



Τεχνητή Νοημοσύνη

11η διάλεξη (2023-24)

Ίων Ανδρουτσόπουλος

<http://www.aueb.gr/users/ion/>

Οι διαφάνειες αυτής της διάλεξης βασίζονται στα βιβλία *Τεχνητή Νοημοσύνη των Βλαχάβα κ.ά., κ.ά.*, 3η έκδοση, Β. Γκιούρδας Εκδοτική, 2006 και *Artificial Intelligence – A Modern Approach* των S. Russel και P. Norvig, 2η και 4^η έκδοση, Prentice Hall, 2003 και 2020. Τα περισσότερα σχήματα των διαφανειών προέρχονται από αντίστοιχες διαφάνειες του δεύτερου βιβλίου.

Τι θα ακούσετε σήμερα

- Συλλογιστική με πρωτοβάθμια κατηγορηματική λογική:
 - Απαλοιφή καθολικών και υπαρξιακών ποσοδεικτών.
 - Μετατροπή σε κανονική συζευκτική μορφή.
 - Ενοποίηση και εξαγωγή συμπερασμάτων με τον κανόνα της ανάλυσης (resolution).
 - Ημι-αποκρισιμότητα της ΠΚΛ.

Κανόνας απαλοιφής \forall

- Αν η ΒΓ περιέχει $\forall x ((\text{King}(x) \wedge \text{Greedy}(x)) \Rightarrow \text{Evil}(x))$, τότε μπορούμε να προσθέσουμε στη ΒΓ:

$((\text{King}(\text{John}) \wedge \text{Greedy}(\text{John})) \Rightarrow \text{Evil}(\text{John}))$

$((\text{King}(\text{Richard}) \wedge \text{Greedy}(\text{Richard})) \Rightarrow \text{Evil}(\text{Richard}))$

$((\text{King}(\text{FatherOf}(\text{John})) \wedge \text{Greedy}(\text{FatherOf}(\text{John}))) \Rightarrow \text{Evil}(\text{FatherOf}(\text{John})))$

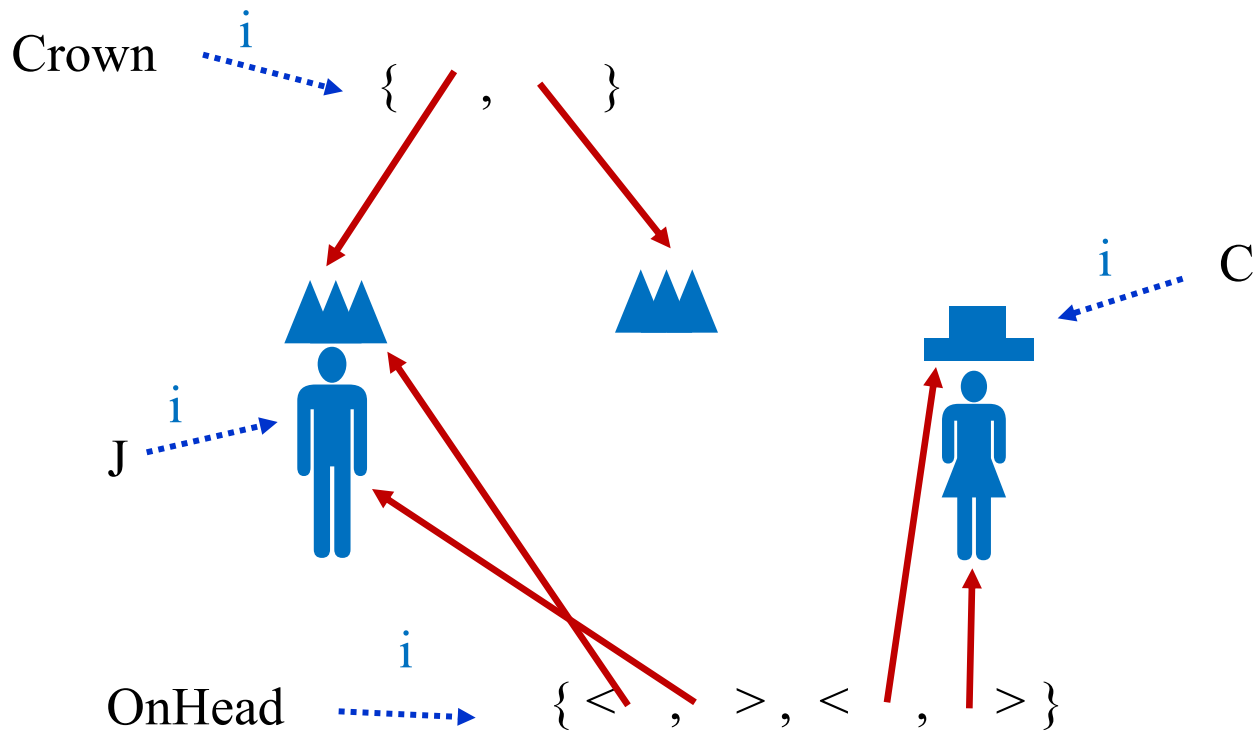
...

