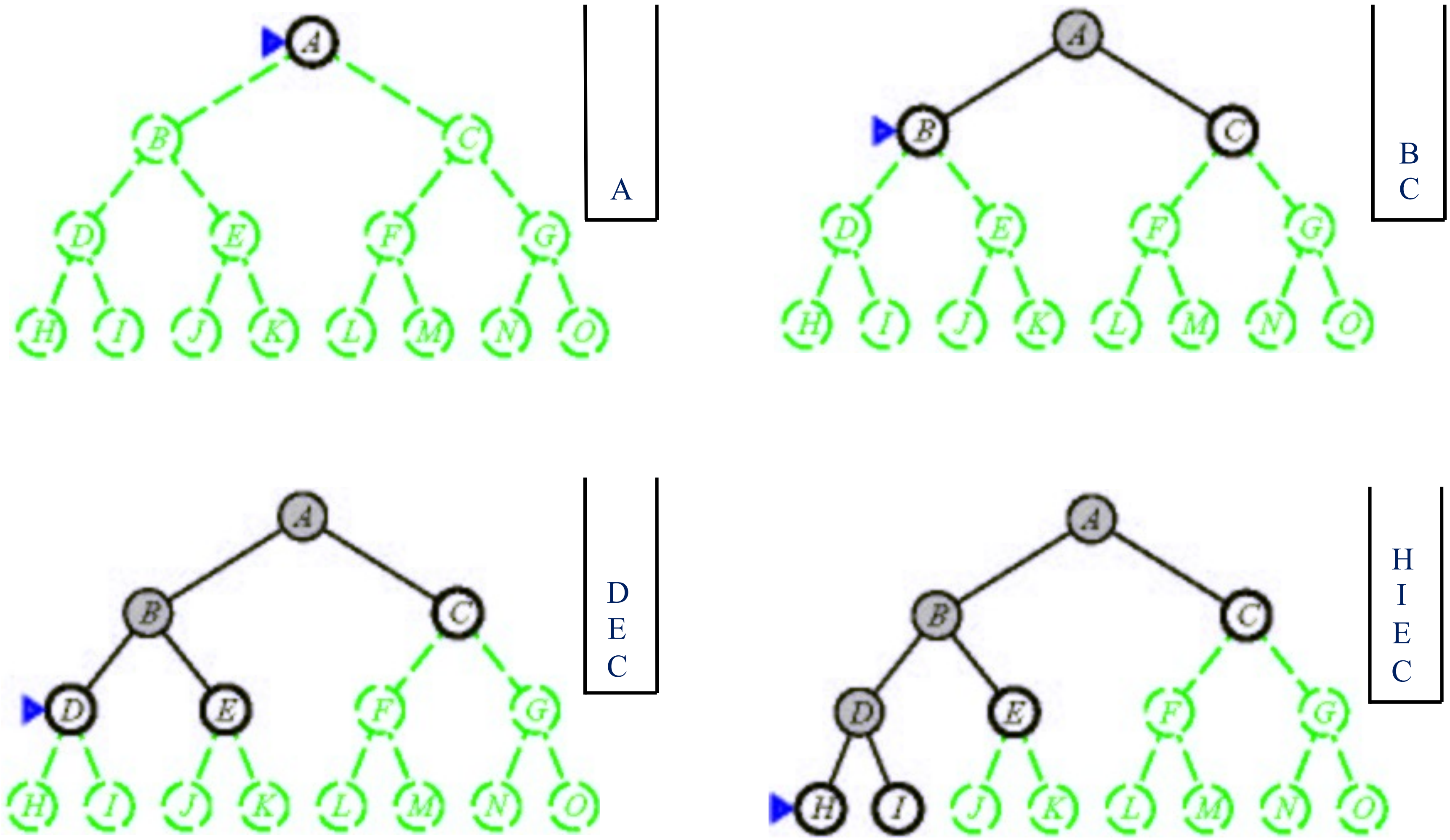
http://www.aueb.gr/users/ion/

Οι διαφάνειες αυτής της διάλεξης βασίζονται στα βιβλία *Τεχνητή Νοημοσύνη* των Βλαχάβα κ.ά., 3η έκδοση, Β. Γκιούρδας Εκδοτική, 2006 και *Artificial Intelligence – A Modern Approach* των S. Russel και P. Norvig, $2^η$ και $4^η$ έκδοση, Prentice Hall, 2003 και 2020. Τα σχήματα των διαφανειών προέρχονται από αντίστοιχες διαφάνειες των δύο βιβλίων.

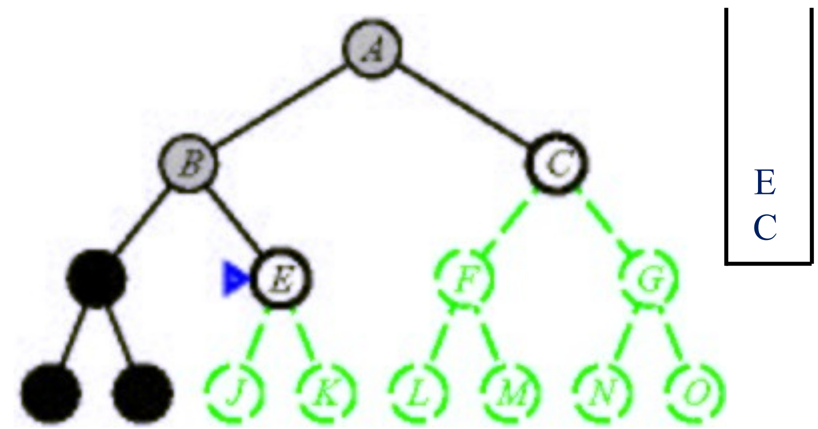
Τι θα ακούσετε σήμερα

- Αναζήτηση πρώτα σε βάθος και παραλλαγές.
- Επαναληπτική εκβάθυνση.
- Ευρετικές συναρτήσεις.
- Αναζήτηση πρώτα του καλύτερου.

