



# Τεχνητή Νοημοσύνη

*2η διάλεξη (2024-25)*

Ίων Ανδρουτσόπουλος

<http://www.aueb.gr/users/ion/>

Οι διαφάνειες αυτής της διάλεξης βασίζονται στα βιβλία *Τεχνητή Νοημοσύνη των Βλαχάβα κ.ά.*, 3η έκδοση, Β. Γκιούρδας Εκδοτική, 2006 και *Artificial Intelligence – A Modern Approach* των S. Russel και P. Norvig, 2<sup>η</sup> και 4<sup>η</sup> έκδοση, Prentice Hall, 2003 και 2020. Τα περισσότερα σχήματα των διαφανειών προέρχονται από αντίστοιχες διαφάνειες των δύο βιβλίων.

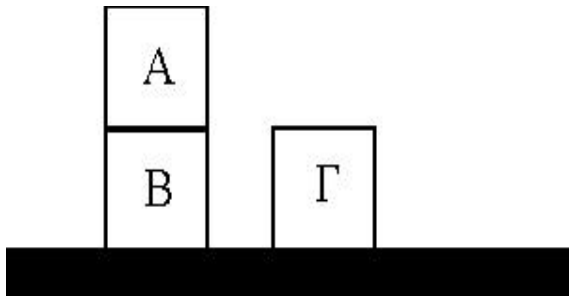
# Τι θα ακούσετε σήμερα

- Επίλυση προβλημάτων με αναζήτηση σε χώρους καταστάσεων.
- Αναζήτηση πρώτα σε πλάτος.
- Χρήση κλειστού συνόλου.

# Επίλυση προβλημάτων

- Χαρακτηριστικό γνώρισμα νοημοσύνης.
- Παραδείγματα **δύσκολων προβλημάτων**:
  - απόδειξη μαθηματικού θεωρήματος,
  - προγραμματισμός εργασιών σε εργοστάσιο,
  - σκάκι.
- Παραδείγματα **απλούστερων προβλημάτων** για διδακτικούς σκοπούς:
  - τρίλιζα,
  - κύβοι,
  - πλακίδια.
- Οι πιο προχωρημένες τεχνικές που θα μελετήσουμε εφαρμόζονται και σε δυσκολότερα προβλήματα.

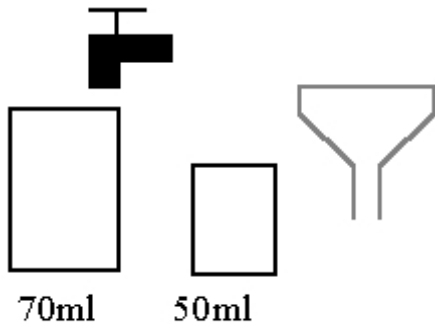
# Απλά προβλήματα διδασκαλίας



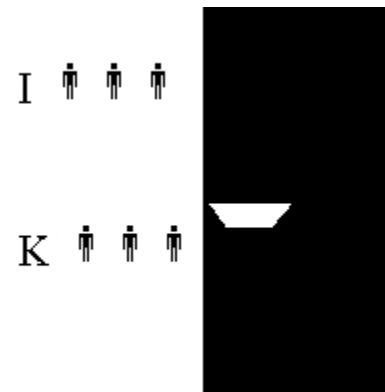
κύβοι

8	3	5
4	1	7
2		6

πλακίδια



ποτήρια



κανίβαλοι & ιεραπόστολοι

# Παράσταση προβλήματος

8	3	5
4	1	7
2		6

Αρχική Κατάσταση

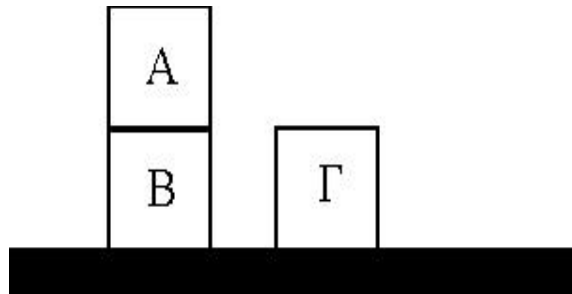
1	2	3
4	5	6
7	8	

Τελική Κατάσταση

- **Αρχική κατάσταση και τελική κατάσταση**
  - Ενδέχεται να υπάρχουν πολλές τελικές καταστάσεις.
  - Ενδέχεται να γνωρίζουμε μόνο μερικά επιθυμητά χαρακτηριστικά τους (π.χ. να μην μπορεί να κινηθεί ο βασιλιάς).
- **Διαθέσιμες ενέργειες (τελεστές μετάβασης)**
  - Π.χ. μετακίνηση πλακιδίου αριστερά, δεξιά, κ.λπ.
- **Αρχικές παραδοχές για απλούστευση:**
  - Το περιβάλλον **δεν αλλάζει** όσο ψάχνουμε και έχουμε **πλήρη εικόνα** του.
  - Οι **κανόνες του παιχνιδιού** (γενικότερα του κόσμου) είναι **γνωστοί**.
  - Υπάρχουν **πεπερασμένες δυνατές ενέργειες** και γνωρίζουμε πλήρως τις **συνέπειές** τους. **Δεν** υπάρχουν **αντίπαλοι**. **Δεν** υπάρχουν **τυχειότητες**.

# Καταστάσεις

- **Κατάσταση:** Παράσταση ενός στιγμιότυπου του κόσμου του προβλήματος.
  - Περιέχει μόνο πληροφορίες σχετικές με τη λύση του προβλήματος (**αφαιρετική παράσταση** του στιγμιότυπου).
  - Περιέχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες που σχετίζονται με τη λύση (**επαρκής παράσταση** του στιγμιότυπου).
  - Η **επιλογή τρόπου παράστασης** απαιτεί και αυτή ευφυΐα! Εδώ θεωρούμε ότι κάποιος έχει ήδη επιλέξει κατάλληλο τρόπο παράστασης των στιγμιότυπων.
  - Στην πράξη συνήθως χρησιμοποιείται μια **τυπική γλώσσα παράστασης γνώσεων** (π.χ. λογική).



blocks([a,b,c]).

on(a,b).

on(b, table).