- Γενικότερα: $\forall \beta \alpha \vdash \text{SUBST}(\{\beta/\gamma\}, \alpha)$
 - $\text{SUBST}(\{\beta/\gamma\}, \alpha)$ σημαίνει αντικατάσταση της μεταβλητής β με τον όρο γ στον τύπο α .
 - Ο γ πρέπει να μην περιέχει μεταβλητές (ground term).
 - Είναι κανόνας εξαγωγής συμπερασμάτων. Μπορούμε να τον χρησιμοποιήσουμε για να προσθέσουμε τύπους στη ΒΓ.

Απαλοιφή \exists

- Αν έχουμε π.χ. $\exists x (\text{Crown}(x) \wedge \text{OnHead}(x, \text{John}))$, τότε μπορούμε να **αντικαταστήσουμε** τον παραπάνω τύπο με $(\text{Crown}(\mathbf{C}) \wedge \text{OnHead}(\mathbf{C}, \text{John}))$.
 - Το \mathbf{C} πρέπει να είναι σταθερά («σταθερά Skolem») που **δε χρησιμοποιείται** πουθενά αλλού στο σύνολο τύπων μας.
 - Διαισθητικά, δίνουμε «όνομα» (\mathbf{C}) σε κάτι που υπάρχει.
 - Ακριβέστερα χρησιμοποιούμε συναρτήσεις Skolem (βλ. παρακάτω).
- Ο νέος τύπος **δεν είναι ταυτ/κά ισοδύναμος** με τον αρχικό.
 - Σε κάποια μοντέλα/ερμηνείες μπορεί να μην αληθεύει ότι $(\text{Crown}(\mathbf{C}) \wedge \text{OnHead}(\mathbf{C}, \text{John}))$, π.χ. αν το \mathbf{C} παριστάνει καπέλο, αλλά να αληθεύει $\exists x (\text{Crown}(x) \wedge \text{onHead}(x, \text{John}))$.
- Αλλά ο αρχικός είναι **ικανοποιήσιμος** ανν είναι ο νέος.
 - Ικανοποιήσιμος τύπος ΠΚΛ σημαίνει ότι αληθεύει για τουλάχιστον ένα μοντέλο, ερμηνεία, ανάθεση τιμών.

Παράδειγμα



$$\| (\text{Crown}(C) \wedge \text{OnHead}(C, J)) \| ^i = \mathbf{F}$$

$$\| \exists x (\text{Crown}(x) \wedge \text{OnHead}(x, J)) \| ^i = \mathbf{T}$$

Μετατροπή τύπου ΠΚΛ σε CNF

- Κάθε τύπος ΠΚΛ μπορεί να μετατραπεί σε **CNF**.
 - Π.χ. ο $\forall x \forall y \forall z ((\text{American}(x) \wedge \text{Weapon}(y) \wedge \text{Sells}(x, y, z) \wedge \text{Hostile}(z)) \Rightarrow \text{Criminal}(x))$
 - γίνεται $(\neg \text{American}(x) \vee \neg \text{Weapon}(y) \vee \neg \text{Sells}(x, y, z) \vee \neg \text{Hostile}(z) \vee \text{Criminal}(x))$.
 - Γενικότερα προκύπτει **σύζευξη πολλών διαζεύξεων**. Κάθε διάζευξη συνδέει **ατομικούς τύπους ή αρνήσεις** τους.
 - **Δεν υπάρχουν ποσοδείκτες**. Για όλες τις μεταβλητές, **υπονοούνται καθολικοί ποσοδείκτες** στην αρχή του τύπου.
- Ο νέος CNF τύπος **δεν είναι απαραίτητα ταυτολογικά ισοδύναμος** με τον αρχικό, αλλά είναι **ικανοποιήσιμος** αν και μόνο αν είναι ικανοποιήσιμος ο αρχικός τύπος.
 - Που μας αρκεί για την **εξαγωγή συμπερασμάτων με έλεγχο μη ικανοποιησιμότητας**.
 - $B\Gamma \models a$ ανν $(B\Gamma \wedge \neg a)$ μη ικανοποιήσιμος ανν $(B\Gamma \wedge \neg a)^{\text{CNF}}$ μη ικανοποιήσιμος, όπου $(\dots)^{\text{CNF}}$ η CNF μορφή.

Μετατροπή τύπου ΠΚΛ σε CNF

- Θεωρούμε ότι κάθε ποσοδείκτης εισάγει τη δική του μεταβλητή.
 - Διαφορετικά αλλάζουμε μεταβλητές, ώστε να μη συμπίπτουν.
- Βήμα 1: **Απαλοιφή \Rightarrow και \Leftrightarrow .**
 $\forall x (\forall y (\text{Animal}(y) \Rightarrow \text{Loves}(x, y)) \Rightarrow \exists z \text{Loves}(z, x))$ γίνεται:
 $\forall x (\neg \forall y (\neg \text{Animal}(y) \vee \text{Loves}(x, y)) \vee \exists z \text{Loves}(z, x))$
- Βήμα 2: **Μεταφορά \neg στο εσωτερικό.**
Το $\neg \forall \beta \varphi$ γίνεται $\exists \beta \neg \varphi$ και το $\neg \exists \beta \varphi$ γίνεται $\forall \beta \neg \varphi$.
 $\forall x (\exists y \neg (\neg \text{Animal}(y) \vee \text{Loves}(x, y)) \vee \exists z \text{Loves}(z, x))$
 $\forall x (\exists y (\text{Animal}(y) \wedge \neg \text{Loves}(x, y)) \vee \exists z \text{Loves}(z, x))$

Συμβουλή: Εφαρμόζετε τα βήματα πάντα με αυτή τη σειρά και μην παραλείπετε παρενθέσεις!