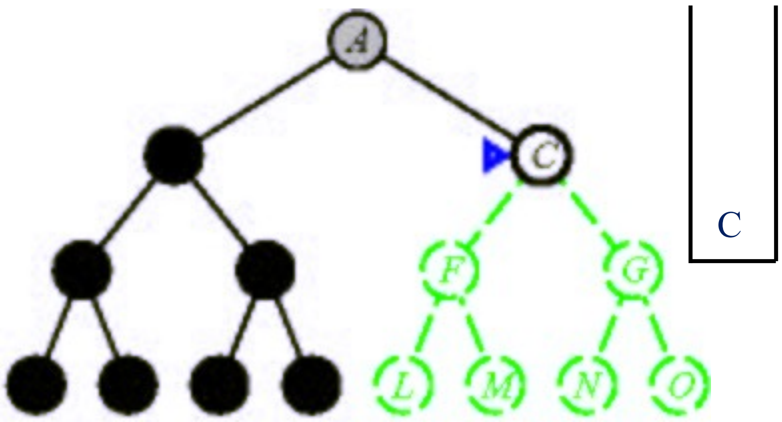
Αναζήτηση πρώτα σε βάθος (DFS)

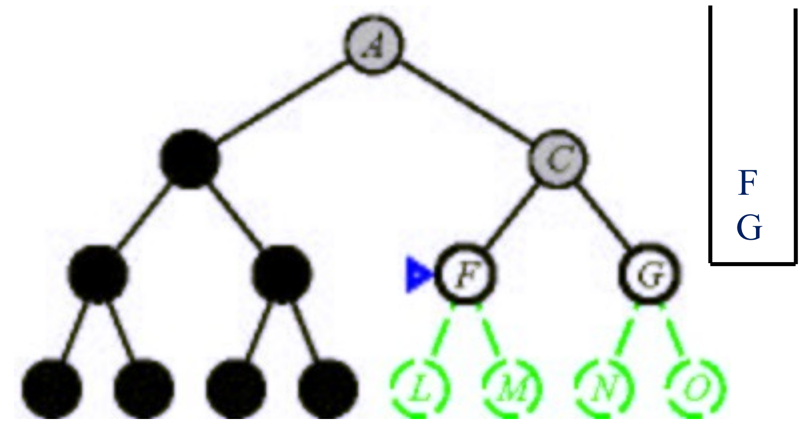


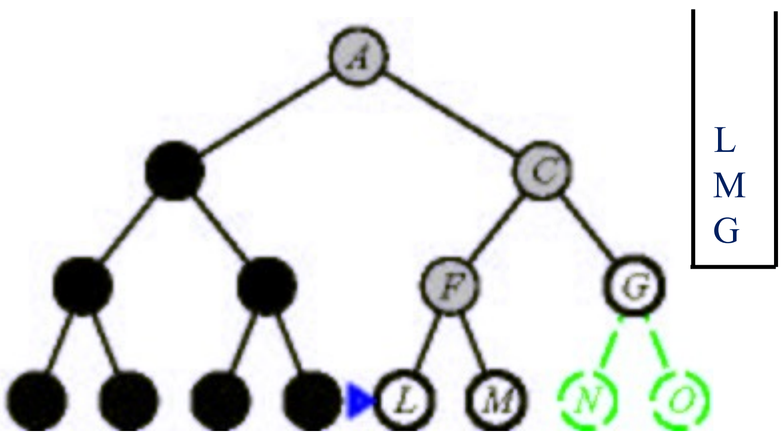
Αναζήτηση πρώτα σε βάθος (DFS)

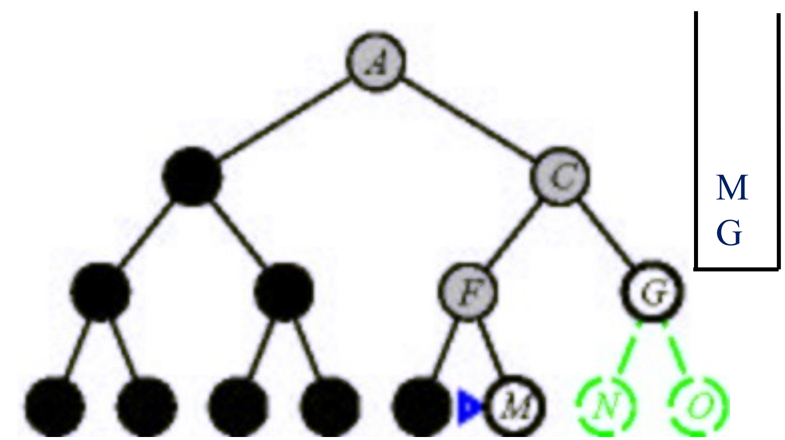


Αναζήτηση πρώτα σε βάθος (DFS)









Αναζήτηση πρώτα σε βάθος (DFS)

1. Βάλε τη **ρίζα** (κόμβος αρχικής κατάστασης) στο μέτωπο αναζήτησης.
2. Αν το **μέτωπο** είναι **άδειο**, σταμάτα.
3. Βγάλε τον **πρώτο** σε σειρά κόμβο από το μέτωπο.
4. Αν ο κόμβος αντιστοιχεί σε **τελική κατάσταση**, επίστρεψε τη λύση.
5. **Επέκτεινε** τον κόμβο και πρόσθεσε τα παιδιά στην **αρχή** του μετώπου αναζήτησης (**στοίβα**).
6. Πήγαινε στο βήμα 2.

Χαρακτηριστικά του DFS

- **Μη πλήρης**: μπορεί να παγιδευθεί σε **άπειρα κλαδιά**.
- **Μη βέλτιστος**.
  - Θεωρούμε ότι το κόστος λύσεως είναι αύξουσα συνάρτηση του βάθους (και μόνο).
  - Μπορεί να **μη** βρει μια **εναλλακτική** τελική κατάσταση σε **μικρότερο βάθος**.
- **Χρονική** πολυπλοκότητα: $\mathbf{O(b^m)}$.
  - Στη χειρότερη περίπτωση παράγουμε όλους τους κόμβους του δέντρου αναζήτησης: $b + b^2 + b^3 + \ldots + b^m = O(b^m)$.
  - Αν θέλουμε **να λάβουμε υπόψη μας και το βάθος**, έστω d', της λύσης που βρίσκουμε, στη χειρότερη περίπτωση η τελική κατάσταση της λύσης που βρίσκουμε είναι ο δεξιότερος κόμβος βάθους d'. Παράγουμε όλους τους κόμβους του δέντρου αναζήτησης εκτός από τους κόμβους του υποδέντρου της τελικής κατάστασης. $O(b^m) – O(b^{m – d'}) = O(b^m)$.

Χαρακτηριστικά του DFS – συνέχεια

- Πολυπλοκότητα **χώρου**: **O(bm)**.
  - Αποθηκεύουμε το **μέτωπο** (άσπροι) και τους **προγόνους των κόμβων του μετώπου** (γκρίζοι, για να μπορούμε να επιστρέψουμε τη λύση).
  - Η στιγμή όπου χρειαζόμαστε την περισσότερη μνήμη είναι όταν εξετάζουμε το αριστερότερο φύλλο σε βάθος m: αποθηκεύουμε τα **παιδιά όλων των προγόνων του φύλλου και τη ρίζα**, δηλαδή **mb + 1** κόμβους.
  - Κανένα ουσιώδες όφελος αν αποθηκεύουμε **μόνο το μέτωπο**: στη χειρότερη στιγμή αποθηκεύουμε τα b – 1 **παιδιά όλων των προγόνων του φύλλου και το ίδιο το φύλλο**, δηλαδή **m·(b – 1) + 1** κόμβους. Πάλι O(bm).

