ΟΠΑ ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ
ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΣΦΑΛΙΣΤΙΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

1

Να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας

x	47	48	49	50	51
l_x			348480	299692	
d_x					43306
q_x	0.10	0.12		0.15	

2

Η ένταση θνησιμότητας μ_{x+t} , $0 \le t \le 1$, αλλάζει σε $\mu_{x+t} - c$, όπου το c είναι θετικός σταθερός αριθμός. Να προσδιορισθεί η τιμή του c , ώστε η πιθανότητα άτομο ηλικίας x να πεθάνει εντός του έτους να γίνει η μισή. Η απάντηση να δοθεί συναρτήσει του q_x.

3

Για κάποιο πληθυσμό η θνησιμότητά του μπορεί να περιγραφεί ως εξής.
Από κάθε ομάδα Ν ατόμων που γεννήθηκαν μαζί, ένα άτομο πεθαίνει κάθε χρόνο μέχρι να εξαντληθεί η ομάδα.
Εάν το Ν είναι ίσο με 99 άτομα να βρεθούν :
α) Μια **απλή** συνάρτηση που να μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως συνάρτηση επιβίωσης s(x) για τον παραπάνω πληθυσμό.
β) Ποια είναι η πιθανότητα άτομο ηλικίας 30 ετών , να επιζήσει και να γίνει 35 ετών.
γ) Οι στήλες ℓ_x και d_x του αντίστοιχου πίνακα θνησιμότητας για τις ηλικίες 0,1,2 παίρνοντας ως ρίζα το 99000.

4

Δίνονται: (i) $\mu_x = F + e^{2x}$ με $x \ge 0$, (ii) ${}_{0.4}p_0 = 0.5$,
(iii) $\ln(0.5) = -0.6931$, (iv) $e^{0.8} = 2.2256$

Να υπολογισθεί το F.

5

Εάν μεταξύ των ακέραιων ηλικιών ισχύει η **ομοιόμορφη** κατανομή των θανάτων , υπολογίστε την πιθανότητα άτομο 70 ετών να πεθάνει μεταξύ των ηλικιών 70+1/2 και 71+1/2.

Δίνονται $q_{70} = 0.025$, $q_{71} = 0.04$

Υπενθύμιση α) ${}_t q_x = t \cdot q_x$, *και* β) ${}_{1-t} q_{x+t} = \dfrac{(1-t)\cdot q_x}{1 - t\cdot q_x}$ *όπου*

$0 < t < 1$ *και* x *ακέραιος*

6

Από τις παρακάτω ποια μπορεί να είναι συνάρτηση επιβίωσης;
Για όποια είναι συνάρτηση επιβίωσης να υπολογισθεί η αντίστοιχη μ_χ

i) $s(x) = e^{-\frac{x^3}{12}}\ , \quad 0 \le x$

ii) $s(x) = 1 - \frac{13x}{12} + \frac{11x^2}{6} - \frac{7x^3}{48}, \quad 0 \le x \le 12$

7

Δίνεται η συνάρτηση: $s(\mathrm{x}) = 1 - 0.005 \cdot \mathrm{x} - 0.00005 \cdot \mathrm{x}^2$
Να δικαιολογηθεί ότι μπορεί να θεωρηθεί σαν συνάρτηση επιβίωσης.
Ποια είναι η τιμή της έσχατης (οριακής) ηλικίας ω;
Με βάση την παραπάνω συνάρτηση να συμπληρωθεί ο παρακάτω πίνακας.

x	0	1	2
$\mathbf{l_x}$	100000		
$\mathbf{d_x}$			
$\mathbf{p_x}$			

8

Έστω $\mu_x = \frac{A \cdot c^x}{1 + B \cdot c^x}, \quad x > 0$.
Να υπολογίσετε την συνάρτηση επιβίωσης s(x).

9

Μια ομάδα ατόμων (ηλικίας 50 ετών), κατά την διάρκεια της επόμενης δεκαετίας, υπόκειται σε μεγαλύτερη θνησιμότητα η οποία εκφράζεται ως αύξηση της **έντασης θνησιμότητας,** που δίνεται από τον πίνακα, κατά ποσότητα **θ**. Η ποσότητα **θ** είναι ίση με 0.01 στην ηλικία 50 και μειώνεται συνεχώς και ομοιόμορφα ώστε να γίνει μηδέν στην ηλικία 60. Να υπολογισθεί η πιθανότητα ένα άτομο 50 ετών από την ομάδα να επιζήσει τα επόμενα 10 χρόνια.

10

Να υπολογισθεί η πιθανότητα άτομο ηλικίας 45+1/2 να γίνει 47+1/4. Με χρήση του πίνακα PM 60/64 ΜΚΗ όταν μεταξύ των ακεραίων ηλικιών ισχύει η ομοιόμορφη κατανομή των θανόντων.
Υπενθύμιση:

α) ${}_{t}q_x = t \cdot q_x$, *και*

β) ${}_{1-t}q_{x+t} = \frac{(1-t) \cdot q_x}{1 - t \cdot q_x}$ *όπου* $0 < t < 1$ *και* x *ακέραιος.*

11

Μια ομάδα 4000 ατόμων της ίδιας ηλικίας άρχισε να παρακολουθείτε την 1/ΙΑΝ/2001, ως προς την επιβίωσή της, και διαπιστώθηκε ότι η <u>ετήσια</u> <u>πιθανότητα</u> <u>επιβίωσης</u> ήταν σταθερή σε όλο το διάστημα της παρακολούθησης που τελείωσε την 31/ΔΕΚ/2009. Ο αριθμός των ατόμων που επιβίωσαν κατά την 31/ΔΕΚ/2009 ήταν 500 άτομα. Να βρεθεί η πιθανότητα που είχε κάθε άτομο της αρχικής ομάδας να επιζήσει τα 6 πρώτα χρόνια της παρακολούθησης.