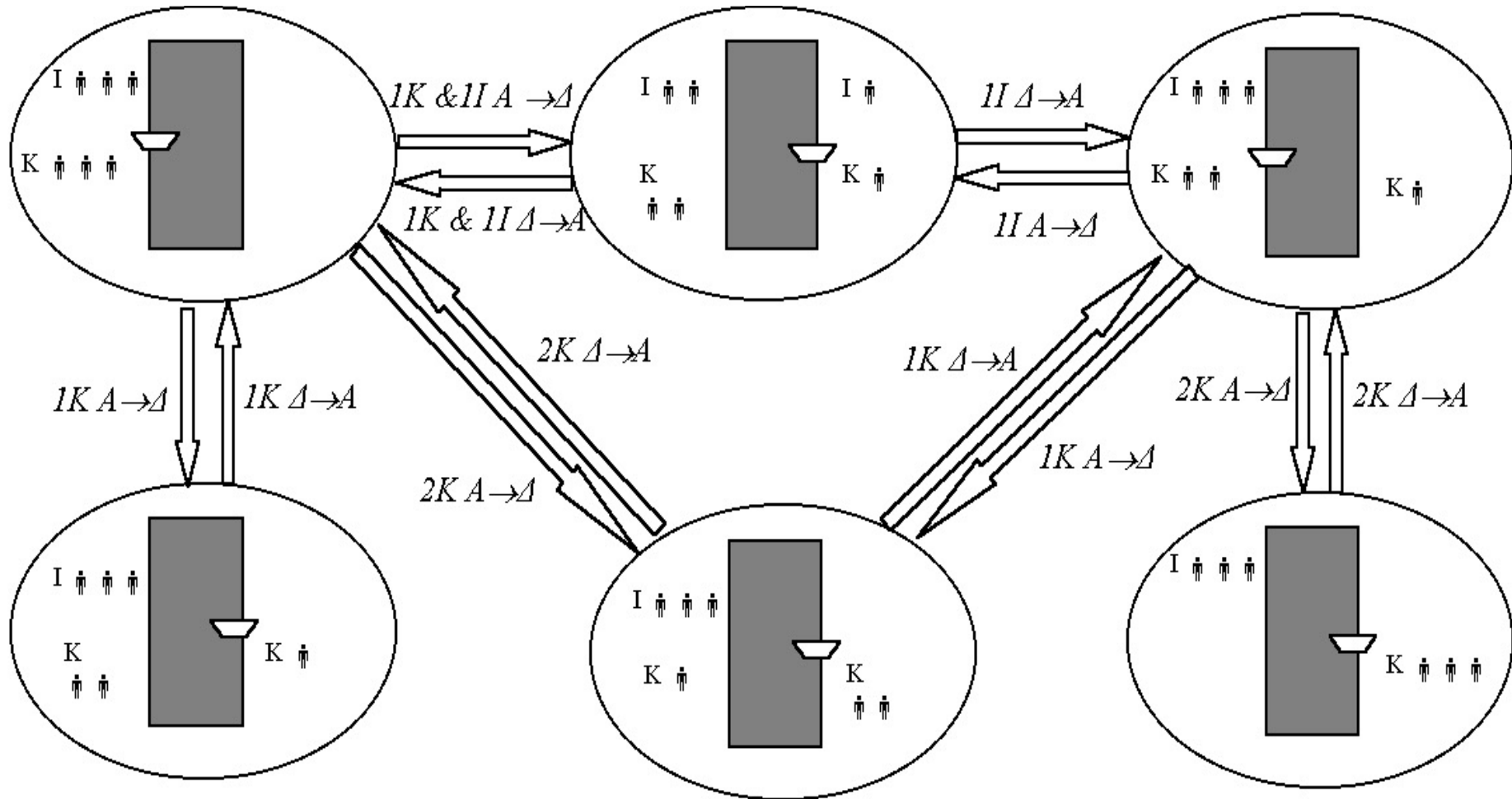
on(c, table).

# Παράδειγμα τελεστή μετάβασης

- **Τελεστής:** Μεταφορά 2 ιεραποστόλων από την όχθη A στην όχθη B.
- **Προϋποθέσεις:**
  - Τουλάχιστον 2 ιεραπόστολοι στην όχθη A.
  - Βάρκα στην όχθη A.
  - Προκύπτει επιτρεπτός συσχετισμός ιεραποστόλων-κανιβάλων στις όχθες.
- **Αποτέλεσμα:**
  - Βάρκα στην όχθη B.
  - Ο αριθμός ιεραποστόλων στην όχθη A μειώνεται κατά 2.
  - Ο αριθμός ιεραποστόλων στην όχθη B αυξάνεται κατά 2.



# Παράδειγμα χώρου καταστάσεων



# Χώρος καταστάσεων και αναζήτησης

- **Χώρος καταστάσεων:**
  - Το σύνολο των επιτρεπτών καταστάσεων.
- Μπορεί να παρασταθεί ως γράφος, μαζί με τις δυνατές μεταβάσεις:
  - **Κόμβοι:** επιτρεπτές καταστάσεις.
  - **Ακμές:** δυνατές μεταβάσεις με χρήση τελεστών.
- **Χώρος αναζήτησης:**
  - Υποσύνολο του χώρου καταστάσεων.
  - Περιέχει μόνο τις καταστάσεις στις οποίες μπορούμε να φτάσουμε από την αρχική.

# Τυπική παράσταση προβλήματος

- Πρόβλημα:  $\mathbf{P} = (\mathbf{S}, \mathbf{I}, \mathbf{G}, \mathbf{T}, \mathbf{c})$ 
  - $\mathbf{S}$ : το σύνολο των καταστάσεων.
  - $\mathbf{I}$ : αρχική κατάσταση ( $\mathbf{I} \in \mathbf{S}$ ).
  - $\mathbf{G}$ : το σύνολο των τελικών καταστάσεων ( $\mathbf{G} \subseteq \mathbf{S}$ ).
  - $\mathbf{T}$ : το σύνολο των τελεστών μετάβασης.
  - $\mathbf{c}$ : συνάρτηση κόστους (βλ. παρακάτω).
- Λύση προβλήματος:
  - $\langle \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \dots, \mathbf{t}_n \rangle$ , με  $\mathbf{t}_n(\dots(\mathbf{t}_2(\mathbf{t}_1(\mathbf{I})))) = \mathbf{g}$ ,  $\mathbf{g} \in \mathbf{G}$ ,  $\mathbf{t}_i \in \mathbf{T}$ .
  - Παράδειγμα: κινήσεις που λύνουν το πρόβλημα των κανιβάλων ή εφαρμογές αξιωμάτων και γνωστών θεωρημάτων που αποδεικνύουν κάποιο ζητούμενο.
  - Μπορεί να μας ενδιαφέρει μόνο να βρούμε μια τελική κατάσταση, όχι το πώς φτάνουμε σε αυτήν (π.χ. εύρεση προγράμματος εξετάσεων που ικανοποιεί περιορισμούς).