DFS με οπισθοδρόμηση

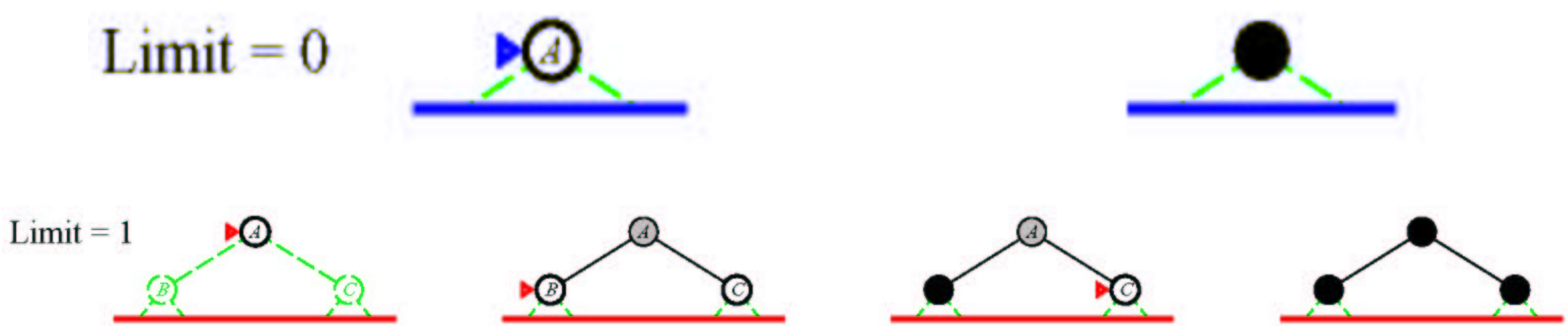
- Παράγουμε **μόνο ένα παιδί** όποτε επεκτείνουμε έναν κόμβο.
- **Οπισθοδρόμηση**:
  - Αν φτάσουμε σε αδιέξοδο, επιστρέφουμε στον πατέρα (ή αναδρομικά στους προγόνους) και ζητούμε να παραχθεί το επόμενο παιδί.
- Η πολυπλοκότητα **χώρου** μειώνεται σε **O(m)**.
  - Δεν χρειάζεται να αποθηκεύουμε το μέτωπο, αλλά **μόνο τους προγόνους**.
- Ίδια χρονική πολυπλοκότητα: $\mathbf{O(b^m)}$.

DFS με περιορισμό βάθους

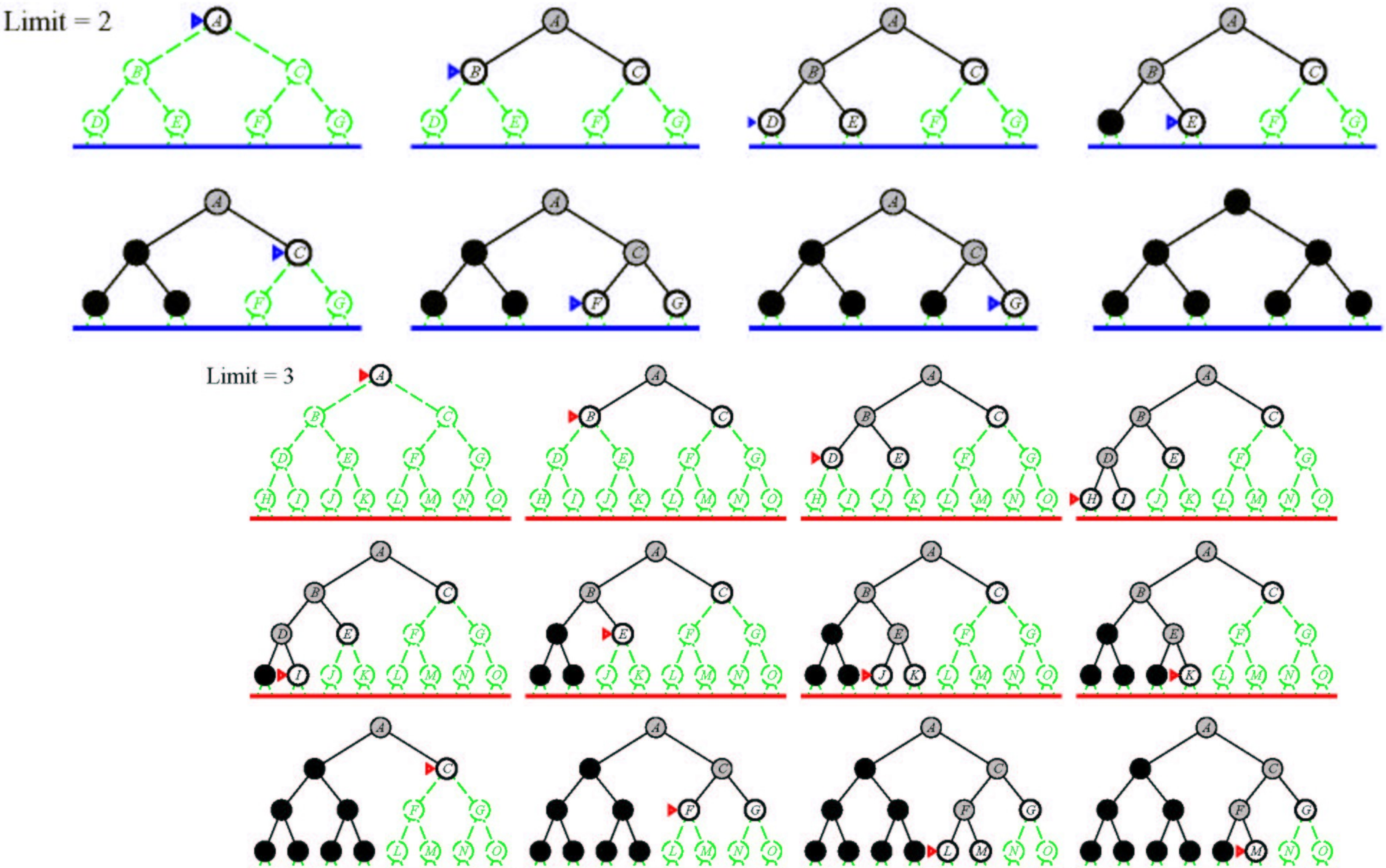
- Όπως ο DFS, αλλά με **μέγιστο επιτρεπτό βάθος (*l*)**.
  - Τους κόμβους που βρίσκονται στο μέγιστο επιτρεπτό βάθος τους αντιμετωπίζουμε σαν να μην έχουν παιδιά.
  - **Αποφεύγουμε τα άπειρα κλαδιά**.
  - Όμως δεν είναι πάντα εύκολο να διαλέξουμε το *l*.
- **Μη πλήρης**.
  - Τώρα μπορεί να αποτύχει να βρει λύση λόγω του περιορισμού βάθους.
- **Μη βέλτιστος**, όπως ο απλός DFS.
- **Χρονική** πολυπλοκότητα: $\mathbf{O(b^{l})}$.
- Πολυπλοκότητα **χώρου**: $\mathbf{O(bl)}$.