Μετατροπή τύπου ΠΚΛ σε CNF

- Βήμα 3: Απαλοιφή των \exists .
 - Με **σταθερές Skolem** παίρνουμε:
$$\forall x ((\text{Animal}(A) \wedge \neg \text{Loves}(x, A)) \vee \text{Loves}(B, x))$$
 - **Πρόβλημα:** ο τύπος του βήματος 2 επέτρεπε να υπάρχει διαφορετικό ζώο y για κάθε x , ενώ εδώ έχουμε το ίδιο A για όλα τα x .
 - Και ο z που αγαπά τον x μπορούσε να είναι διαφορετικός για κάθε x , ενώ εδώ έχουμε το ίδιο B για όλα τα x .
 - Αντιμετώπιση προβλήματος με **συναρτήσεις Skolem**:
$$\forall x ((\text{Animal}(\mathbf{F}(x)) \wedge \neg \text{Loves}(x, \mathbf{F}(x))) \vee \text{Loves}(\mathbf{G}(x), x))$$
 - Η κάθε συνάρτηση Skolem (ακριβέστερα συναρτησιακός όρος Skolem) έχει ως ορίσματα τις μεταβλητές των ποσοδεικτών \forall , μέσα στην εμβέλεια των οποίων βρισκόταν ο αντίστοιχος ποσοδείκτης \exists .

Μετατροπή τύπου ΠΚΛ σε CNF

- Βήμα 4: **Απαλοιφή των \forall .**

Μπορούμε να τους μεταφέρουμε πλέον όλους στην αρχή και να θεωρήσουμε ότι υπονοούνται.

$$((\text{Animal}(F(x)) \wedge \neg \text{Loves}(x, F(x))) \vee \text{Loves}(G(x), x))$$

- Βήμα 5: **Επιμερισμός των \vee και \wedge .**

$$((\text{Animal}(F(x)) \vee \text{Loves}(G(x), x)) \wedge (\neg \text{Loves}(x, F(x)) \vee \text{Loves}(G(x), x)))$$

- Με αυτόν τον τρόπο κάθε τύπος ΠΚΛ μπορεί να μετατραπεί σε CNF.

– Ο νέο τύπος δεν είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με τον αρχικό (γιατί χρησιμοποιήσαμε απαλοιφή \exists), αλλά είναι ικανοποιήσιμος ανν είναι ικανοποιήσιμος ο αρχικός, που μας αρκεί για αποδείξεις με έλεγχο μη ικανοποιησιμότητας.

Ενοποίηση

- **UNIFY(π_1, π_2) = θ** σημαίνει ότι υπάρχει ένα σύνολο αντικαταστάσεων θ με $SUBST(\theta, \pi_1) = SUBST(\theta, \pi_2)$.
 - Δηλαδή υπάρχει ένα σύνολο αντικαταστάσεων μεταβλητών («ενοποιητής») που κάνει τους π_1, π_2 ίδιους.
 - $UNIFY(Knows(John, x), Knows(John, Jane)) = \{x/Jane\}$
 - $UNIFY(Knows(John, x), Knows(y, Bill)) = \{x/Bill, y/John\}$
 - $UNIFY(Knows(John, x), Knows(y, MotherOf(y))) = \{y/John, x/MotherOf(John)\}$
 - Θεωρούμε ότι οι τύποι δεν έχουν κοινές μεταβλητές.
- **Γενικότερος ενοποιητής:**
 - $UNIFY(Knows(John, x), Knows(y, z)) = ?$
 - $\theta_1 = \{y/John, x/z\}$, $\theta_2 = \{y/John, x/John, z/John\}$
 - Ο ενοποιητής θ_1 είναι γενικότερος του θ_2 . Θέτει λιγότερους περιορισμούς στις τιμές των μεταβλητών.
 - Θα θεωρούμε ότι το αποτέλεσμα της ενοποίησης είναι ο γενικότερος ενοποιητής (που είναι πάντα μοναδικός).

Αλγόριθμος ενοποίησης 1/2

συνάρτηση $\text{unify-var}(\beta, \xi, \theta)$ επιστρέφει ενοποιητή ή αποτυχία

είσοδοι: β : μια μεταβλητή

ξ : οποιαδήποτε έκφραση

θ : ο ενοποιητής ως τώρα

αν $\{\beta/\text{τιμή}\} \in \theta$ τότε **επίστρεψε** $\text{unify}(\text{τιμή}, \xi, \theta)$

διαφορετικά αν $\{\xi/\text{τιμή}\} \in \theta$ τότε **επίστρεψε** $\text{unify}(\beta, \text{τιμή}, \theta)$

διαφορετικά αν $\text{occur-check}(\beta, \xi)$ τότε **επίστρεψε** αποτυχία

διαφορετικά **επίστρεψε** $\{\beta/\xi\} \cup \theta$

Ελέγχει αν η β εμφανίζεται μέσα στην ξ . Π.χ. είναι αδύνατον να ενοποιήσουμε τα x και $\text{MotherOf}(x)$.