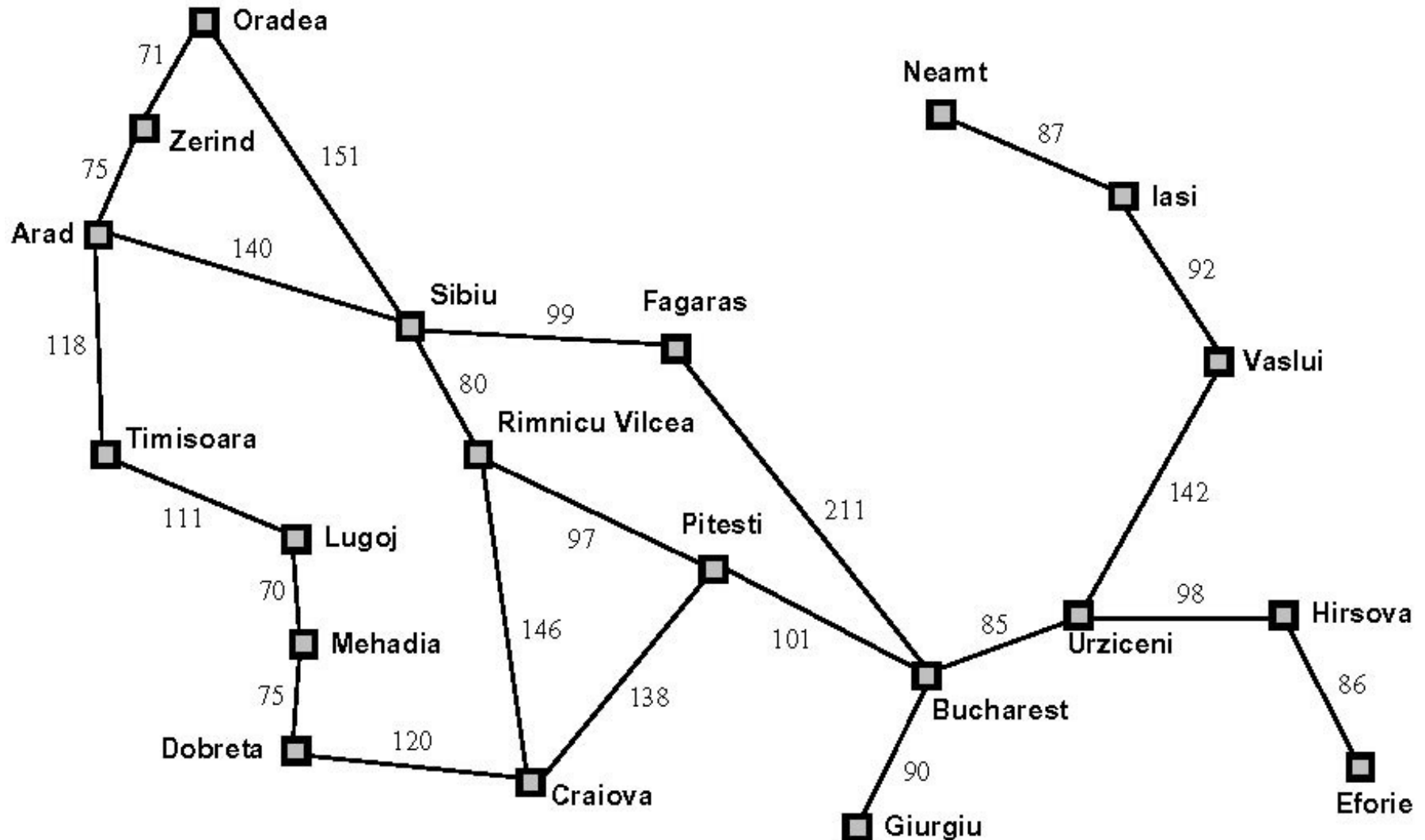
# Παράδειγμα λύσης

- **αρχική κατάσταση:** 3 I, 3 K || 0 I, 0 K (βάρκα αριστερά)
  - 1 I & 1 K, A  $\rightarrow$   $\Delta$
- **S1:** 2 I, 2 K || 1 I, 1 K (βάρκα δεξιά)
  - 1 I, A  $\leftarrow$   $\Delta$
- **S2:** 3 I, 2 K || 0 I, 1 K (βάρκα αριστερά)
  - 2 K, A  $\rightarrow$   $\Delta$
- **S3:** 3 I, 0 K || 0 I, 3 K (βάρκα δεξιά)
  - 1 K, A  $\leftarrow$   $\Delta$
- **S4:** 3 I, 1 K || 0 I, 2 K (βάρκα αριστερά)
  - 2 I, A  $\rightarrow$   $\Delta$
- **S5:** 1 I, 1 K || 2 I, 2 K (βάρκα δεξιά)

# Παράδειγμα λύσης – συνέχεια

- **S5:** 1 I, 1 K || 2 I, 2 K (βάρκα δεξιά)
  - 1 I & 1 K, A ← Δ
- **S6:** 2 I, 2 K || 1 I, 1 K (βάρκα αριστερά)
  - 2 I, A → Δ
- **S7:** 0 I, 2 K || 3 I, 1K (βάρκα δεξιά)
  - 1 K A ← Δ
- **S8:** 0 I, 3 K || 3 I, 0 K (βάρκα αριστερά)
  - 2 K, A → Δ
- **S9:** 0 I, 1 K || 3 I, 2 K (βάρκα δεξιά)
  - 1 I, A ← Δ
- **S10:** 1 I, 1 K || 2 I, 2 K (βάρκα αριστερά)
- 1 I & 1 K, A → Δ
- **τελική κατάσταση:** 0 I, 0 K || 3 I, 3 K (βάρκα δεξιά)