Επαναληπτική εκβάθυνση (IDS)

1. Θέσε το **μέγιστο βάθος** αναζήτησης σε 0.
2. Εφάρμοσε τον **DFS** μέχρι το μέγιστο βάθος αναζήτησης.
3. Αν βρέθηκε λύση, επίστρεψε τη λύση.
4. **Αύξησε το μέγιστο βάθος** αναζήτησης κατά 1.
5. Πήγαινε στο βήμα 2.



Επαναληπτική εκβάθυνση (IDS)



Χαρακτηριστικά του IDS

- **Πλήρης**, αν το b είναι πεπερασμένο, όπως ο BFS.
- **Βέλτιστος**, αν το κόστος λύσεως είναι αύξουσα συνάρτηση του βάθους (και μόνο), όπως ο BFS.
- Πολυπλοκότητα **χώρου**: **O(bd)**.
  - Όπως στον DFS, αλλά τώρα το **μέγιστο βάθος** στο οποίο φτάνουμε είναι **d**.
  - Δεν θα υπερβούμε ποτέ το βάθος d της ρηχότερης λύσης.
- **Χρονική** πολυπλοκότητα: $\mathbf{O(b^d)}$.
  - Συνολικά **d + 1 επαναλήψεις** (ξεκινάμε από μέγιστο βάθος 0).
  - **Οι κόμβοι βάθους h παράγονται d – (h – 1) φορές**. (Η ρίζα δεν παράγεται.)
  - $d \cdot b + (d-1) \cdot b^2 + (d-2) \cdot b^3 + \ldots + (2) \cdot b^{d-1} + (1) \cdot b^d = O(b^d)$.
- Γενικά **ο καλύτερος** αλγόριθμος τυφλής αναζήτησης.
  - Αλλά ακόμα και αυτός έχει **εκθετική** χρονική πολυπλοκότητα.

Κλειστό σύνολο

- Αποθηκεύουμε στη μνήμη το **κλειστό σύνολο**:
  - Περιέχει όλες τις καταστάσεις (όχι τους κόμβους του δένδρου αναζήτησης) που έχουμε «συναντήσει».
- **Δεν επεκτείνουμε** καταστάσεις που βρίσκονται ήδη στο κλειστό σύνολο.
  - Στον DFS αποφεύγουμε έτσι τα άπειρα μονοπάτια που αντιστοιχούν σε **κύκλους** του γράφου αναζήτησης.
  - Δεν αποφεύγουμε όμως τα υπόλοιπα άπειρα μονοπάτια που ενδέχεται να υπάρχουν σε προβλήματα με **άπειρες καταστάσεις** (π.χ. $x = 1 \rightarrow x = 2 \rightarrow x = 3 \rightarrow \ldots$).
- Με κλειστό σύνολο, **χάνεται** η **γραμμική πολυπλοκότητα χώρου** των DFS και IDS.
  - Στη χειρότερη περίπτωση, όπου όλοι οι κόμβοι αντιστοιχούν σε διαφορετικές καταστάσεις, αποθηκεύουμε στο κλειστό σύνολο όλους τους κόμβους που παράγουμε.
  - $O(b^m)$ στον DFS και $O(b^d)$ στον IDS.

Τυφλή και ευρετική αναζήτηση

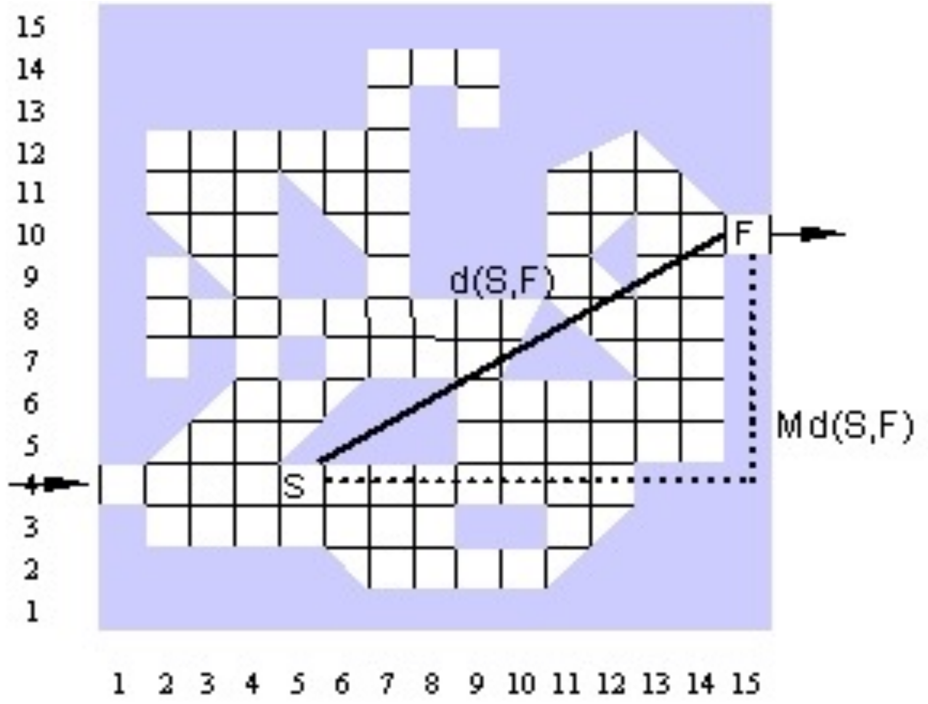
- Αλγόριθμοι **τυφλής αναζήτησης**:
  - Καμία πρόβλεψη για το αν το μονοπάτι που εξερευνούμε οδηγεί σε τελική κατάσταση, ούτε πρόβλεψη κόστους μονοπατιού.
  - Π.χ. DFS, BFS, IDS.
- Αλγόριθμοι **ευρετικής αναζήτησης**:
  - Η αναζήτηση καθοδηγείται από έναν «ευρετικό» μηχανισμό, που **αξιολογεί την κάθε δυνατή κατεύθυνση**.
  - Ο ευρετικός μηχανισμός ενσωματώνει **γνώση για το συγκεκριμένο πρόβλημα**.
  - Προτιμούμε **κατευθύνσεις** με **υψηλή προβλεπόμενη αξία** ή **χαμηλότερο προβλεπόμενο κόστος** λύσης.