Αλγόριθμος ενοποίησης 2/2

συνάρτηση $\text{unify}(\zeta, \xi, \theta)$ επιστρέφει το γενικότερο ενοποιητή των ζ και ξ ή αποτυχία

είσοδοι: ζ, ξ : ατομικοί τύποι, όροι, σύμβολα σχέσεων, σύμβολα συναρτήσεων ή λίστες αυτών

θ : ο ενοποιητής ως τώρα (αρχικά $\{\}$) ή αποτυχία

αν $\theta = \text{αποτυχία}$ τότε **επίστρεψε** αποτυχία

διαφορετικά αν $\zeta = \xi$ τότε **επίστρεψε** θ

διαφορετικά αν $\text{variable}?(ζ)$ τότε **επίστρεψε** $\text{unify-var}(ζ, \xi, \theta)$

διαφορετικά αν $\text{variable}?(ξ)$ τότε **επίστρεψε** $\text{unify-var}(ξ, ζ, \theta)$

διαφορετικά αν $\text{compound}?(ζ)$ και $\text{compound}?(ξ)$ τότε

επίστρεψε $\text{unify}(\text{args}(ζ), \text{args}(ξ), \text{unify}(\text{op}(ζ), \text{op}(ξ), \theta))$

διαφορετικά αν $\text{list}?(ζ)$ και $\text{list}?(ξ)$ τότε

επίστρεψε $\text{unify}(\text{rest}(ζ), \text{rest}(ξ), \text{unify}(\text{first}(ζ), \text{first}(ξ), \theta))$

διαφορετικά **επίστρεψε** αποτυχία

Ενοποιούμε πρώτα τα σύμβολα σχέσεων ή συναρτήσεων ($\text{op}(ζ)$ και $\text{op}(ξ)$). Αν δεν ενοποιούνται, ο ενοποιητής θα γίνει αποτυχία.

Ενοποιούμε αρχικά τα πρώτα στοιχεία των λιστών και μετά τα υπόλοιπα των λιστών.

Κανόνας ανάλυσης για ΠΚΛ

- Οι τύποι πρέπει πρώτα να έχουν μετατραπεί σε **CNF**.
 - Κατόπιν θεωρούμε κάθε διάζευξη ως ξεχωριστό τύπο.

- Αν $\text{UNIFY}(l_i, \neg m_j) = \theta$, τότε:

$$(l_1 \vee \dots \vee l_k), (m_1 \vee \dots \vee m_n) \vdash \text{SUBST}(\theta, (l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n))$$

- Ενώνουμε τις δύο διαζεύξεις και αφαιρούμε τα l_i και m_j .
- Στην ΠΚΛ τα l_i και $\neg m_j$ δεν απαιτείται να είναι τα ίδια. Αρκεί να **ενοποιούνται**. Εφαρμόζουμε τον ενοποιητή τους θ και στο συμπέρασμα. Παράδειγμα:
 - $[\text{Animal}(F(x)) \vee \text{Loves}(G(x), x)], [\neg \text{Loves}(u, v) \vee \neg \text{Kills}(u, v)]$
 $\vdash [\text{Animal}(F(x)) \vee \neg \text{Kills}(G(x), x)]$ με $\theta = \{u/G(x), v/x\}$.
 - Επίσης **αν κάποιοι ατομικοί τύποι (ή αρνήσεις) του συμπεράσματος μπορούν να ενοποιηθούν**, τους ενοποιούμε και **κρατάμε μόνο έναν**. Εφαρμόζουμε τον ενοποιητή τους στο συμπέρασμα.

Παράδειγμα ΒΓ

$\forall x (\forall y (\text{Animal}(y) \Rightarrow \text{Loves}(x, y)) \Rightarrow \exists z \text{Loves}(z, x))$

Όποιον αγαπάει όλα τα ζώα τον αγαπάει κάποιος.

$\forall x (\exists y (\text{Animal}(y) \wedge \text{Kills}(x, y)) \Rightarrow \forall z \neg \text{Loves}(z, x))$

Όποιον σκοτώσει ένα ζώο δεν τον αγαπάει κανείς.

$\forall x (\text{Animal}(x) \Rightarrow \text{Loves}(\text{Jack}, x))$

Ο Jack αγαπάει όλα τα ζώα.

$(\text{Kills}(\text{Jack}, \text{Tuna}) \vee \text{Kills}(\text{Curiosity}, \text{Tuna}))$

$\text{Cat}(\text{Tuna})$

$\forall x (\text{Cat}(x) \Rightarrow \text{Animal}(x))$

$\neg \text{Kills}(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$

Άρνηση αυτού που θέλουμε να αποδείξουμε.