# Κόστος μεταβάσεων

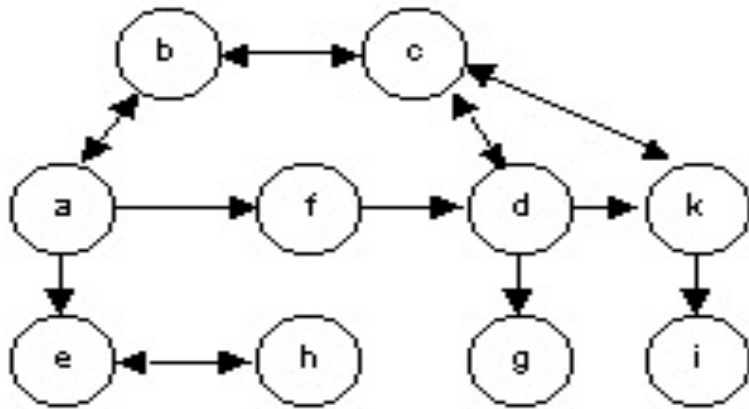


# Κόστος λύσεως

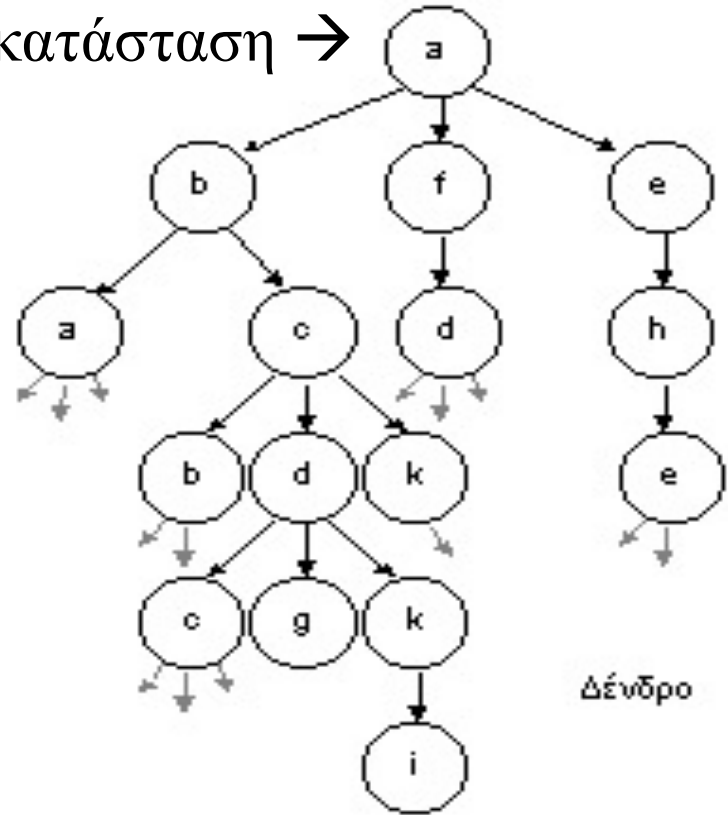
- $c(s_1, t, s_2) \in \mathbb{R}$ : **Κόστος μεταβάσεως** από την  $s_1$  στην  $s_2$  με τον τελεστή  $t$ .
  - Στο πρόβλημα των κανιβάλων και ιεραποστόλων, όλες οι μεταβάσεις είχαν κόστος 1.
- Θεωρούμε ότι το **κόστος μιας λύσης** (μονοπατιού) είναι το άθροισμα του κόστους των μεταβάσεών της.
  - Π.χ. η **πιο σύντομη** διαδρομή ή μαθηματική απόδειξη.
  - Δεν ισχύει πάντα. Μπορεί π.χ. το κόστος της λύσης να θεωρούμε ότι εξαρτάται **μόνο από την τελική κατάσταση** στην οποία φτάσαμε (π.χ. κόστος υλοποίησης προγράμματος εξετάσεων), όχι από τις μεταβάσεις που οδήγησαν σε αυτήν.
- **Βέλτιστη λύση**: εκείνη με το μικρότερο κόστος.

# Ο χώρος αναζήτησης ως δένδρο

αρχική κατάσταση →



Γράφος



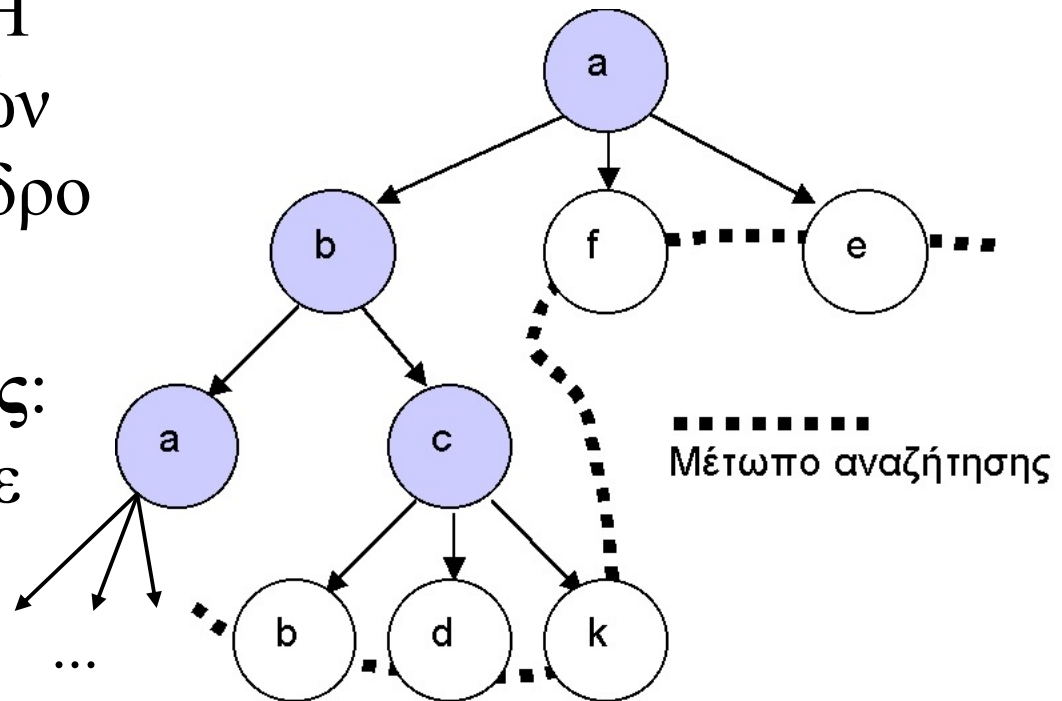
Δένδρο

- Στο δένδρο μπορεί να υπάρχουν **πολλοί κόμβοι για την ίδια κατάσταση** (π.χ. περίπτωση επιστροφής σε μία κατάσταση).
- Κύκλοι του γράφου → **άπειρα μονοπάτια** του δένδρου.
- **Φύλλα** του δένδρου: τελικές καταστάσεις ή **αδιέξοδα**.