Ευρετικός μηχανισμός

- Συνήθως μια **συνάρτηση** h: S → R, που αξιολογεί κάθε κατάσταση.
  - **h(s)**: **εκτίμηση του κόστους του βέλτιστου μονοπατιού** μεταβάσεων από την s ως μία **τελική κατάσταση**.
  - Οι εκτιμήσεις είναι **προσεγγιστικές** και δεν οδηγούν πάντα στο σωστό συμπέρασμα.
  - Αλλά **αν η s είναι τελική** κατάσταση, πρέπει οπωσδήποτε **h(s) = 0**.
- Γενική ιδέα: **επεκτείνουμε** την κατάσταση s του μετώπου με το **μικρότερο h(s)**.

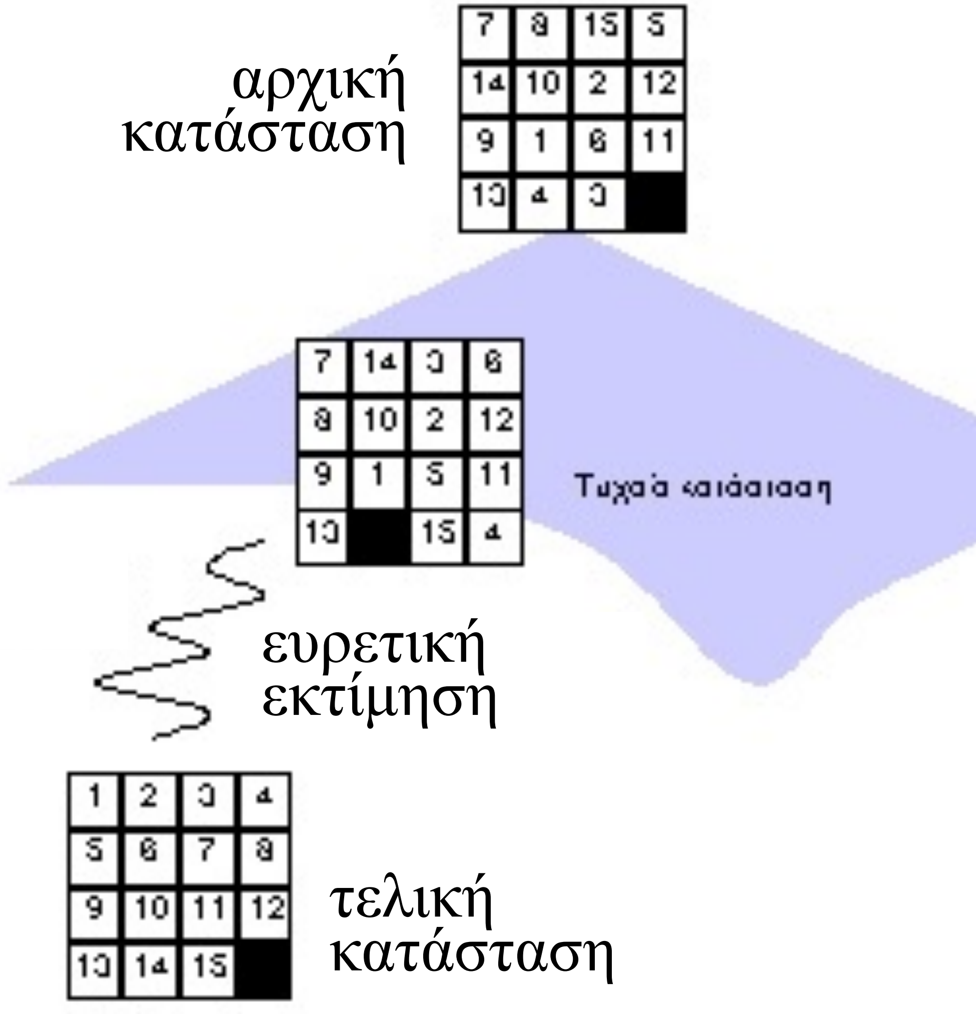
Ευρετικές συναρτήσεις

- Ευκλείδεια απόσταση: $d(S,F) = \sqrt{(X_S - X_F)^2 + (Y_S - Y_F)^2}$
- Απόσταση Manhattan: $Md(S,F) = | X_S - X_F | + | Y_S - Y_F |$



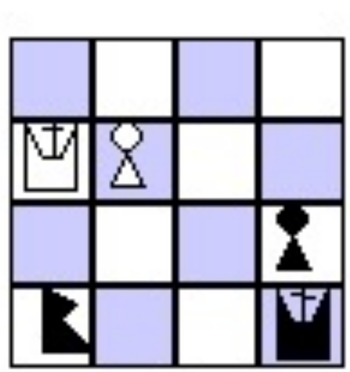
Ευρετικές συναρτήσεις

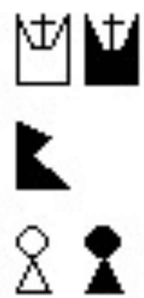
- h1(s): πόσα πλακίδια βρίσκονται **εκτός θέσης**;
- h2(s): **άθροισμα αποστάσεων** Manhattan των πλακιδίων από τις τελικές τους θέσεις.



Ευρετικές συναρτήσεις για σκάκι

- **Συνολική αξία κομματιών**: π.χ. βασιλιάς: 10, άλογο: 5, πιόνι: 1.
- **Θέση**: Κάθε κομμάτι στα 4 κεντρικά τετράγωνα παίρνει επιπλέον 2 πόντους.
- **Απειλές**: Για κάθε απειλή: 3 επιπλέον πόντοι. Απειλή προς βασιλιά: 20 πόντοι.