Μετατροπή σε CNF και σπάσιμο σε διαζεύξεις

$(\text{Animal}(F(x)) \vee \text{Loves}(G(x), x))$

$(\neg \text{Loves}(x, F(x)) \vee \text{Loves}(G(x), x))$

$(\neg \text{Animal}(y) \vee \neg \text{Kills}(x, y) \vee \neg \text{Loves}(z, x))$

$(\neg \text{Animal}(x) \vee \text{Loves}(\text{Jack}, x))$

$(\text{Kills}(\text{Jack}, \text{Tuna}) \vee \text{Kills}(\text{Curiosity}, \text{Tuna}))$

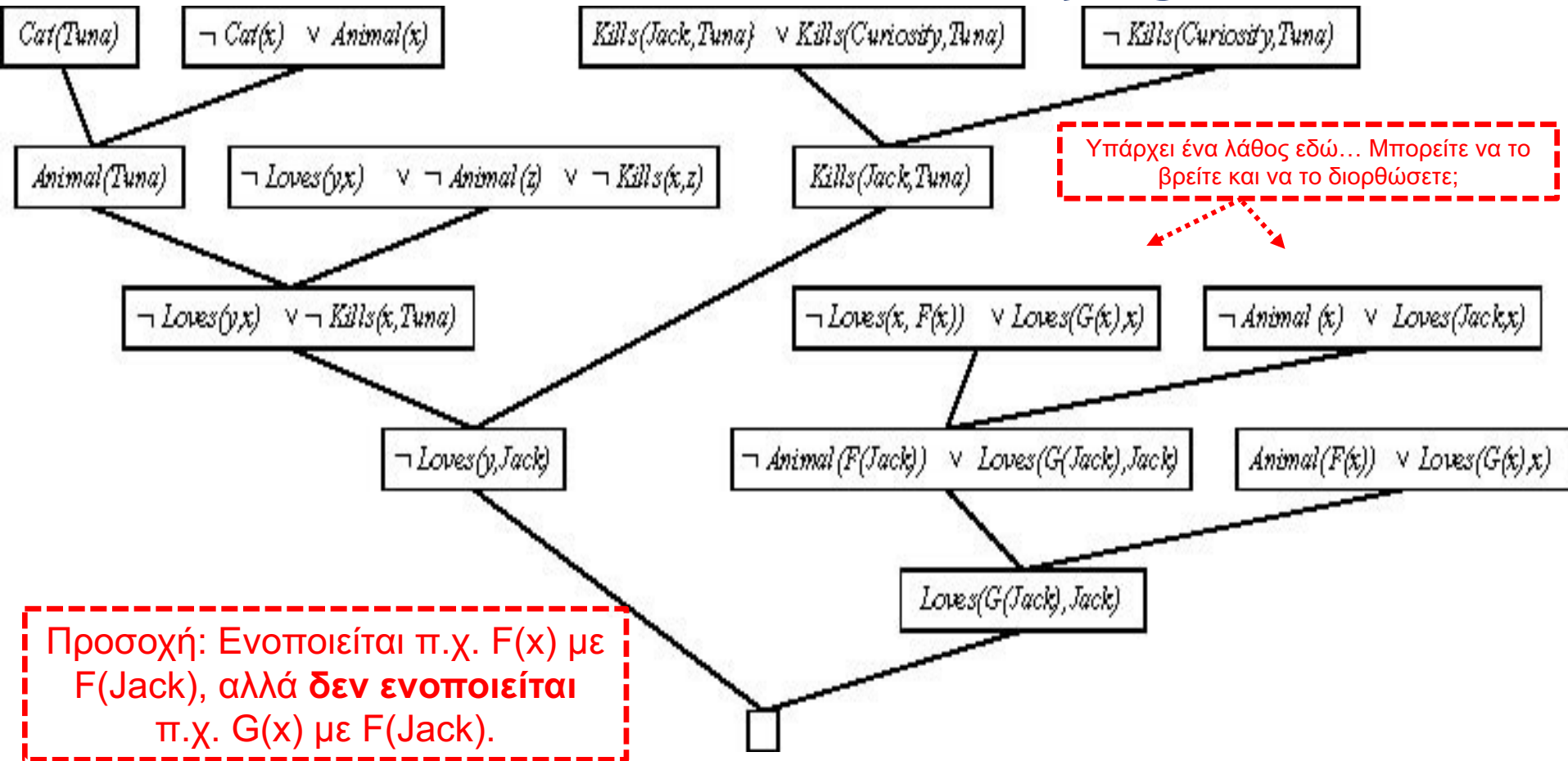
$\text{Cat}(\text{Tuna})$

$(\neg \text{Cat}(x) \vee \text{Animal}(x))$

$\neg \text{Kills}(\text{Curiosity}, \text{Tuna})$

Προσοχή: Πριν εφαρμόσουμε τον κανόνα της ανάλυσης (επόμενη διαφάνεια), κάθε τύπος πρέπει να είναι **μία διάζευξη** (ατομικών τύπων ή αρνήσεων τους). Αν από την μετατροπή σε CNF έχει προκύψει ένας τύπος που είναι σύζευξη πολλών διαζεύξεων, τον σπάμε σε ξεχωριστούς τύπους, έναν για κάθε διάζευξη.

