

ΑΣΚΗΣΗ 1

Διδάσκων: Παρ. Βασσάλος

Αξία Άσκησης: 10 Μόρια

1. Να υλοποιήσετε σε γλώσσα προγραμματισμού Python, Fortran, C χρησιμοποιώντας τις αντίστοιχες βιβλιοθήκες, τον αλγόριθμο της απαλοιφής Gauss α) με μερική και β) με ολική οδήγηση.
2. Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω προγράμματα να επιλύσετε τουλάχιστον 5, τυχαία, γραμμικά συστήματα της μορφής

$$A_n x = b \quad A_n \in R^{n \times n}, \quad x, b \in R^n,$$

η λύση των οποίων θα είναι εκ των προτέρων γνωστή, χρησιμοποιώντας κατάλληλο b . Ελέγχοντας τις τιμές $n = 64, 128, 256, 512, 1024, 2048$ προβλέψτε πώς συμπεριφέρεται η νόρμα ∞ του σφάλματος και της διόρθωσης σε συνάρτηση με τον δείκτη κατάστασης του πίνακα A καθώς η διάσταση n . Να γίνει σύγκριση του χρόνου που απασχολήθηκε ο επεξεργαστής (CPU time) σε όλες τις περιπτώσεις και για τις δύο μεθόδους. Τι συμπέρασμα συνάγετε ως προς την αποδοτικότητα των μεθόδων;

3. Να πράξετε όλα τα παραπάνω για το σύστημα όπου ο A_n έχει στην κύρια διαγώνιο και στην τελευταία στήλη μονάδα, στο κάτω τριγωνικό μέρος -1 και παντού αλλού μηδέν. Τι παρατηρείτε;
4. Χρησιμοποιώντας κατάλληλα τις LU αναλύσεις με μερική οδήγηση του πρώτου ερωτήματος, να λύσετε σε χρόνο $O(n^2)$, τα συστήματα $(A + uv^T)x = b$ όπου A οι πίνακες του πρώτου ερωτήματος και u, v τυχαία διανύσματα με $\|u\|_2, \|v\|_2 = 1$ σε χρόνο. Επιβεβαιώστε από τους χρόνους εκτέλεσης των προγραμμάτων σας, ότι ο αλγόριθμος σας είναι πράγματι αυτής της τάξης.

Σημείωση:

- Η υλοποίηση των μεθόδων θα πρέπει να γίνει με χρήση των κατάλληλων υπορουτίνων της βιβλιοθήκης LAPACK, CLAPACK, SCIPY ή NUMPY ανάλογα με την γλώσσα που χρησιμοποιείται.
- Η εργασία που θα παραδώσετε, εκτός του επαρκώς τεκμηριωμένου κώδικα, θα πρέπει να περιέχει και ένα αρχείο κειμένου με τις απαντήσεις, σχόλια και παρατηρήσεις σας επί της άσκησης.