a) Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας

x	32	33	34	35	36
l_x	1000000			932571	906459
d_x					
q_x		0.023	0.025		0.029

x	32	33	34	35	36
l_x	1000000	**979000**	**956483**	932571	906459
d_x	**21000**	**22517**	**23912**	**26112**	**26287**
q_x	0.021	**0.023**	0.025	**0.028**	0.029

b) Εάν μεταξύ των ακεραίων ηλικιών ισχύει η <u>ομοιόμορφη κατανομή</u> των θανόντων, να υπολογισθεί η πιθανότητα άτομο ηλικίας 52 ετών και 6 μηνών να γίνει 54 ετών και 3 μηνών .

Υπενθύμιση: α) ${}_tq_x = t\cdot q_x$, *και* β) ${}_{1-t}q_{x+t} = \dfrac{(1-t)\cdot q_x}{1-t\cdot q_x}$ *όπου* $0<t<1$ *και* x *ακέραιος.*

Μια λύση είναι:

$$
{}_{1+0.75}p_{52+0.5} = {}_{0.5}p_{52+0.5}\cdot p_{53}\cdot {}_{0.25}p_{54} =
$$
$$
(1-{}_{0.5}q_{52+0.5})(1-q_{53})(1-{}_{0.25}q_{54}) =
$$
$$
\left(1-\frac{(1-0.5)\cdot q_{52}}{1-0.5\cdot q_{52}}\right)\cdot(1-q_{53})\cdot(1-0.25\cdot q_{54}) =
$$
$$
\left(1-\frac{(1-0.5)\cdot 0.010603}{1-0.5\cdot 0.010603}\right)\cdot(1-0.011550)\cdot(1-0.25\cdot 0.012584) = 0.980089
$$

Μια άλλη λύση είναι:

$$
{}_{1+0.75}p_{52+0.5} = \frac{\ell_{54.25}}{\ell_{52.5}} = \frac{\ell_{54}-\frac{1}{4}(\ell_{54}-\ell_{55})}{\ell_{52}-\frac{1}{2}(\ell_{52}-\ell_{53})} = \frac{3\ell_{54}+\ell_{55}}{2\ell_{52}+2\ell_{53}} = 0.980089
$$

Άτομο ηλικίας 51 ετών ασφαλίζεται έτσι ώστε να εισπράττει 2500 ν.μ. κάθε χρόνο όσο ζει, με πρώτη πληρωμή στην ηλικία των 65 ετών ,ενώ <u>όποτε</u> πεθάνει οι κληρονόμοι του να πάρουν στο τέλος του έτους 3000 ν.μ. Ο ασφαλισμένος θα πληρώνει ετήσιο σταθερό ασφάλιστρο τα πρώτα δέκα χρόνια της ασφάλισης (*ή όσο βρίσκεται στη ζωή*).

Να βρεθούν:

a) Το ετήσιο ασφάλιστρο R.

b) Το προοπτικό και το αναδρομικό αποθεματικό ${}_9V$ στο <u>**τέλος**</u> του 9ου έτους ;

a) $R\cdot \ddot{a}_{51:\overline{10}|} = 2500\cdot \ddot{a}_{65}\cdot A_{51:\overline{14}|}^{\;\;1} + 3000\cdot A_{51} \Rightarrow R=1474.30$

b) ΠΡΟΟΠΤΙΚΟ ΑΠΟΘΕΜΑΤΙΚΟ

$$
2500\cdot \ddot{a}_{65}\cdot A_{60:\overline{5}|}^{\;\;1} + 3000\cdot A_{60} - R = 17383.70
$$

ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΟ ΑΠΟΘΕΜΑΤΙΚΟ

$$
R\cdot \ddot{a}_{51:\overline{9}|}\cdot\frac{1}{A_{51:\overline{9}|}^{\;\;1}} - 3000\cdot A_{51:\overline{9}|}^{1}\cdot\frac{1}{A_{51:\overline{9}|}^{\;\;1}} = 17383.70
$$

Άτομα ηλικίας x ετών ασφαλίζονται σε περίπτωση θανάτου για 10 έτη καταβάλλοντας σε όλη την διάρκεια της ασφάλισης ετήσιο προκαταβλητέο εμπορικό ασφάλιστρο G . Το ασφαλισμένο ποσό καταβάλλεται στο τέλος του έτους του θανάτου και αποτελείται από 100000 ν.μ. συν το απλό άθροισμα (*χωρίς τόκο*) των εμπορικών ασφαλίστρων που έχουν καταβληθεί από τον ασφαλισμένο μέχρι τότε.