Δένδρο απόδειξης

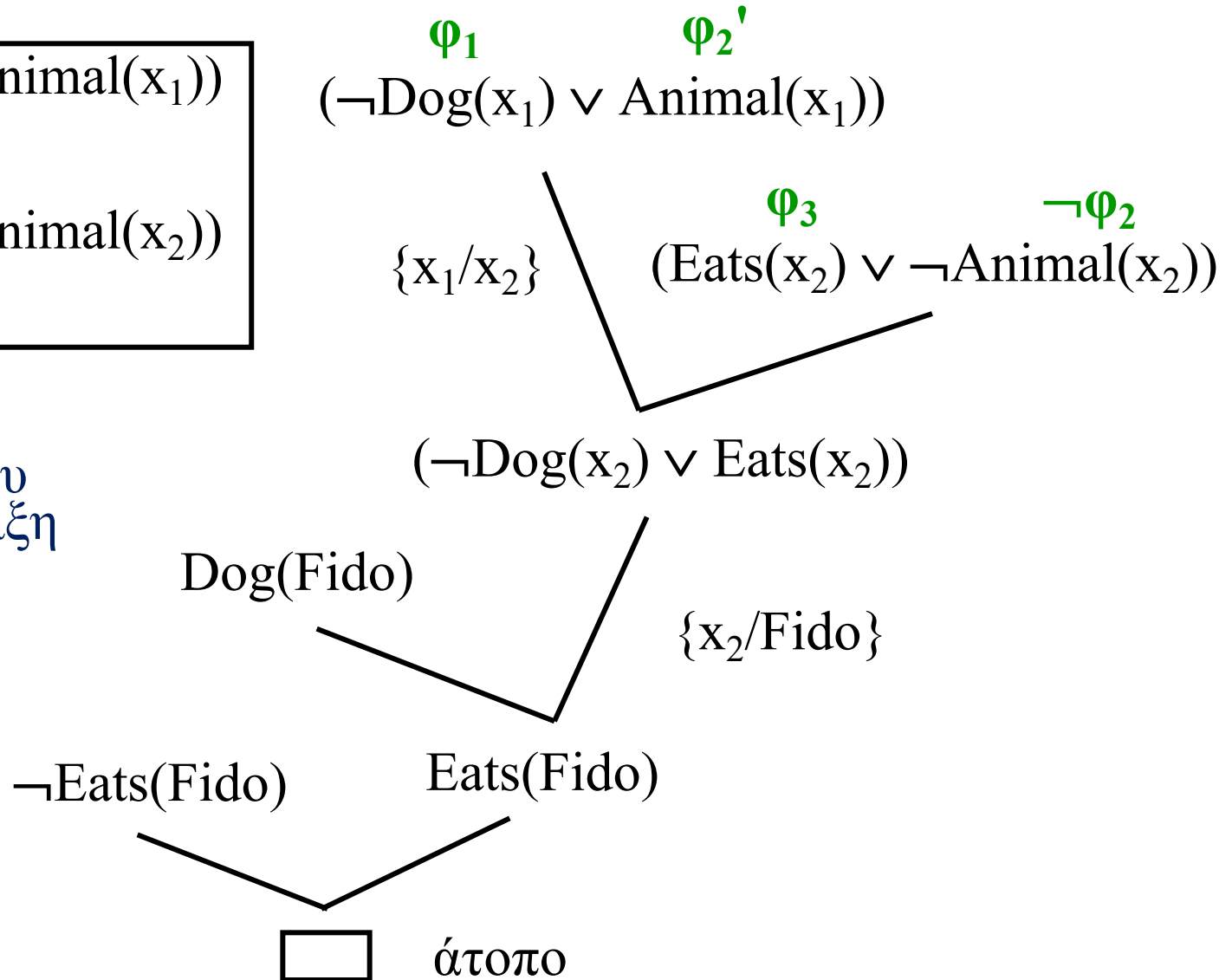


Ορθότητα: Με το δέντρο απόδειξης έχουμε δείξει (αφού εφαρμόζουμε μόνο τον κανόνα της ανάλυσης, που είναι ορθός) ότι $(B\Gamma \wedge \neg\alpha)^{CNF} \not\models \square$. Και αφού η κενή διάζευξη δεν αληθεύει ποτέ, έχουμε δείξει ότι ο $(B\Gamma \wedge \neg\alpha)^{CNF}$ είναι μη ικανοποιήσιμος, οπότε και ο $(B\Gamma \wedge \neg\alpha)$ είναι μη ικανοποιήσιμος, άρα $B\Gamma \models \alpha$.