12

Από έναν πίνακα επιβίωσης Π1 , κατασκευάζεται ένας δεύτερος πίνακας Π2, που έχει ένταση θνησιμότητας διπλάσια από την ένταση θνησιμότητας του πίνακα Π1 για όλες τις ηλικίες. Να συγκριθεί η πιθανότητα $q_x^{\Pi 2}$ του πίνακα Π2 με το διπλάσιο της πιθανότητας $q_x^{\Pi 1}$ του πίνακα Π1.

13

Δίνεται ότι $\mu_x = \begin{cases} 0.05 & 50 \le x < 60 \\ 0.04 & 60 \le x < 70 \end{cases}$ να υπολογισθεί η ${}_{4/14}q_{50}$.

14

Σε ένα πληθυσμό που περιλαμβάνει τον ίδιο αριθμό αρσενικών και θηλυκών παιδιών κατά την γέννηση τους ισχύει:

(α) Για τους άνδρες $\mu_x^m = 0.10, \ \ x \ge 0$

(β) Για τις γυναίκες $\mu_x^f = 0.08, \ \ x \ge 0$

Να υπολογισθεί η πιθανότητα q_{60} του συνολικού πληθυσμού.

15

Να εκφρασθούν $s(x)$ και ${}_t p_x$ συναρτήσει του μ, εάν η ένταση θνησιμότητας είναι σταθερή και ίση με μ για όλες τις ηλικίες.

16

Εάν για την ένταση θνησιμότητας ισχύει $\mu_x = \dfrac{2}{x+1} + \dfrac{2}{100-x}$

να βρεθεί ο αριθμός των θανόντων μεταξύ της ηλικίας του πρώτου και τετάρτου έτους, δοσμένου ότι $\ell_0 = 10000$.

17

Δίνονται $\ell_x = 27720$ και $\ell_{x+1} = 20790$

α) Αν ισχύει η ομοιόμορφη κατανομή των θανόντων να βρεθεί ο αριθμός των ατόμων που ήταν ηλικίας $x + 1/3$ και δεν έγιναν $x+1$.

β) Αν ισχύει η υπόθεση Balducci να βρεθεί ο αριθμός των θανόντων μεταξύ των ηλικιών x και $x + 2/3$.

$\boxed{18}$

Αν $q_x = \dfrac{3}{4}$ και $\ell_{x+1} = 25$, να βρεθεί η διάρκεια $t,\ 0 \le t \le 1,$ έτσι ώστε η διαφορά μεταξύ $\ell_{x+t}^{(A)}$ και $\ell_{x+t}^{(B)}$ να μεγιστοποιείται, όπου (A) παριστάνει την υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής των θανόντων και (B) την υπόθεση Balducci.

$\boxed{19}$

Αν $s(x) = \dfrac{1}{4}\sqrt[3]{64 - 0.8x}$ να υπολογισθεί ${}_{70}p_0$ και μ_{70}.

$\boxed{20}$

Αν η ένταση θνησιμότητας είναι σταθερή και ίση με k, από την ηλικία $x-1$ ως την ηλικία $x+1$, να βρεθεί η ακριβής έκφραση της q_x συναρτήσει του k

$\boxed{21}$

Άτομο ηλικίας 20 ετών ασφαλίζεται για ποσό 100000 ν.μ. το οποίο θα το εισπράξει, εάν βρίσκεται στη ζωή, μετά 25 έτη .Τι ενιαίο καθαρό ασφάλιστρο θα πρέπει να πληρώσει ο ασφαλιζόμενος εάν προέρχεται από μια ομάδα ατόμων της οποίας η έντασης θνησιμότητας δίνεται από τη σχέση: $\mu_x = \dfrac{1}{100 - x}$

(Δίνεται το επιτόκιο $i = 0.05$ και ότι $\upsilon^{25} = \left(\dfrac{1}{1+0.05}\right)^{25} = 0.295303$)

$\boxed{22}$

Να βρεθεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο που θα πληρώνει άτομο ηλικίας 40 ετών για 20 χρόνια έτσι ώστε εάν μέσα στα επόμενα 25 χρόνια πεθάνει να πάρουν οι δικοί του 100000 ν.μ. ενώ αν βρίσκεται στη ζωή , να εισπράξει το ποσό αυτό ο ίδιος.

23

Άτομο ηλικίας x ετών ασφαλίζεται ισόβια έτσι ώστε οι κληρονόμοι του να πάρουν στο τέλος του έτους του θανάτου του $4000(1.0425)^{k}$ ν.μ. ,

όπου **k** = 1,2,3,... είναι το έτος της ασφάλισης μέσα στο οποίο θα συμβεί ο θάνατός του. Ο ασφαλισμένος πληρώνει σταθερό ετήσιο ασφάλιστρο **R** ισοβίως. Να υπολογισθεί το **R** με χρήση των παρακάτω αριθμητικών δεδομένων:

P_x =0.01 και επιτόκιο πινάκων $i = 4.25\%$

Υπενθύμιση: $P_x = \dfrac{1}{\ddot{a}_x} - d$, $d = 1 - \upsilon = i \cdot \upsilon = \dfrac{i}{1+i}$.