Επιβαρύνσεις: 50% του εμπορικού ασφαλίστρου του 1ου έτους, 5% του εμπορικού ασφαλίστρου από το 2ο έτος και μετά και 200 ν.μ. ως έξοδα ανά έτος για κάθε ασφαλισμένο. Όλες οι επιβαρύνσεις καταβάλλονται στην αρχή κάθε έτους.

Δίνονται : $A^1_{x:\overline{10}|} = 0.17094, \quad (IA)^1_{x:\overline{10}|} = 0.96728, \quad \ddot{a}_{x:\overline{10}|} = 6.8865$

Να υπολογισθεί το εμπορικό ασφάλιστρο G.

$$G \cdot \ddot{a}_{x:\overline{10}|} = 100000 \cdot A^1_{x:\overline{10}|} + G \cdot (IA)^1_{x:\overline{10}|} + 0.45 \cdot G + 0.05 \cdot G \cdot \ddot{a}_{x:\overline{10}|} + 200 \cdot \ddot{a}_{x:\overline{10}|}$$

$$G = \frac{100000(0.17094) + 200(6.8865)}{(1-0.05)(6.8865) - 0.96728 - 0.45} = \frac{18471.3}{5.124895} = 3604.23$$

Ένα πρόγραμμα ασφάλισης ισόβιας σε περίπτωση θανάτου για άτομα ηλικίας x ετών προσφέρει ποσό 10000 ν.μ. στο τέλος του έτους του θανάτου. Οι ασφαλισμένοι θα πληρώνουν ετήσιο σταθερό προκαταβλητέο ασφάλιστρο P όλα τα έτη της ασφάλισης.

Να υπολογισθεί το P με αποκλειστική χρήση μόνον των παρακάτω δεδομένων:

$$\text{a) } q_x = 0.0048, \quad \text{b) } i = 0.04, \quad \text{c) } A_{x+1} = 0.39788$$

Στην παραπάνω ασφάλιση ένα συγκεκριμένο άτομο υπόκειται σε10πλάσια πιθανότητα να μην επιβιώσει **μόνον** τον πρώτο χρόνο της ασφάλισης, ενώ για τα επόμενα χρόνια ισχύει ως προς την επιβίωση του ότι ισχύει και για τους λοιπούς ασφαλισμένους , δηλαδή ισχύουν τα παραπάνω δεδομένα πλην βεβαίως της πιθανότητας q_x . Να βρεθεί η παρούσα αξία της αναμενόμενης ζημιάς λόγω του ότι ο συγκεκριμένος ασφαλισμένος θα πληρώσει το ίδιο ασφάλιστρο P με τους υπολοίπους.

Υπενθύμιση: $A_x = 1 - d \cdot \ddot{a}_x \quad \textit{όπου } d = i \cdot \upsilon = i \cdot \frac{1}{1+i}$

$$A_x = 1 \cdot q_x \cdot \upsilon + p_x \cdot A_{x+1} \cdot \upsilon = 0.0048 \cdot \frac{1}{1.04} + (1-0.0048) \cdot 0.39788 \cdot \frac{1}{1.04} = 0.385356$$

$$\ddot{a}_x = \frac{1-A_x}{d} = \frac{1-0.385356}{0.0384615} = 15.9808 \qquad P = 10000 \cdot \frac{A_x}{\ddot{a}_x} = 241.14$$

Για το άτομο που ισχύει $q^*_x = 10 \cdot q_x$ θα είναι

$$A^*_x = \upsilon \cdot q^*_x + \upsilon \cdot p^*_x \cdot A_{x+1} = \frac{1}{1.04} \cdot 0.048 + \frac{1}{1.04} \cdot (1-0.048) \cdot 0.39788 = 0.410367$$

$$\ddot{a}^*_x = \frac{1-A^*_x}{d} = 15.3305$$

Η παρούσα αξία της αναμενόμενης ζημιάς είναι:

$$10000 A^*_x - P \cdot \ddot{a}^*_x = 10000 \cdot 0.410367 - 241.14 \cdot 15.3305 = 406.87$$