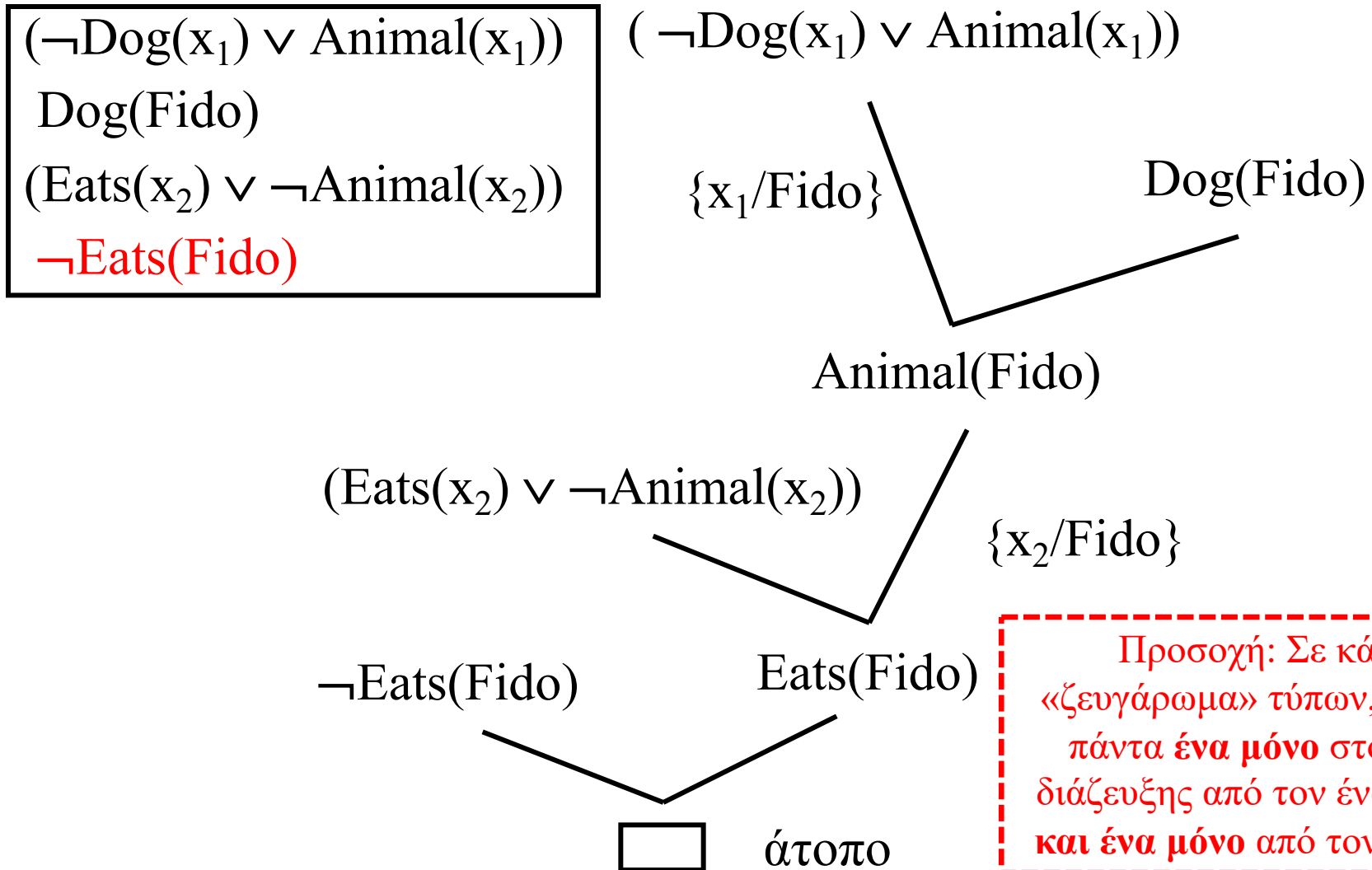
Άλλο παράδειγμα

$(\neg \text{Dog}(x_1) \vee \text{Animal}(x_1))$
 $\text{Dog}(\text{Fido})$
 $(\text{Eats}(x_2) \vee \neg \text{Animal}(x_2))$
 $\neg \text{Eats}(\text{Fido})$

άρνηση του
προς απόδειξη
τύπου



Άλλο δέντρο απόδειξης



Προσοχή: Σε κάθε «ζευγάρι» τύπων, φεύγει πάντα ένα μόνο στοιχείο διάζευξης από τον έναν τύπο και ένα μόνο από τον άλλον.

Αναζήτηση δέντρου απόδειξης

- **Αναζήτηση** σε χώρο καταστάσεων:
 - Κάθε **κατάσταση** περιέχει το **δέντρο απόδειξης** που έχουμε κατασκευάσει ως εκείνη τη στιγμή και την **τρέχουσα ΒΓ**.
 - **Αρχική κατάσταση**: **κενό δέντρο απόδειξης** και **αρχική ΒΓ**, στην οποία έχουμε προσθέσει το $\neg a$, όπου a το προς απόδειξη. Η ΒΓ (μαζί με το $\neg a$) έχουν μετατραπεί σε **CNF**. Κάθε **διάζευξη** της CNF μορφής θεωρείται **ξεχωριστός τύπος**.
 - **Τελεστής μετάβασης**: επεκτείνουμε το δέντρο απόδειξης της κατάστασης χρησιμοποιώντας τύπους της ΒΓ και τον **κανόνα της ανάλυσης**. Το συμπέρασμα προστίθεται στη ΒΓ.
 - **Τελική κατάσταση**: το **δέντρο απόδειξης καταλήγει σε \square** .
- Ψάχνουμε τον χώρο καταστάσεων με **πλήρη αλγόριθμο αναζήτησης** (π.χ. BFS, A*, ...).