Το P_x είναι το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο που πληρώνει άτομο ηλικίας x για ισόβια ασφάλιση σε περίπτωση θανάτου για ασφαλισμένο ποσό **1** νομ. μον

24

Άτομο ηλικίας 45 ετών ασφαλίζεται έτσι ώστε να εισπράττει 10000 ν.μ. κάθε χρόνο όσο ζει με πρώτη πληρωμή στην ηλικία των 55. Ετήσια ασφάλιστρα θα πληρώνονται όλα τα χρόνια που προηγούνται της έναρξης των πληρωμών από την ασφαλιστική εταιρεία.
Σε περίπτωση θανάτου του ασφαλισμένου προτού αρχίσει να εισπράττει τις 10000 ν.μ. οι
δικαιούχοι του θα πάρουν, στο τέλος του έτους, όσα ασφάλιστρα έχει πληρώσει χωρίς τόκο.
Να βρεθεί το ετήσιο ασφάλιστρο που θα πληρώνει ο ασφαλισμένος με χρήση μόνο των παρακάτω δεδομένων.

x :	45	46	47	. . .	55	56	57
N_x :	24000	22000	20000	. . .	10500	9500	8500
R_x :	16500	15500	14500	. . .	8000	7500	6500

25

Ένα άτομο είχε ασφαλισθεί ώστε να εισπράττει ισοβίως κάθε χρόνο **20000** ν. μ. με πρώτη πληρωμή στην ηλικία των **x** ετών. Την ημέρα της πρώτης πληρωμής, γίνεται στον ασφαλισμένο από την εταιρεία η παρακάτω πρόταση;
Αντί για **20000** ν. μ. να του δώσει άμεσα **10000** ν. μ. μετά σε ένα έτος **11100** ν.μ. σε δύο έτη **12200** ν.μ. και γενικώς η κάθε επόμενη πληρωμή να είναι μεγαλύτερη της προηγουμένης της κατά **1100** ν. μ.
Να παρουσιάσετε σε σύμβολα μετατροπής τα ποσά τα οποία θα πρέπει να συγκριθούν ώστε να μπορεί ο ασφαλισμένος να αποφασίσει αν θα δεχθεί την πρόταση της εταιρείας ή όχι.
Δεν θα υπάρξουν κανενός είδους επιβαρύνσεις.

26

Άτομο ηλικίας 40 ετών ασφαλίζεται έτσι ώστε όταν γίνει 50 ετών να εισπράξει 20000 ν.μ. ενώ αν στο διάστημα αυτό πεθάνει, να πάρουν οι κληρονόμοι του 10000 ν.μ. στο τέλος του έτους του θανάτου του. Τι ετήσιο ασφάλιστρο θα πληρώνει ο ασφαλισμένος σ' όλη τη διάρκεια της ασφάλισης ;
(*Πρώτα σε σύμβολα μετατροπής και μετά αριθμητικά*)
Πόσο θα μεταβληθεί το παραπάνω ετήσιο ασφάλιστρο εάν σε περίπτωση θανάτου του ασφαλισμένου, οι δικαιούχοι του παίρνουν το μεγαλύτερο από τα παρακάτω ποσά στο τέλος του έτους του θανάτου.
α) 10000 ν.μ. β) το απλό άθροισμα των ασφαλίστρων που έχουν δοθεί.

27

Άτομο ηλικίας 40 ετών ασφαλίζεται έτσι ώστε μετά 8 χρόνια θα αρχίσει να εισπράττει 120000 ν.μ. κάθε χρόνο μέχρι και της ηλικίας των 70 ετών. Σε περίπτωση θανάτου του, εντός των 8 πρώτων ετών, οι κληρονόμοι του θα εισπράξουν το απλό άθροισμα των ήδη καταβληθέντων καθαρών ασφαλίστρων στο τέλος του έτους του θανάτου. Εάν καταβληθούν 5 ετήσια ασφάλιστρα τα πέντε πρώτα χρόνια, να υπολογισθεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο.
(*Πρώτα σε σύμβολα μετατροπής και μετά αριθμητικά*)

28

Σε άτομο ηλικίας x προσφέρεται απλή μικτή ασφάλιση 2 ετών και για ασφαλισμένο ποσό 1000 ν.μ.
Μια προσφορά είναι να πληρώσει δύο ετήσια καθαρά ασφάλιστρα, το πρώτο 608 ν.μ. και το δεύτερο 350 ν.μ. Μια άλλη προσφορά είναι να πληρώσει δύο ετήσια καθαρά ασφάλιστρα, ύψους P ν.μ. το καθένα.
Να βρεθεί το P ώστε οι δύο προσφορές να είναι ισοδύναμες.

Δίνονται: $d = i \cdot \upsilon = i \cdot \dfrac{1}{1+i} = 0.05$

29

Εάν ${}_{15}P_{45} = 0.038$, $P_{45:\overline{15|}} = 0.056$ και $A_{60} = 0.625$,

να υπολογίσετε το $P^{1}_{45:\overline{15|}}$

30

Άτομο δηλώνοντας ότι είναι 30 ετών, ασφαλίζεται για 3 έτη σε περίπτωση θανάτου του, για ασφαλισμένο ποσό 1000 ν.μ. Ο ασφαλισμένος πληρώνει ετήσιο ασφάλιστρο σ' όλη την διάρκεια της ασφάλισης. Μετά την πληρωμή του τρίτου ασφάλιστρου, η εταιρεία ανακαλύπτει ότι ο ασφαλισμένος όταν ασφαλίστηκε είχε δηλώσει λάθος ηλικία και ενώ ήταν 31 ετών δήλωσε 30.
Η εταιρεία, λαμβάνοντας υπ' όψιν την πραγματική ηλικία του ασφαλισμένου, αλλάζει τότε το ασφαλισμένο ποσό σύμφωνα με το ασφάλιστρο που πληρώθηκε. Ποιο είναι το νέο ασφαλισμένο ποσό, όταν το επιτόκιο υπολογισμού είναι i=0.04 και είναι γνωστά τα παρακάτω στοιχεία .