βασιλιάς

άλογο

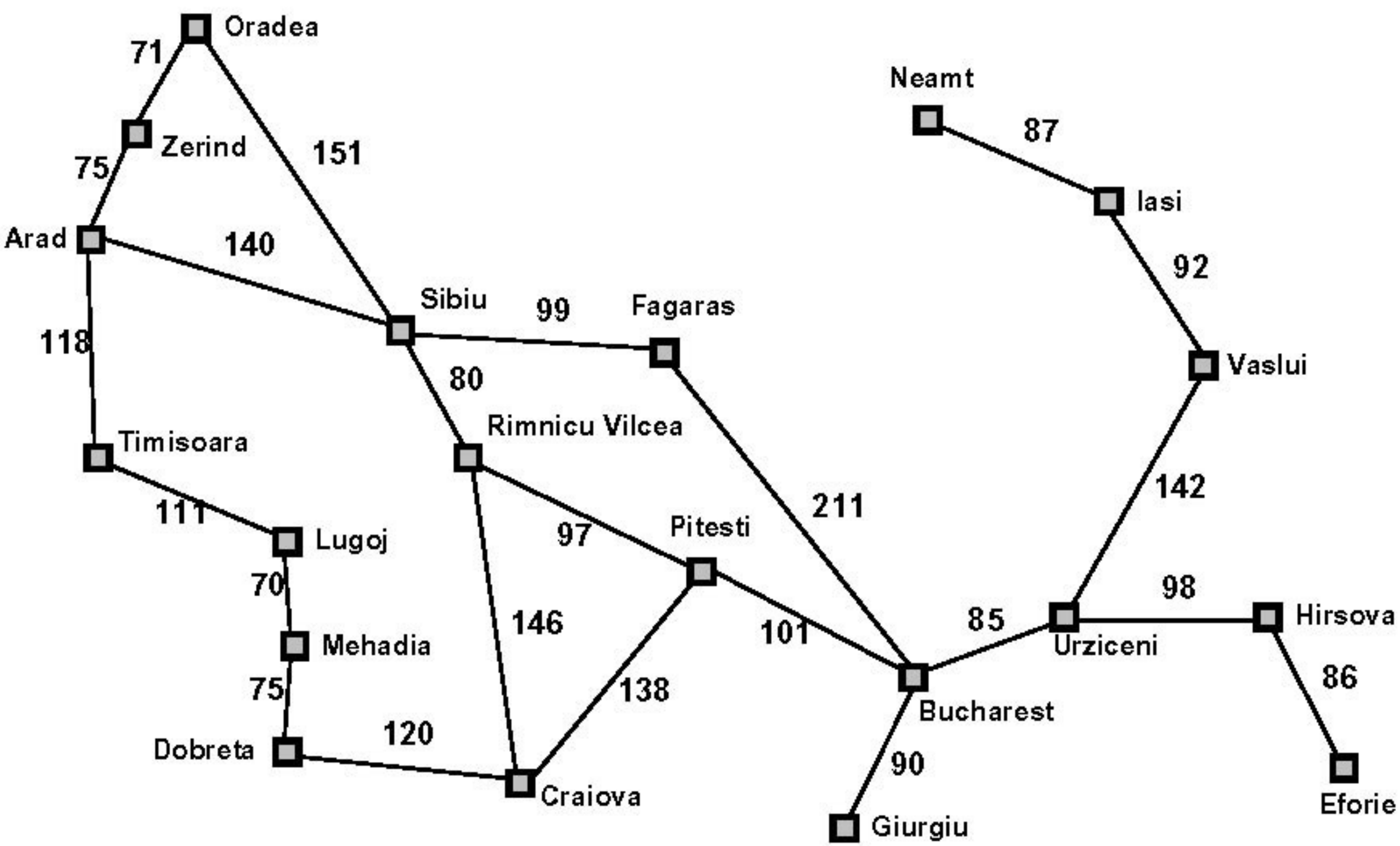
πιόνι

Αναζήτηση πρώτα του καλύτερου (BestFS)

1. Βάλε τη **ρίζα** (κόμβος αρχικής κατάστασης) στο μέτωπο αναζήτησης.
2. Αν το **μέτωπο είναι άδειο**, σταμάτα.
3. Βγάλε τον **πρώτο σε σειρά** κόμβο από το μέτωπο.
4. Αν ο κόμβος αντιστοιχεί σε **τελική κατάσταση**, τύπωσε τη λύση και σταμάτα.
5. **Επέκτεινε** τον κόμβο και **πρόσθεσε τα παιδιά στο μέτωπο αναζήτησης**.
6. **<u>Αναδιάταξε</u>** το μέτωπο αναζήτησης **σύμφωνα με την ευρετική συνάρτηση**, ώστε οι κόμβοι των καλύτερων καταστάσεων να βρίσκονται στην αρχή.
7. Πήγαινε στο βήμα 2.