Εξαγωγή συμπερασμάτων με ανάλυση

- Εισάγουμε την **άρνηση** $\neg a$ του προς απόδειξη a στη ΒΓ, μετατρέπουμε σε CNF και ψάχνουμε το χώρο αναζήτησης της προηγούμενης διαφάνειας με **πλήρη αλγόριθμο αναζήτησης**.
 - Αν παραχθεί \square , τότε απαντάμε **ΒΓ $\vdash_i a$** .
 - Διαφορετικά, απαντάμε **ΒΓ $\not\vdash_i a$**
- **Ορθός** τρόπος εξαγωγής συμπερασμάτων: αν **ΒΓ $\vdash_i a$** , τότε **ΒΓ $\models a$** (βλ. σημειώσεις διαφάνειας 17).
- **Πλήρης** εξαγωγή συμπερασμάτων, με την έννοια ότι δοθέντος ενός **συγκεκριμένου** a με **ΒΓ $\models a$** , απαντά πάντα **ΒΓ $\vdash_i a$** .
 - Παράγει την κενή διάζευξη μετά από πεπερασμένο αριθμό βημάτων. Η απόδειξη παραλείπεται.
 - Δεν μπορεί όμως να απαριθμήσει όλα τα συμπεράσματα a που έπονται ταυτολογικά από τη ΒΓ.

Ανάλυση και ημι-αποκρισιμότητα

- Αν $\mathbf{B}\Gamma \models \alpha$, τότε παράγει πάντα \square μετά από πεπερασμένο αριθμό βημάτων και **αποκρίνεται** $\mathbf{B}\Gamma \vdash_i \alpha$ (πληρότητα).
- Αν $\mathbf{B}\Gamma \not\models \alpha$ και υπάρχουν σύμβολα συναρτήσεων, **δεν τερματίζει πάντα**, γιατί ο χώρος αναζήτησης μπορεί να είναι άπειρος.

$(\neg \text{Human}(\text{FirstSon}(x1)) \vee \text{Human}(x1))$

$\neg \text{Human}(\text{John})$

άρνηση του
προς απόδειξη

$x1/\text{John}$

$(\neg \text{Human}(\text{FirstSon}(x2)) \vee \text{Human}(x2))$

$\neg \text{Human}(\text{FirstSon}(\text{John}))$

$x2/\text{FirstSon}(\text{John})$

$\neg \text{Human}(\text{FirstSon}(\text{FirstSon}(\text{John})))$

...

Όταν ξαναχρησιμοποιούμε έναν τύπο της $\mathbf{B}\Gamma$, του αλλάζουμε μεταβλητές. Εδώ χρησιμοποιούμε διαρκώς το μοναδικό τύπο της $\mathbf{B}\Gamma$ ($\text{Human}(\text{FirstSon}(x)) \Rightarrow \text{Human}(x)$), που σε CNF γράφεται: $(\neg \text{Human}(\text{FirstSon}(x)) \vee \text{Human}(x))$. Δεν υπάρχει τελική κατάσταση (δέντρο απόδειξης που να καταλήγει σε \square), αλλά η αναζήτηση συνεχίζεται επ' άπειρον, γιατί ο χώρος αναζήτησης είναι άπειρος.

Ημι-αποκρισιμότητα της ΠΚΛ

- Γενικότερα, η εξαγωγή συμπερασμάτων στην ΠΚΛ είναι **ημι-αποκρίσιμο** πρόβλημα.
 - Υπάρχουν (πλήρεις) αλγόριθμοι που για κάθε ΒΓ και α με $\mathbf{B}\Gamma \models \alpha$ αποκρίνονται πάντα *αληθές* ($\mathbf{B}\Gamma \models_i \alpha$).
 - Δεν υπάρχει αλγόριθμος που επιπλέον όταν $\mathbf{B}\Gamma \not\models \alpha$ να αποκρίνεται πάντα *ψευδές* ($\mathbf{B}\Gamma \not\models_i \alpha$).
- Αντίθετα, στην **προτασιακή λογική** μπορούμε πάντα να απαντήσουμε (το πρόβλημα είναι **αποκρίσιμο**).
 - Π.χ. ελέγχοντας εξαντλητικά όλα τα μοντέλα (βλ. TT-Entails?), γιατί υπάρχει πεπερασμένος αριθμός μοντέλων.
 - Ενώ τα μοντέλα/ερμηνείες στην ΠΚΛ είναι πάρα πολλά (άπειρα αν π.χ. περιλάβουμε τους φυσικούς αριθμούς στο D) και δεν μπορούμε να τα ελέγξουμε εξαντλητικά.

Βιβλιογραφία

- Russel & Norvig (4^η έκδοση): εισαγωγή ενότητας 9.1, εισαγωγή ενότητας 9.2 και υπο-ενότητα 9.2.1, ενότητα 9.5 ως και υπο-ενότητα 9.5.3.
 - Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να διαβάσουν προαιρετικά και τα υπόλοιπα τμήματα των ενότητων 9.1, 9.2, 9.5.
 - Με τις υπο-ενότητες 9.3 και 9.4 θα ασχοληθούμε στην επόμενη διάλεξη.
- Βλαχάβας κ.ά: υπόλοιπο ενότητας 9.2.1 (περί ενοποίησης), ενότητα 9.2.2 (εκτός των υπο-ενοτήτων «Προτασιακή μορφή της ΚΛ», «Μορφή Kowalski»), ενότητα 9.2.3 (εκτός της υπο-ενότητας «Αρχή της ανάλυσης και μορφή Kowalski»), ενότητα 9.2.4.
 - Όσοι ενδιαφέρονται μπορούν να διαβάσουν προαιρετικά (εκτός εξεταστέας ύλης) και τα τμήματα του κεφαλαίου 9 που εξαιρέθηκαν.