x	30	31	32	33
q_x	0.01	0.02	0.03	0.04

31

Για μια ειδική ισόβια ασφάλιση σε περίπτωση θανάτου για άτομο ηλικίας x γνωρίζουμε τα ακόλουθα:

i) Πληρώνονται ίσα ετήσια ασφάλιστρα ισοβίως, με πρώτο ασφάλιστρο στην ηλικία x .

ii) Στο τέλος του έτους του θανάτου καταβάλλεται ποσό 5000 ν.μ. Εάν ο ασφαλισμένος πεθάνει κατά την διάρκεια του $1^{ου}$ έτους της ασφάλισης, δεν καταβάλλεται κανένα ποσό.

iii) $\upsilon = 0.90$, $q_x = 0.05$, $\ddot{a}_x = 5.00$

Με χρήση μόνο των παραπάνω να υπολογισθεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο.

32

Για μια ειδική ισόβια ασφάλιση σε περίπτωση θανάτου για άτομο ηλικίας 35 γνωρίζουμε τα ακόλουθα:

i) Πληρώνονται ίσα ετήσια ασφάλιστρα ισοβίως, με πρώτο ασφάλιστρο στην ηλικία 35 .

ii) Στο τέλος του έτους του θανάτου καταβάλλεται ποσό 1000 ν.μ. καθώς και όλα τα ασφάλιστρα που έχουν καταβληθεί, μέχρι τότε, χωρίς τόκο.

iii) $A_{35} = 0.42898$

iv) $(IA)_{35} = 6.16761$

v) $\ddot{a}_{35} = 11.99143$

Με χρήση μόνο των παραπάνω να υπολογισθεί το ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο.

33

Άτομο ηλικίας x ασφαλίζεται με μικτή ασφάλιση για δύο έτη και για ποσό 1000 ν. μ. Δύο αναλογιστές , χρησιμοποιώντας τον ίδιο πίνακα θνησιμότητας, προτείνουν δύο διαφορετικούς τρόπους πληρωμής των ασφαλίστρων.

$1^{ος}$ τρόπος:

Να πληρώσει για τον πρώτο χρόνο 608 ν.μ. και για τον δεύτερο 350 ν.μ.

$2^{ος}$ τρόπος:

Να πληρώσει και τα δύο χρόνια το ίδιο ποσό Κ.

Εάν είναι d = 0.05 να βρεθεί με μόνο τα παραπάνω δεδομένα το Κ.

34

Να βρεθεί το ενιαίο ασφάλιστρο για την παρακάτω ασφάλιση ατόμου 40 ετών. Η ασφάλιση παρέχει άμεσα μια προκαταβλητέα ετήσια πρόσκαιρη ράντα ζωής αυξανόμενη διάρκειας 25 ετών. Η πρώτη πληρωμή είναι 10000 ν.μ. ενώ κάθε επόμενη αυξάνεται κατά 2500 ν.μ. Τα αρχικά έξοδα είναι 5% επί του ποσού αγοράς της ράντας , ενώ υπάρχει μια επιβάρυνση 4% σε κάθε ποσό που πληρώνεται στον ασφαλισμένο

35

Στην παραπάνω άσκηση 34 ακριβώς 10 έτη από την έναρξη της ασφάλισης και προτού πληρωθεί ο ασφαλισμένος το ετήσιο ποσό από την ασφαλιστική εταιρεία, ζητά να μετατραπεί αυτό σε ένα σταθερό ποσό για όλα τα υπόλοιπα έτη της ασφάλισης. Κατά την εξέταση του αιτήματος ανακαλύπτεται ότι ο ασφαλισμένος ήταν 10 έτη νεότερος από ότι είχε δηλωθεί στην έναρξη της ασφάλισης. Να βρεθεί η σταθερή ετήσια δόση, εάν κατά τον υπολογισμό της ληφθεί υπ' όψιν η πραγματική ηλικία του ασφαλισμένου καθώς και ότι η εταιρεία δεν θα πρέπει να έχει ζημιά λόγω αυτού του λάθους. Για την όλη διαδικασία θα υπάρξει και μια εφ' άπαξ επιβάρυνση 100 ν.μ.

Τα λοιπά στοιχεία της προηγούμενης άσκησης 34 παραμένουν ίδια.

36

Άτομο ηλικίας 80 ετών ασφαλίζεται σε περίπτωση θανάτου του για το υπόλοιπο της ζωής του. Γι' αυτήν την ασφάλιση θα πληρώσει μόνον 2 ίσα ασφάλιστρα R ν.μ., το πρώτο με την έναρξη της ασφάλισης και το δεύτερο στην αρχή του τρίτου έτους. Οι δικαιούχοι του θα πάρουν όποτε πεθάνει, στο τέλος του έτους του θανάτου 1000 ν.μ. Ειδικώς εάν πεθάνει κατά την διάρκεια του πρώτου ή του τρίτου έτους, οι δικαιούχοι θα πάρουν επιπλέον και $\frac{R}{2}$ ν.μ.