# Επέκταση και μέτωπο αναζήτησης

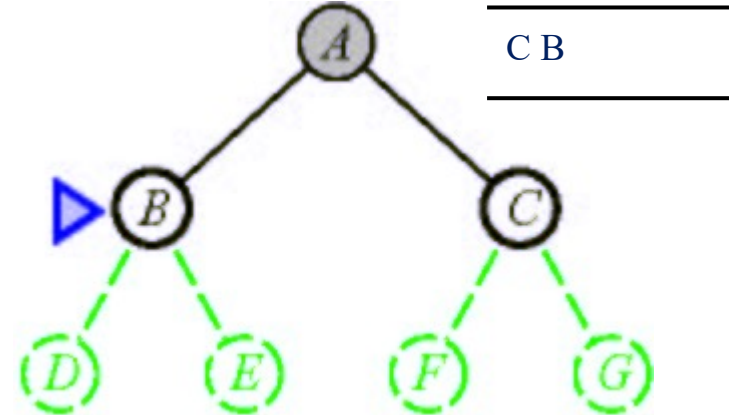
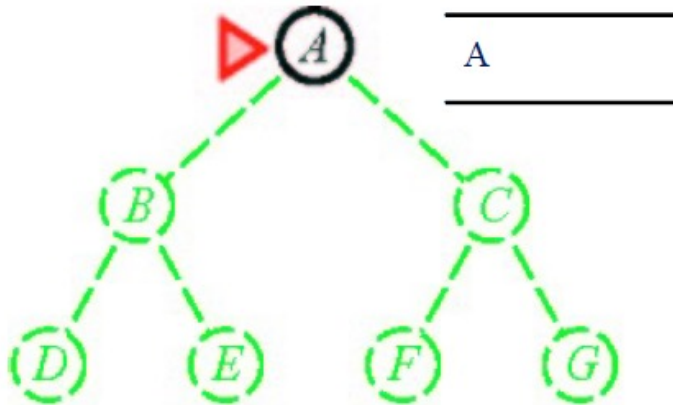
- **Επέκταση κόμβου:** Η παραγωγή των παιδιών ενός κόμβου στο δένδρο αναζήτησης.
- **Μέτωπο αναζήτησης:** Οι κόμβοι που έχουμε παραγάγει και δεν έχουμε επεκτείνει.



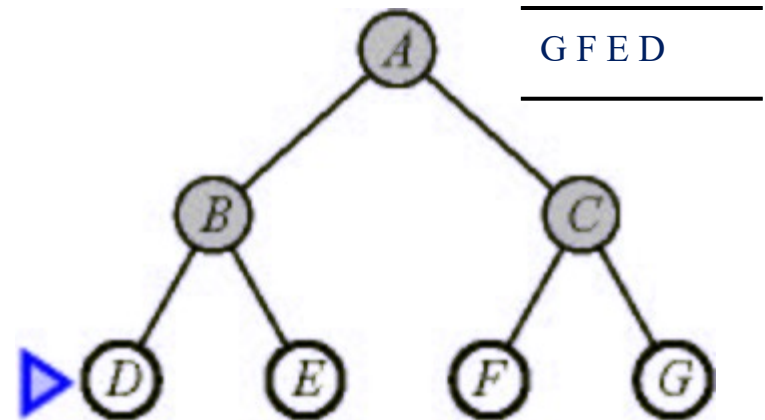
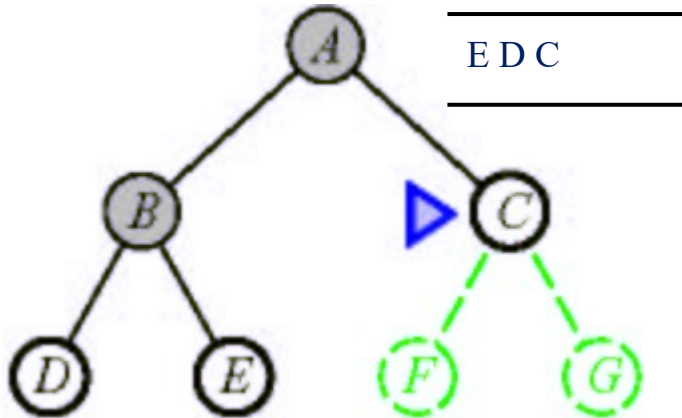
# Αξιολόγηση αλγορίθμων αναζήτησης

- **Πλήρης αλγόριθμος:**
  - Βρίσκει πάντα μια λύση, αν υπάρχει.
- **Βέλτιστος αλγόριθμος:**
  - Η λύση που βρίσκει (αν βρει) είναι βέλτιστη.
- **Πολυπλοκότητα χρόνου και χώρου:**
  - Απαιτήσεις σε χρόνο και μνήμη, συναρτήσεων των:
  - **Μέγιστος παράγοντας διακλάδωσης (b):** Ο μέγιστος δυνατός αριθμός παιδιών που προκύπτουν από την επέκταση ενός κόμβου.
  - **Βάθος της ρηχότερης λύσης (d).**
  - **Μέγιστο δυνατό βάθος (m)** στο δέντρο αναζήτησης. Μπορεί να είναι άπειρο.