Αναζήτηση με BestFS

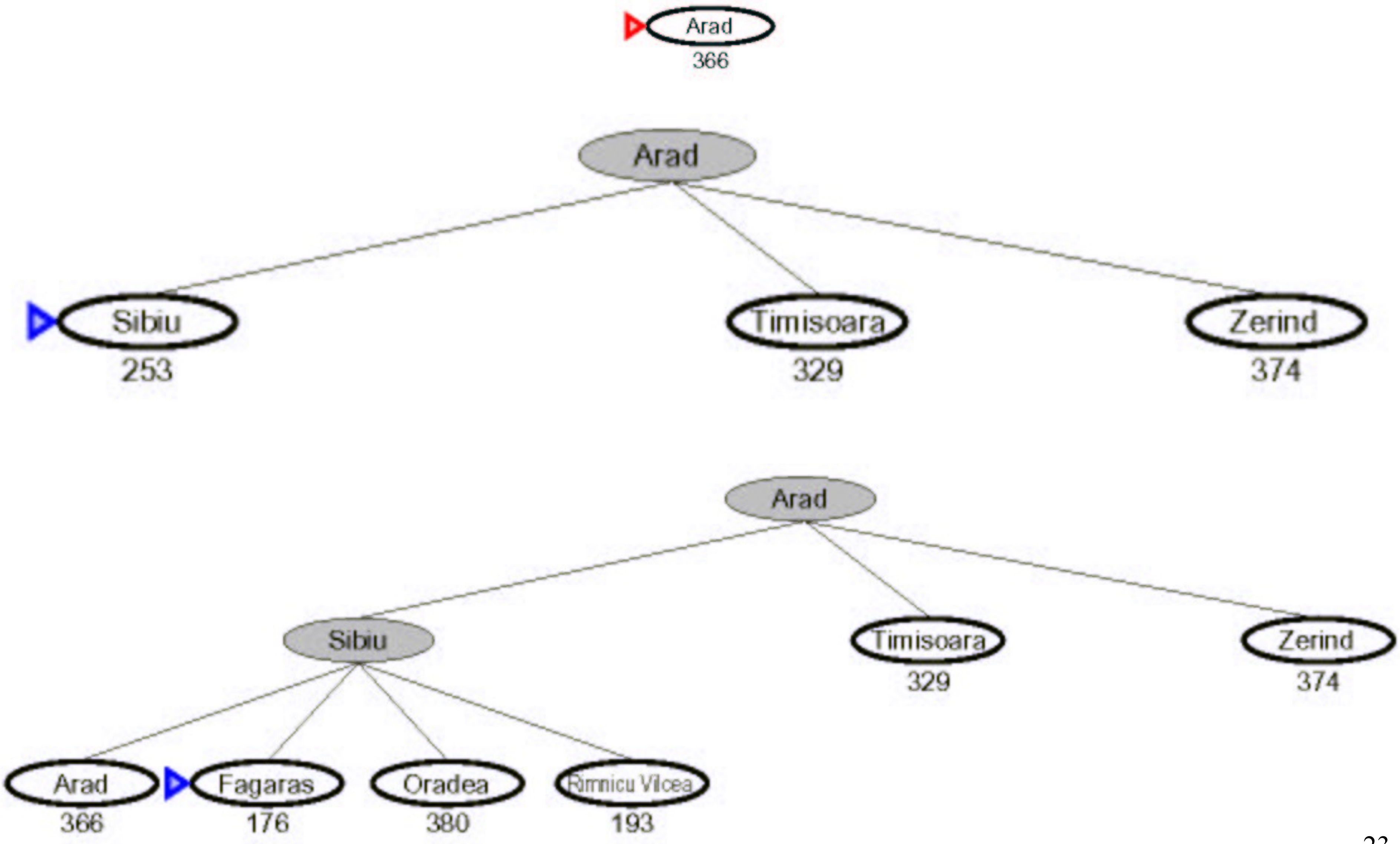
- Χρησιμοποιώντας ως ευρετική συνάρτηση την ευθεία ευκλείδεια απόσταση ως το στόχο (εδώ το Βουκουρέστι).



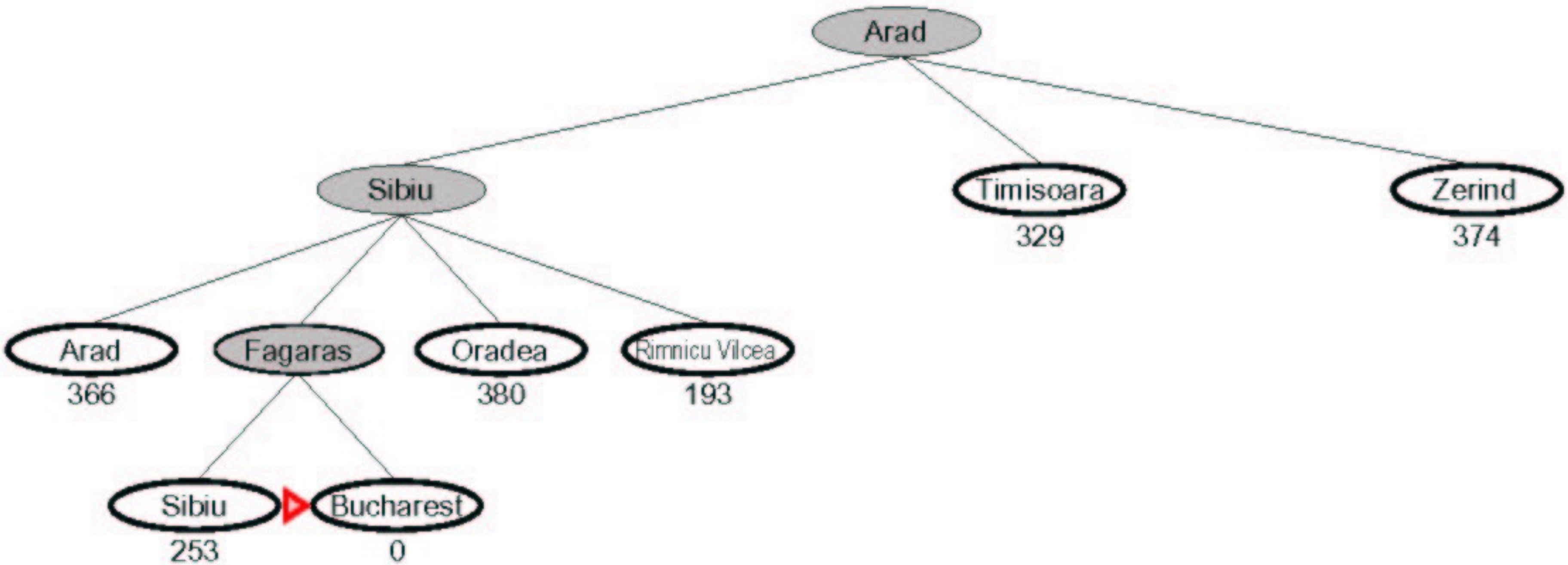
Straight−line distance to Bucharest

Arad	366
Bucharest	0
Craiova	160
Dobreta	242
Eforie	161
Fagaras	176
Giurgiu	77
Hirsova	151
Iasi	226
Lugoj	244
Mehadia	241
Neamt	234
Oradea	380
Pitesti	100
Rimnicu Vilcea	193
Sibiu	253
Timisoara	329
Urziceni	80
Vaslui	199
Zerind	374