Να βρεθεί το ασφάλιστρο R .

(**Πρώτα σε σύμβολα μετατροπής και μετά αριθμητικά**)

37

α) Να δειχθεί ότι $M_x = D_x - dN_x$

β) Δίνεται ο πίνακας

x	27	28	29	30	31
S_x	1868	1767	1670	1577	1488

Όπου $S_x = N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \cdots$ καθώς και ότι το $i = 3\%$.

Βάσει των παραπάνω να υπολογισθεί το ετήσιο περιοδικό ασφάλιστρο P_{28} για ισόβια ασφάλιση σε περίπτωση θανάτου για άτομο ηλικίας 28 ετών

38

Να δειχθεί ότι : $A^1_{x:\overline{n}|} = \upsilon \cdot \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - a_{x:\overline{n}|}$. Με χρήση αυτής της σχέσης και με δοσμένα τα παρακάτω δεδομένα να υπολογισθεί το ετήσιο περιοδικό ασφάλιστρο πρόσκαιρης ασφάλισης 10 ετών λόγω θανάτου , για άτομο ηλικίας x.

$$a_{x+1:\overline{9}|} = 7.5, \quad a_{x:\overline{9}|} = 7.6, \quad p_x = 0.99, \quad \upsilon = 0.97$$

39

Να δειχθεί ότι ισχύει : $a_x = \upsilon \cdot p_x \cdot \ddot{a}_{x+1}$

40

Μια μεγάλη ομάδα ατόμων ακολουθεί ως προς την επιβίωση την συνάρτηση $\ell_x = 100 - x$. Άτομο αυτής της ομάδας ηλικίας 40 ετών ασφαλίζεται έτσι ώστε όποτε πεθάνει μέσα στα επόμενα 15 έτη να πάρουν οι δικαιούχοι του στο τέλος του έτους 10000 ν.μ. Να βρεθεί το ενιαίο καθαρό ασφάλιστρο. Δίνονται : $\upsilon^{15} = 0.743$ όταν $i = 0.02$.

41

Με βάση τα παρακάτω δεδομένα να βρεθεί η τιμή της $s^{(12)}_{40:\overline{10}|}$.

Δίνονται $\ddot{a}_{40:\overline{10}|} = 8.70$ και $A^{\;\;1}_{40:\overline{10}|} = 0712$

42

Άτομο ηλικίας 50 ετών ασφαλίζεται, πληρώνοντας ενιαίο ασφάλιστρο Κ, έτσι ώστε να λαμβάνει ισοβίως 100000 ν.μ. στο τέλος κάθε χρόνου. Όταν πεθάνει ο ασφαλισμένος αθροίζονται απλώς (άτοκα) τα ποσά που έχει εισπράξει και συγκρίνονται με το Κ. Εάν το Κ είναι μεγαλύτερο από το άθροισμα τότε οι δικαιούχοι του παίρνουν την διαφορά στο τέλος του έτους του θανάτου.
Ποιο από τα παρακάτω ποσά προσεγγίζει το Κ?
Α) 1460555,90 Β) 1461468,30 Γ) 1460870 Δ) 1458649,40

43

Άτομο ηλικίας 31 ετών ασφαλίζεται έτσι ώστε να εισπράττει 3500 ν.μ. κάθε χρόνο όσο ζει, με πρώτη πληρωμή στην ηλικία των 50 ετών , ενώ <u>όποτε</u> πεθάνει οι κληρονόμοι του να πάρουν στο τέλος του έτους 3000 ν.μ. Τι ετήσιο καθαρό ασφάλιστρο θα πρέπει να πληρώνει μέχρι <u>**και**</u> της ηλικίας των 44 ετών ; Να βρεθεί το προοπτικό και το αναδρομικό αποθεματικό της παραπάνω ασφάλισης στο <u>**τέλος**</u> του 13ου έτους ;

44

Άτομο ηλικίας **35** ετών ασφαλίζεται σήμερα, δίνοντας ενιαίο ασφάλιστρο **Κ** ν. μ., ώστε να εισπράττει ποσό **10000** ν. μ. κάθε χρόνο όσο ζεί, με πρώτη πληρωμή στην ηλικία των **65** ετών.
Αν συμβεί ο θάνατός του πριν από την πρώτη πληρωμή, τότε οι κληρονόμοι του θα πάρουν το ενιαίο ασφάλιστρο **Κ** που πλήρωσε, (<u>χωρίς τόκο</u>), στο τέλος του έτους του θανάτου.
Να βρεθεί το ενιαίο ασφάλιστρο Κ καθώς και το αναδρομικό αποθεματικό στο τέλος του 5^{ου} έτους από την έναρξη της ασφάλισης

45

Άτομο ηλικίας 25 ετών ασφαλίζεται σήμερα ισόβια για περίπτωση θανάτου του. Τα πρώτα 35 χρόνια το ασφαλισμένο ποσό, που πληρώνεται στο τέλος του έτους του θανάτου, είναι 10000 ν. μ. και από εκεί και πέρα είναι 5000 ν. μ. Ο ασφαλισμένος πληρώνει άμεσα με την έναρξη της ασφάλισης ποσό 500 ν. μ. και μετά από 5 χρόνια δίνει στην αρχή κάθε χρόνου Κ ν. μ. για 25 χρόνια.
Να υπολογισθούν α) το ετήσιο ασφάλιστρο **Κ** β) το αναδρομικό και το προοπτικό αποθεματικό στο τέλος του **4ου** έτους από την έναρξη της ασφάλισης.