# Αναζήτηση πρώτα σε πλάτος (BFS)



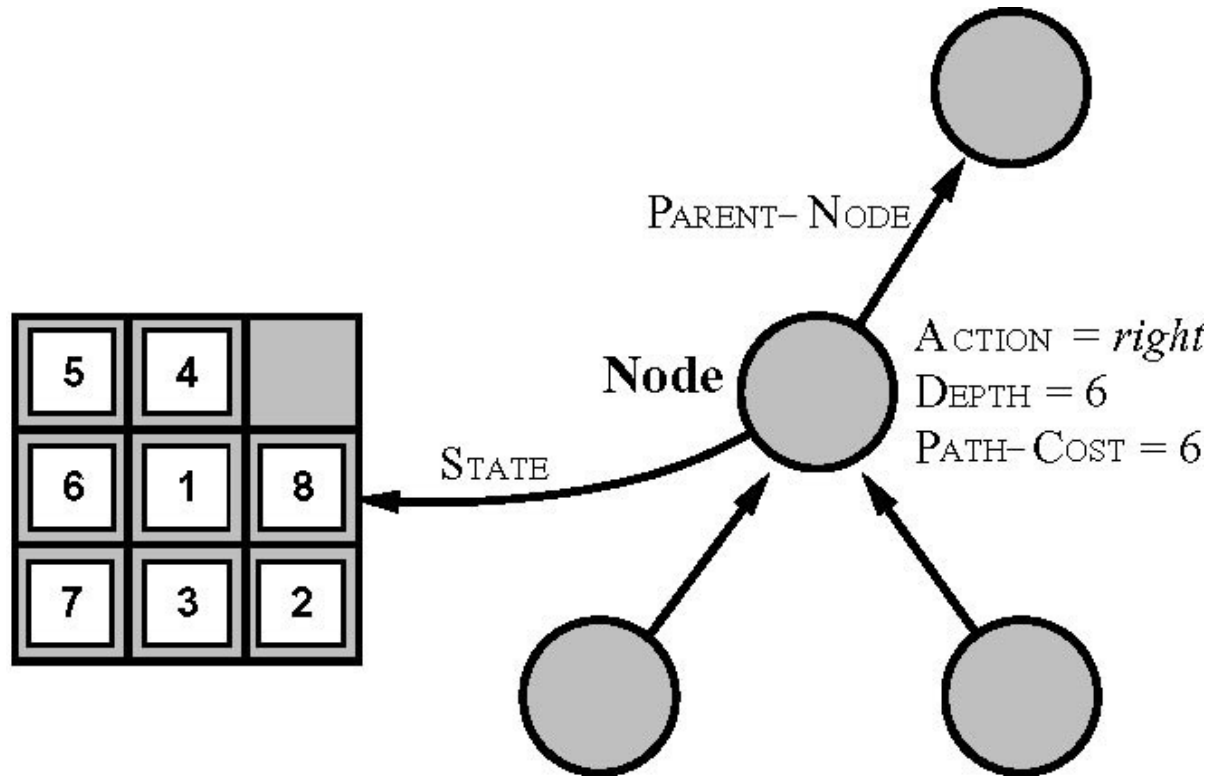
Δεν επεκτείνει κατώτερους κόμβους, αν δεν επεκτείνει πρώτα όλους τους κόμβους του μετώπου που ανήκουν σε ανώτερο επίπεδο.



# Αναζήτηση πρώτα σε πλάτος (BFS)

1. Βάλε τη **ρίζα** (κόμβος αρχικής κατάστασης) στο μέτωπο αναζήτησης.
2. Αν το **μέτωπο** είναι **άδειο**, σταμάτα.
3. Βγάλε τον **πρώτο** σε σειρά κόμβο από το μέτωπο.
4. Αν ο κόμβος αντιστοιχεί σε **τελική κατάσταση**, επέστρεψε τη λύση.
5. **Επέκτεινε** τον κόμβο και πρόσθεσε τα παιδιά του στο **τέλος** του μετώπου αναζήτησης (**ουρά**).
6. Πήγαινε στο βήμα 2.

# Κόμβοι που παριστάνουν καταστάσεις

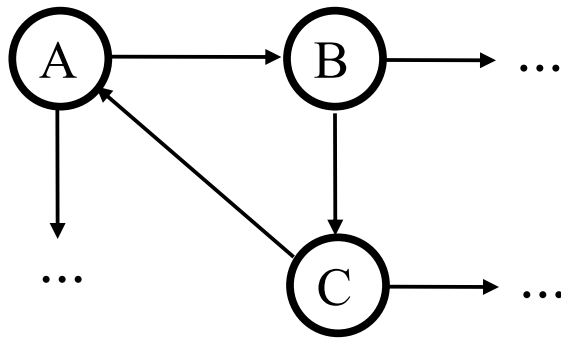


- Περιεχόμενα κάθε κόμβου:
  - **Κατάσταση** που παριστάνει.
  - **Πατέρας** και **τελεστής** που οδήγησαν σε αυτή.
  - **Βάθος**, **κόστος** μονοπατιού ως εκεί κ.λπ.

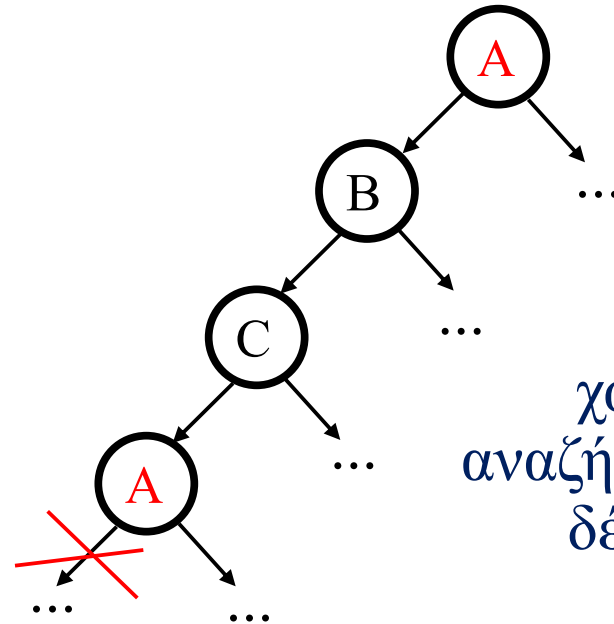
# Χαρακτηριστικά του BFS

- **Πλήρης**, αν το  $b$  είναι πεπερασμένο.
- **Βέλτιστος**, αν το κόστος λύσεως είναι αύξουσα συνάρτηση (αποκλειστικά) του βάθους.
  - Π.χ. αν όλες οι μεταβάσεις κοστίζουν το ίδιο  $c > 0$ .
- **Χρονική πολυπλοκότητα:  $O(b^{d+1})$ .**
  - Μετράμε πόσους κόμβους παράγουμε.
  - Στη χειρότερη περίπτωση, η τελική κατάσταση είναι ο τελευταίος κόμβος που εξετάζουμε στο επίπεδό της.
  - $b + b^2 + b^3 + \dots + b^d + (b^{d+1} - b) = O(b^{d+1})$ .
- **Πολυπλοκότητα χώρου:  $O(b^{d+1})$ .**
  - Αποθηκεύουμε όλους τους κόμβους που παράγουμε, για να μπορέσουμε να επιστρέψουμε τη λύση.
  - Ίδια πολυπλοκότητα και αν αποθηκεύουμε μόνο το μέτωπο.