Αναζήτηση με BestFS



Αναζήτηση με BestFS

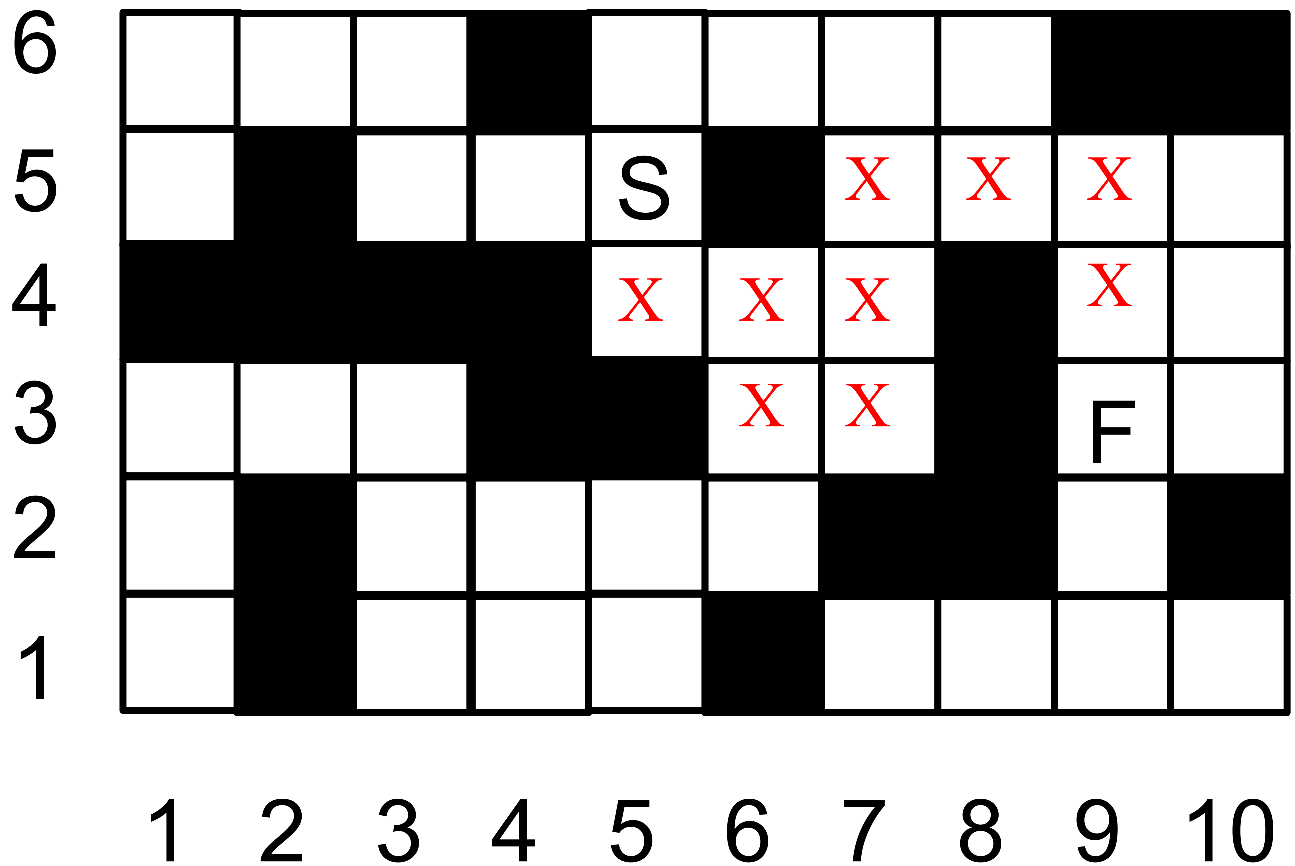


Δεν βρήκε το βέλτιστο μονοπάτι!

Χαρακτηριστικά BestFS (χωρίς Κ.Σ.)

- **Μη πλήρης**: μπορεί να παγιδευθεί σε άπειρα κλαδιά.
  - Ακόμα και σε πεπερασμένους χώρους καταστάσεων, μπορεί να παγιδευθεί σε παλινδρομήσεις (π.χ. προσπάθεια μετάβασης από Iasi σε Fagaras, παλινδρόμηση μεταξύ Neamt και Iasi).
- **Μη βέλτιστος**:
  - Εμπιστεύεται την h, που μπορεί να κάνει λάθος.
  - Και δεν λαμβάνει υπόψη του το κόστος μέχρι τα παιδιά που αξιολογεί η h (πόσο έχει κοστίσει ήδη το μονοπάτι ως εκεί).
- Πολυπλοκότητα **χρόνου**: $\mathbf{O(b^m)}$. Όπως στον DFS.
- Πολυπλοκότητα **χώρου**: $\mathbf{O(b^m)}$.
  - Αντίθετα από τον DFS, το μέτωπο δεν περιέχει σίγουρα μόνο παιδιά προγόνων ενός κόμβου και τη ρίζα.
- Όμως στην πράξη μια **καλή h(n) μπορεί να μειώσει** πολύ το χρόνο και χώρο που θα χρειαστούμε.
  - Με **ιδανική ευρετική**, που θα μας καθοδηγεί κατά μήκος του βέλτιστου μονοπατιού, θα χρειαστούμε O(bd) χρόνο και χώρο.

Αναζήτηση BestFS με κλειστό σύνολο



Αναζήτηση BestFS με κλειστό σύνολο

Μέτωπο	Κ.Σ.	Κατ/ση	Παιδιά
5-5	{}	5-5	5-4:5, 5-6:7, 4-5:7
5-4:5, 5-6:7, 4-5:7	{5-5}	5-4	5-5:6, 6-4:4
6-4:4, 5-5:6, 5-6:7, 4-5:7	+5-4	6-4	5-4:5, 6-3:3, 7-4:3
6-3:3, 7-4:3, 5-4:5, 5-5:6, …	+6-4	6-3	6-4:4, 6-2:4, 7-3:2
7-3:2, 7-4:3, 6-2:4, 6-4:4, …	+6-3	7-3	6-3:3, 7-4:3
6-3:3, 7-4:3, 6-2:4, 6-4:4, …	+7-3	6-3	(βρόχος)
7-4:3, 6-2:4, 6-4:4, …	(ίδιο)	7-4	7-5:4, 6-4:4, 7-3:2
7-3:2, 7-5:4, 6-4:4, 6-2:4, …	+7-4	7-3	(βρόχος)
7-5:4, 6-4:4, 6-2:4, …	(ίδιο)	7-5	7-4:3, 8-5:3, 7-6:5
8-5:3, 7-4:3, 7-5:4, 6-4:4, …	+7-5	8-5	8-6:4, 7-5:4, 9-5:2
9-5:2, 7-4:3, 8-6:4, 7-5:4, …	+8-5	9-5	8-5:3, 9-4:1, 10-5:3
9-4:1, 10-5:3, 8-5:3, 7-4:3, …	+9-5	9-4	9-3:0, 9-5:2, 10-4:2
9-3:0, 9-5:2, 10-4:2, 10-5:3,…	+9-4	9-3	(τελική)

Βιβλιογραφία

- Russel & Norvig (4η έκδοση): ενότητες 3.4.3, 3.4.4, 3.4.6, 3.5.1.
  - Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να μελετήσουν προαιρετικά και την ενότητα 3.4.5.
- Βλαχάβας κ.ά.: υπόλοιπο κεφ. 3 (εκτός των ενοτήτων 3.4 και 3.5), εισαγωγή κεφ. 4, ενότητες 4.1, 4.2.
  - Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να διαβάσουν προαιρετικά (εκτός εξεταστέας ύλης) και τις ενότητες του κεφ. 3 που εξαιρέθηκαν.