46

Άτομο ηλικίας 40 ετών ασφαλίζεται με πρόγραμμα ισόβιας ασφάλισης σε περίπτωση θανάτου του για ασφαλισμένο ποσό 1 ν.μ. που δίνεται στο τέλος του έτους του θανάτου. Ο ασφαλισμένος θα πληρώνει, στην αρχή κάθε χρόνου, ασφάλιστρο P_1 τα πρώτα 20 χρόνια και P_2 μετέπειτα. Με ${}_{20}V$ συμβολίζεται το αποθεματικό στο τέλος του 20ου έτους. Εάν μετά τα πρώτα 20 έτη το ασφάλιστρο συνεχίσει να είναι P_1 (και όχι P_2) ενώ το ασφαλισμένο ποσό είναι 0.75 ν.μ. (αντί 1 ν.μ.) τότε το αποθεματικό ${}_{20}V$ παραμένει αμετάβλητο.
Να υπολογισθεί το ${}_{20}V$ με χρήση μόνο των παρακάτω δεδομένων.

$$A_{40} = 0.299 \ , \ A_{60} = 0.540 \ ,$$

$$\ddot{a}_{40} = 17.190 \ , \ \ddot{a}_{60} = 11.310 \ , \ \ddot{a}_{40:\overline{20|}} = 13.150$$

47

Άτομο ηλικίας 45 ετών ασφαλίζεται έτσι ώστε εάν επιζήσει και γίνει 65 ετών να εισπράξει 10000 ν.μ. ενώ εάν πεθάνει νωρίτερα, να πάρουν οι κληρονόμοι του 10000 ν.μ. Θα πληρώνει ίσα ετήσια ασφάλιστρα όσο ζει σε όλη την διάρκεια των 20 ετών της ασφάλισης. Στο τέλος όμως του 15ου έτους και πριν πληρώσει το 16ο ετήσιο ασφάλιστρο ο ασφαλισμένος δηλώνει ότι αδυνατεί να δώσει πλέον ασφάλιστρα. Η ασφαλιστική εταιρεία, για να μην ζημιωθεί, θα πρέπει να μειώσει το ασφαλισμένο ποσό των 10000 ν.μ. για τα επόμενα έτη. Επιθυμία όμως του ασφαλισμένου είναι να διατηρηθεί το ποσό που θα δοθεί σε περίπτωση θανάτου του σε 10000 ν. μ. και να μειωθεί μόνον το ποσό θα πάρει ο ίδιος εάν επιζήσει και γίνει 65 ετών.
Τι ποσό θα δικαιούται ο ασφαλισμένος εάν επιζήσει και γίνει 65 ετών εάν η εταιρεία ικανοποιήσει την επιθυμία του χωρίς να υπάρχει κανένός είδους επιβάρυνση για την ίδια.

48

Να αποδειχθεί η σχέση : $\ _tV_x = 1 - \frac{\ddot{a}_{x+t}}{\ddot{a}_x}$.

Να υπολογισθεί το $\ _{10}V_{45}$ μόνον από τα παρακάτω δεδομένα:

$\ _{10}V_{35} = 0.150$, και $\ _{20}V_{35} = 0.354$

49

Άτομο ηλικίας 40 ετών ασφαλίζεται με πρόγραμμα ισόβιας ασφάλισης σε περίπτωση θανάτου του για ασφαλισμένο ποσό 1000 ν.μ. που δίνεται στο τέλος του έτους του θανάτου. Στο τέλος του δεκάτου έτους, από την αρχή της ασφάλισης, ο ασφαλισμένος έχει την επιλογή να μην συνεχίσει να πληρώνει το ασφάλιστρο ισοβίως αλλά να πληρώσει μόνο για τα επόμενα δέκα έτη. Να υπολογισθεί το αναθεωρημένο ασφάλιστρο για την επόμενη δεκαετία λαμβάνοντας υπ' όψιν ότι το ασφαλισμένο ποσό παραμένει 1000 ν.μ. (*Μόνο σε σύμβολα μετατροπής και όχι αριθμητικά*)

50

Να υπολογισθεί το $P^1_{x:\overline{n}|}$ χρησιμοποιώντας μόνο τα παρακάτω δεδομένα.

$$P_x = 0.090, \quad {}_nV_x = 0563, \quad P_{x:\overline{n}|}^{\ \ 1} = 0.00864$$

51

Δίνονται $i = 0.06$, $q_x = 0.65$, $q_{x+1} = 0.85$, $q_{x+2} = 1.00$. Να βρεθεί το $\ _1V_x$.

52

Σε μια πρόσκαιρη ασφάλιση αιτία θανάτου, διάρκειας 20 ετών, για άτομο ηλικίας 45 ετών το ασφαλισμένο ποσό για τα 10 πρώτα έτη είναι 10000 ν.μ. και για τα υπόλοιπα 4000 ν.μ.

Η καταβολή του ασφαλισμένου ποσού θα γίνει *αμέσως με τον θάνατο του ασφαλισμένου*.

Ο ασφαλισμένος θα πληρώνει το ίδιο ασφάλιστρο P στην αρχή κάθε έτους σε όλη την διάρκεια της ασφάλισης.

α) Να υπολογισθεί το P.

β) Να υπολογισθεί το αποθεματικό στο τέλος του $10^{ου}$ έτους.

γ) Να δοθεί εξήγηση για το προηγούμενο αριθμητικό αποτέλεσμα στο β) ερώτημα .