# Προβλήματα με κύκλους



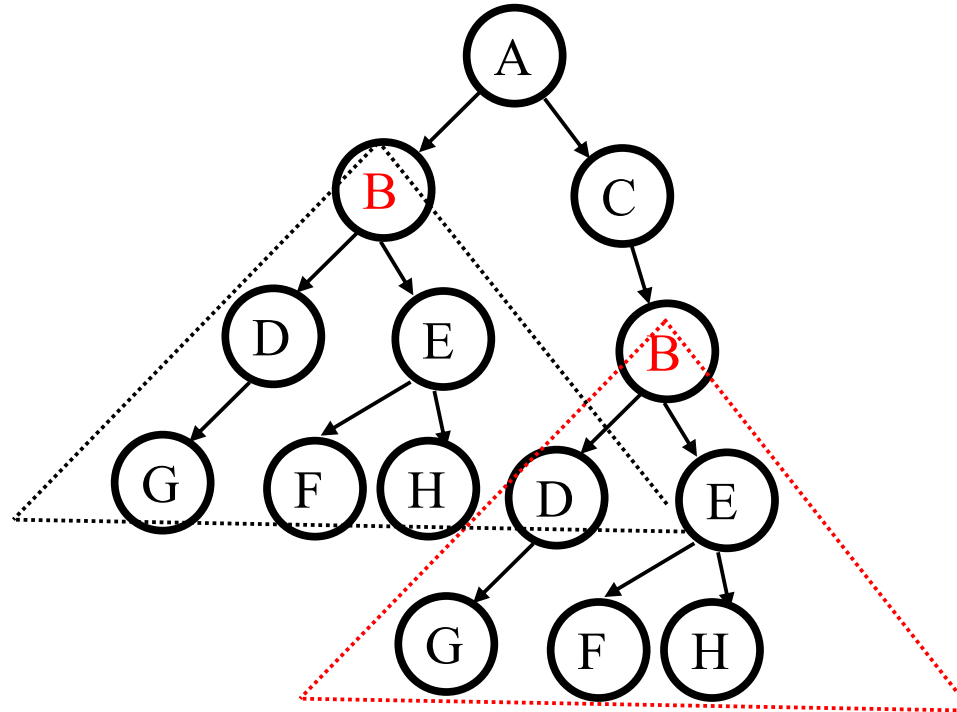
χώρος αναζήτησης ως γράφος



χώρος αναζήτησης ως δέντρο

- Οι κύκλοι του γράφου αναζήτησης γίνονται **άπειρα μονοπάτια** στο δένδρο αναζήτησης.
- Αν δεν υπάρχει λύση, ο BFS θα συνεχίσει να ψάχνει κατά μήκος των άπειρων μονοπατιών.
- **Δεν θέλουμε** να ψάχνουμε κάτω από κόμβους **καταστάσεων** που έχουμε ήδη **συναντήσει**, για να αποφύγουμε τέτοια άπειρα μονοπάτια (κύκλους).

# Αποφυγή άσκοπης έρευνας



- Γενικότερα **δεν θέλουμε** να ψάχνουμε κάτω από κόμβους **καταστάσεων** που έχουμε ήδη **συναντήσει**, γιατί επαναλαμβάνουμε δουλειά.
  - Στο παράδειγμα του σχήματος, το κάτω υποδέντρο του B είναι αντίγραφο του πιο πάνω.
  - Αν η F είναι τελική κατάσταση, περιλαμβάνεται και στο πιο πάνω υποδέντρο του B, με μικρότερη απόσταση από τη ρίζα.