Υπάρχει μειονέκτημα στη συγκεκριμένη ασφάλιση για την εταιρεία ή όχι; (*Δικαιολογήστε*)

δ) Εάν ναι τι αλλαγές προτείνεται να γίνουν στους όρους της ασφάλισης ώστε να αντιμετωπισθεί το παραπάνω μειονέκτημα;

Δίνονται:

$$\bar{A}^1_{x:\overline{n}|} = \sqrt{1.0425} \cdot A^1_{x:\overline{n}|}. \qquad \sqrt{1.0425} \simeq 1.021$$

Όπου 4.25% το επιτόκιο των πινάκων.

53

Για μια ισόβια ασφάλιση σε περίπτωση θανάτου για άτομο ηλικίας x με ασφαλισμένο ποσό 1 ν.μ. διαθέσιμα είναι <u>μόνο</u> τα ακόλουθα στοιχεία :

i) $\ddot{a}_x = 5.00$, ii) $q_x = 0.05$, iii) $\upsilon = 0.90$,

iv) Το αποθεματικό στο τέλος του $10^{ου}$ έτους είναι ίσο με 0.20 ν.μ.

Να βρεθεί το αποθεματικό στο τέλος του $10^{ου}$ έτους για μια ισόβια ασφάλιση σε περίπτωση θανάτου για άτομο ηλικίας x με ασφαλισμένο ποσό 0 ν.μ. τον πρώτο χρόνο και 5000 ν.μ. για όλα τα άλλα. Σε κάθε περίπτωση ο ασφαλισμένος πληρώνει ίσα ετήσια ασφάλιστρα ισοβίως.

54

Μια μεγάλη ομάδα ατόμων ηλικίας 45 ετών έχει ασφαλισθεί για 20 έτη. Σε περίπτωση θανάτου ενός ασφαλισμένου ο δικαιούχος του θα πάρει στο τέλος του έτους 10000ν.μ. ενώ κάθε ασφαλισμένος που επέζησε της εικοσαετίας θα πάρει 20000ν.μ. Τα ασφάλιστρα πληρώνονται προκαταβολικά ετησίως από την έναρξη της ασφάλισης και για 15 έτη. Στο τέλος του $13^{ου}$ έτους από την έναρξη της ασφάλισης βρίσκονται εν ζωή 195 ασφαλισμένοι ενώ στην διάρκεια αυτού του $13^{ου}$ έτους ο αριθμός των θανόντων ήταν 4.
Να εξετασθεί εάν υπάρχει *ζημιά* ή *κέρδος* λόγω της θνησιμότητας στο $13^{ο}$ έτος. Σχολιάστε το αποτέλεσμά σας.

55 Άτομο ηλικίας 30 ετών ασφαλίζεται έτσι ώστε <u>όποτε</u> συμβεί ο θάνατός του το ασφαλισμένο ποσό να εισπραχθεί από τους δικαιούχους του <u>άμεσα</u>. Θα πληρώνει μηνιαίο σταθερό προκαταβλητέο ασφάλιστρο για τα επόμενα 35 έτη εκτός εάν πεθάνει νωρίτερα. Το ασφαλισμένο ποσό κάθε έτους ισούται με το ποσό του αμέσως προηγούμενου έτους αυξημένο κατά 4% του ποσού του πρώτου έτους. Η αύξησης γίνεται στο τέλος κάθε έτους. Το ασφαλισμένο ποσό κατά την διάρκεια του πρώτου έτους είναι 50000ν.μ.
Εφάπαξ αρχικά έξοδα 300 ν.μ.
Εφάπαξ αρχική προμήθεια 50% επί του ετήσιου ασφαλίστρου.
Ποσό 250 ν.μ. θα καταβληθεί για την είσπραξη του ασφαλισμένου ποσού την στιγμή της πληρωμής του.
Τα έξοδα ανανέωσης και προμήθειας είναι 5% επί του δεύτερου, καθώς και επί όλων των υπολοίπων μηνιαίων ασφαλίστρων.
Να υπολογισθεί το σταθερό μηνιαίο ασφάλιστρο.
Χρήση του πίνακα PM 60/64 MKH με επιτόκιο 4,25%
Υπενθύμιση

$$\ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{n}|} \simeq \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{m-1}{2m}\left(1 - \frac{D_{x+n}}{D_x}\right)$$

$$\bar{A}_x = \sqrt{1+i}\cdot A_x \ , \ \ (I\bar{A})_x = \sqrt{1+i}\cdot (IA)_x$$

Και γενικά για την περίπτωση που το ασφαλισμένο ποσό καταβάλλεται άμεσα με τον θάνατο του ασφαλισμένου θα χρησιμοποιηθεί ο παράγοντας $\sqrt{1+i}$.
Όπου i είναι το επιτόκιο του εν χρήσει πίνακα θνησιμότητας.

$\boxed{56}$

Εάν στην παραπάνω ασφάλιση γινόταν η παρακάτω αλλαγή:
Το ασφαλισμένο ποσό κάθε έτους είναι κατά 4,25% μεγαλύτερο του προηγουμένου έτους.
Ασφαλισμένο ποσό του πρώτου έτους όπως προηγουμένως 50000ν.μ.
Να βρεθεί το μηνιαίο ασφάλιστρο όταν όλα τα λοιπά στοιχεία της ασφάλισης είναι όπως και παραπάνω

$\boxed{57}$

Άτομο ηλικίας 35 ετών ασφαλίζεται για 30 έτη ως ακολούθως.
Σε περίπτωση θανάτου του, καταβάλλεται στο τέλος του έτους, το ποσόν των $250000(1+(t-1)\cdot 0.02)$ ν.μ. όπου t είναι το έτος της ασφάλισης εντός του οποίου συνέβη ο θάνατός του. Εάν μετά την τριακονταετία βρίσκεται εν ζωή τότε θα εισπράξει ο ίδιος $250000(1+30\cdot 0.02)$ ν.μ.

Να βρεθεί το σταθερό μηνιαίο εμπορικό ασφάλιστρο P που θα πληρώνει σε όλη την διάρκεια της ασφάλισης όταν έχουμε και τις παρακάτω επιβαρύνσεις:
α) Εφάπαξ αρχικό ποσό 250 ν.μ. συν 50% του ετήσιου ασφαλίστρου.
β) Κάθε μηνιαίο ασφάλιστρο (πλην του πρώτου) επιβαρύνεται με 3% .
γ) Τα έξοδα καταβολής του ασφαλισμένου ποσού στην περίπτωση θανάτου είναι 300 ν.μ. ενώ στην περίπτωση επιβίωσης είναι 150ν.μ.

Υπενθύμιση : $\ddot{a}^{(m)}_{x:\overline{n}|} \simeq \ddot{a}_{x:\overline{n}|} - \frac{m-1}{2m}\left(1-\frac{D_{x+n}}{D_x}\right)$

$\boxed{58}$

Μια μεγάλη ομάδα ατόμων ηλικίας 45 ετών έχει ασφαλισθεί για 20 έτη.
Σε περίπτωση θανάτου ενός ασφαλισμένου εντός της εικοσαετίας ο δικαιούχος του θα πάρει στο τέλος του έτους 10000ν.μ. ενώ κάθε επιζών από τους ασφαλισμένους μετά τα 20 έτη θα πάρει 20000ν.μ.
Τα ασφάλιστρα θα είναι πληρώνονται προκαταβολικά ετησίως από τους ασφαλισμένους από την έναρξη της ασφάλισης και για 15 έτη.
Στο τέλος του $13^{ου}$ έτους από την έναρξη της ασφάλισης βρίσκονται εν ζωή 195 ασφαλισμένοι ενώ στην διάρκεια ολοκλήρου του $13^{ου}$ έτους ο αριθμός των θανόντων ήταν 4.
Να εξετασθεί εάν υπάρχει ζημιά ή κέρδος λόγω της θνησιμότητας στο $13^{ο}$ έτος. Σχολιάστε το αποτέλεσμά σας.

59

Μια εταιρεία ασφάλισε 750 άτομα, ηλικίας 30 ετών έκαστο, για 25 έτη σε περίπτωση θανάτου, για ασφαλισμένο ποσό 75000 ν.μ. καταβαλλόμενο στο τέλος του έτους του θανάτου. Το ασφάλιστρο είναι σταθερό ετήσιο και θα καταβάλλεται προκαταβολικά για τα πρώτα 20 έτη από τους ασφαλιζόμενους που βρίσκονται εν ζωή.

Να υπολογισθεί το ετήσιο ασφάλιστρο.

Να υπολογισθεί το αποθεματικό στο τέλος του 19^{ου} έτους και του 20^{ου} έτους.

Εάν κατά την διάρκεια των πρώτων 19 ετών της ασφάλισης πέθαναν 12 ασφαλισμένοι, ενώ στην διάρκεια του 20^{ου} έτους πέθαναν 2 ασφαλισμένοι να υπολογισθεί το «κέρδος» (ή ζημιά) της εταιρείας για το 20^{ο} έτος.

60

Άτομο ηλικίας 40 ετών ασφαλίζεται για 20 έτη ως ακολούθως:
Εάν πεθάνει εντός της εικοσαετίας τότε ο δικαιούχος του θα πάρει στο τέλος του έτους του θανάτου $1000+50\cdot t$ ν.μ. όπου $t=1,2,\cdots,20$ είναι το έτος της ασφάλισης εντός του οποίου συνέβη ο θάνατος. Εάν επιζήσει τότε θα πάρει ο ίδιος $1000+50\cdot 20$ ν.μ. Θα πληρώνει για αυτήν την ασφάλιση ετήσιο σταθερό ασφάλιστρο P όλα τα έτη.
Στο τέλος του 5^{ου} έτους και πριν πληρώσει το 6^{ο} ασφάλιστρο ο ασφαλισμένος επιθυμεί την μετατροπή της ασφάλισης σε απλή μικτή ασφάλιση για τα υπόλοιπα έτη, δηλαδή είτε πεθάνει είτε επιζήσει να καταβληθεί το ίδιο ποσό, ενώ θα συνεχίσει να πληρώνει το ίδιο P .
Ποιο θα είναι το ασφαλισμένο ποσό σε αυτήν την περίπτωση;

61

Άτομο ηλικίας 30 ετών ασφαλίζεται <u>ισοβίως</u> για περίπτωση θανάτου του. Θα πληρώνει σταθερό ετήσιο ασφάλιστρο για τα πρώτα 30 έτη της ασφάλισης ή όσο βρίσκεται εν ζωή. Στο τέλος του 5^{ου} έτους δηλώνει ότι αδυνατεί να πληρώσει το 6^{ο} ασφάλιστρο και τα υπόλοιπα, ζητά όμως να <u>μην μεταβληθεί</u> το ασφαλισμένο ποσό αλλά η ασφάλιση από ισόβια να γίνει πρόσκαιρη. Να βρεθεί για πόσο χρονικό διάστημα θα καλύπτεται σε περίπτωση θανάτου του από εδώ και πέρα.

`