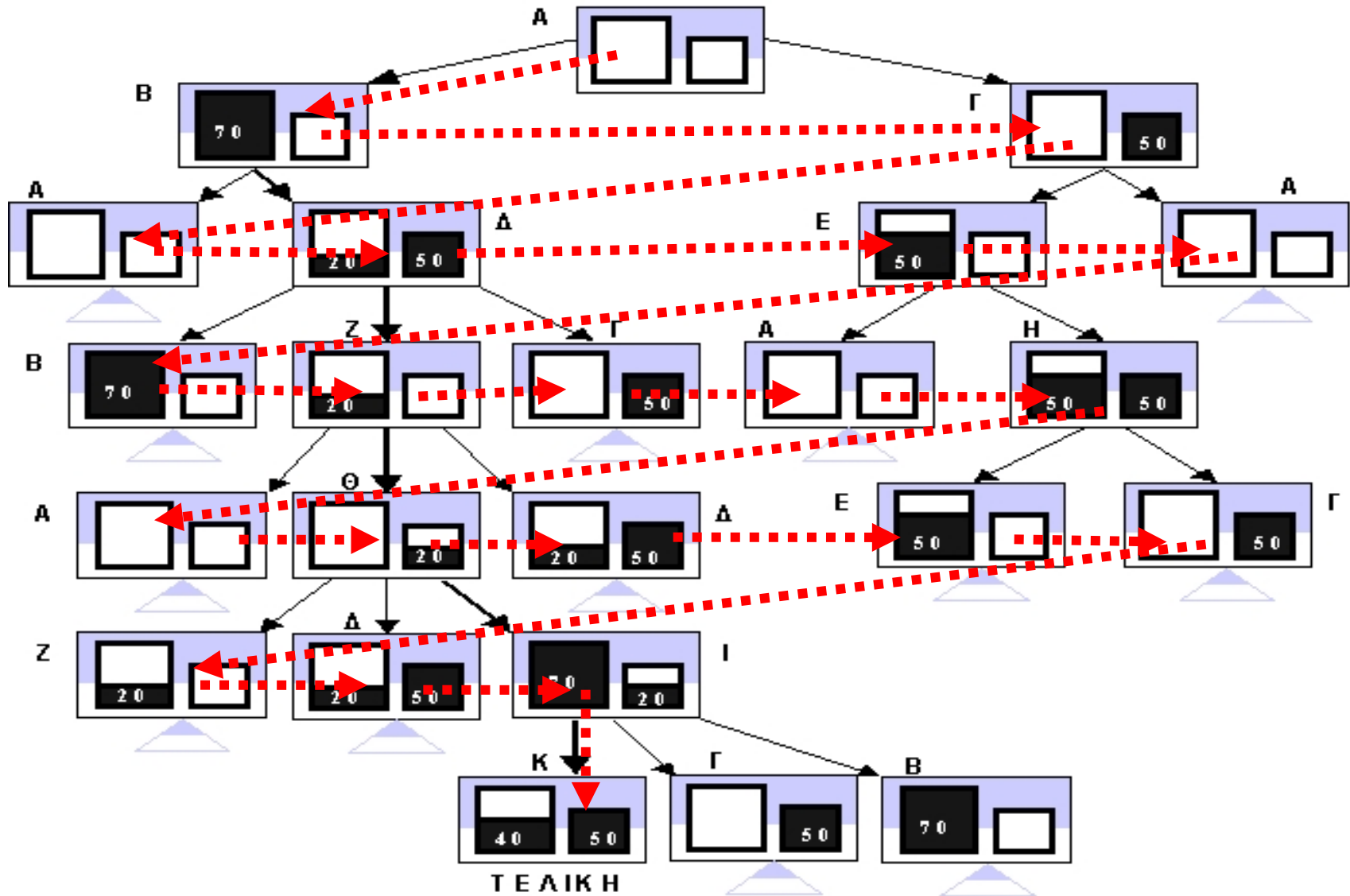
# Κλειστό σύνολο

- Αποθηκεύουμε στο «κλειστό σύνολο» τις **καταστάσεις** (όχι κόμβους) που έχουμε συναντήσει.
  - «**Συναντούμε**» μια κατάσταση **όταν ελέγχουμε** (για τελική κατάσταση) έναν κόμβο που αντιστοιχεί σε αυτήν και επεκτείνουμε τον κόμβο (αν δεν είναι τελική).
- Στη χειρότερη (ως προς τη μνήμη) **περίπτωση**, κάθε **κόμβος** αντιστοιχεί σε **διαφορετική κατάσταση**.
- Άρα στη χειρότερη περίπτωση αποθηκεύουμε στο κλειστό σύνολο **τόσες καταστάσεις** όσοι είναι οι **κόμβοι που ελέγχουμε**, που στη χειρότερη περίπτωση είναι όλοι οι κόμβοι που παράγουμε.
  - Χρειαζόμαστε τότε διπλάσια μνήμη,  $O(b^{d+1}) + O(b^{d+1})$ , άρα δεν αλλάζει η πολυπλοκότητα χώρου.
- **Δεν αλλάζει** ούτε η **πολυπλοκότητα χρόνου του BFS**.
  - Εισαγωγή/έλεγχος κατάστασης στο κλειστό σύνολο θεωρούμε ότι κοστίζει  $O(1)$ , π.χ. με hashing.

# BFS με κλειστό σύνολο

1. Βάλε τη **ρίζα** (κόμβος αρχικής κατάστασης) στο μέτωπο αναζήτησης **και θέσε κλειστό σύνολο = {}**.
2. Αν το **μέτωπο** είναι **άδειο**, σταμάτα.
3. Βγάλε τον **πρώτο** σε σειρά κόμβο από το μέτωπο.
4. Αν ο κόμβος αντιστοιχεί σε **τελική κατάσταση**, επέστρεψε τη λύση.
5. **Αν η κατάσταση του κόμβου ανήκει στο κλειστό σύνολο, πήγαινε στο βήμα 2. Διαφορετικά πρόσθεσε την κατάσταση στο κλειστό σύνολο.**
6. **Επέκτεινε** τον κόμβο και πρόσθεσε τα παιδιά του στο **τέλος** του μετώπου αναζήτησης (**ουρά**).
7. Πήγαινε στο βήμα 2.

# BFS με κλειστό σύνολο



# Παράδειγμα αναζήτησης BFS

Μέτωπο αναζήτησης	Κλειστό σύνολο	Κατάσταση	Παιδιά
(A)	{}	A	B, Γ
(B, Γ)	{A}	B	A, Δ
(Γ, A, Δ)	{A, B}	Γ	E, A
(A, Δ, E, A)	{A, B, Γ}	A	(βρόχος)
(Δ, E, A)	{A, B, Γ}	Δ	B, Z, Γ
(E, A, B, Z, Γ)	{A, B, Γ, Δ}	E	A, H
(A, B, Z, Γ, A, H)	{A, B, Γ, Δ, E}	A	(βρόχος)
(B, Z, Γ, A, H)	{A, B, Γ, Δ, E}	B	(βρόχος)
(Z, Γ, A, H)	{A, B, Γ, Δ, E}	Z	A, Θ, Δ
(Γ, A, H, A, Θ, Δ)	{A, B, Γ, Δ, E, Z}	Γ	(βρόχος)
(A, H, A, Θ, Δ)	{A, B, Γ, Δ, E, Z}	A	(βρόχος)
(H, A, Θ, Δ)	{A, B, Γ, Δ, E, Z}		

# Παράδειγμα BFS – συνέχεια

Μέτωπο	Κλειστό σύνολο	Κατ/ση	Παιδιά
(H, A, Θ, Δ)	{A, B, Γ, Δ, E, Z}	H	E, Γ
(A, Θ, Δ, E, Γ)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	A	(βρόχος)
(Θ, Δ, E, Γ)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H}	Θ	Z, Δ, I
(Δ, E, Γ, Z, Δ, I)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ}	Δ	(βρόχος)
(E, Γ, Z, Δ, I)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ}	E	(βρόχος)
(Γ, Z, Δ, I)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ}	Γ	(βρόχος)
(Z, Δ, I)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ}	Z	(βρόχος)
(Δ, I)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ}	Δ	(βρόχος)
(I)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ}	I	K, Γ, B
(K, Γ, B)	{A, B, Γ, Δ, E, Z, H, Θ, I}	K	(τελική)

# Βιβλιογραφία

- Russel & Norvig (4<sup>η</sup> έκδοση): κεφάλαιο 3 ως και ενότητα 3.4.1.
  - Οι R&N αναφέρουν μηχανισμούς αποφυγής πλεοναζουσών διαδρομών που είναι γενικότεροι από το κλειστό σύνολο. Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν προαιρετικά να τους μελετήσουν. Προαιρετικά δείτε και την ενότητα 3.4.2.
- Βλαχάβας κ.ά.: κεφάλαιο 2 (εκτός της ενότητας 2.1.2), εισαγωγή κεφαλαίου 3, ενότητα 3.2.