

Κεφάλαιο Λογικής

1. Είναι ο προτασιακός τύπος $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ ταυτολογικά ισοδύναμος με τον $(p \rightarrow q) \rightarrow r$; (Φεβρουάριος 2013)
2. Δοθέντος ότι η τιμή $p \rightarrow q$ είναι ψευδής, προσδιορίστε την τιμή του $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow q$ (Σεπτέμβριος 2011)
3. Είναι ο προτασιακός τύπος $(p \rightarrow (q \vee r)) \leftrightarrow ((p \wedge \neg q) \rightarrow r)$ ταυτολογία; (Σεπτέμβριος 2012)
4. Είναι ο προτασιακός τύπος $(p \vee q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ αντίφαση; (Σεπτέμβριος 2013)
5. Να βρεθεί ο προτασιακός τύπος σε κανονική διαζευκτική μορφή, που είναι ταυτολογικά ισοδύναμος με τον προτασιακό τύπο $(p_0 \rightarrow p_1) \wedge (\neg p_0 \rightarrow p_2)$. (Φεβρουάριος 2009)
6. Ένα νησί έχει δύο φυλές ιθαγενών. Οποιοσδήποτε ιθαγενής από την πρώτη φυλή λέει πάντα την αλήθεια, ενώ οποιοσδήποτε ιθαγενής από την άλλη φυλή λέει πάντα ψέματα. Φθάνετε στο νησί και ρωτάτε έναν ιθαγενή, αν υπάρχει χρυσός στο νησί. Αυτός απαντά: «Υπάρχει χρυσός στο νησί, αν και μόνον αν λέω πάντα την αλήθεια». Υπάρχει χρυσός στο νησί; (Ιανουάριος 2003)
7. Να αποδειχθεί ότι ο προτασιακός τύπος $(p \vee q) \leftrightarrow \neg(\neg p \wedge \neg q)$ είναι ταυτολογία. Στη συνέχεια να αποδειχθεί ότι το $\{\neg, \wedge\}$ είναι πλήρες σύνολο. (Φεβρουάριος 2011)

Κεφάλαιο Συνδυαστικής

1. Έστω ότι 6 Έλληνες, 4 Ισπανοί και 2 Πορτογάλοι πρόκειται να καθίσουν σε μία σειρά έτσι ώστε τα άτομα της ίδιας εθνικότητας να είναι το ένα δίπλα στο άλλο. Πόσες τέτοιες διατάξεις θέσεων υπάρχουν; (Φεβρουάριος 2013)
2. Θεωρούμε κωδικοποιημένα μηνύματα μήκους 20 που σχηματίζονται από 5 Α, 5 Β, 5 Γ, 5 Δ. Πόσα από αυτά περιέχουν τη φράση BBBB; (Σεπτέμβριος 2010)
3. Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να διαταχθούν τα 26 γράμματα του Αγγλικού αλφαβήτου, έτσι ώστε να υπάρχουν ακριβώς επτά γράμματα μεταξύ των γραμμάτων a και b; (Σεπτέμβριος 2008)
4. Να υπολογισθεί ο αριθμός των τρόπων με τους οποίους n άνδρες και n γυναίκες μπορούν να καθίσουν σε μια γραμμή με $2n$ καρέκλες, έτσι ώστε τα δύο φύλλα να εναλλάσσονται. (Ιανουάριος 2006)
5. Πόσα υποσύνολα με 4 στοιχεία του συνόλου $S = \{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$ περιέχουν **τουλάχιστον ένα** από τα στοιχεία 1, 2, 3, 4, 5; (Σεπτέμβριος 2012)
6. Έστω σύνολο A με 20 στοιχεία και έστω x, y δύο στοιχεία του. Να προσδιορισθεί ο αριθμός των υποσυνόλων του A που έχουν 5 στοιχεία και στα οποία ανήκει **το πολύ** ένα από τα x, y . (Σεπτέμβριος 2004)

7. Πόσοι ακέραιοι υπάρχουν οι οποίοι είναι μεγαλύτεροι του 53000 και έχουν ταυτόχρονα τις εξής ιδιότητες:
- τα ψηφία τους είναι διαφορετικά και
 - δεν εμφανίζονται σε αυτούς τα ψηφία 0 και 9;
- (Σεπτέμβριος 2001)
8. Το Αγγλικό αλφάβητο περιέχει 26 γράμματα εκ των οποίων 5 είναι φωνήεντα
- Πόσες λέξεις μήκους 5 μπορούμε να σχηματίσουμε χρησιμοποιώντας 3 διαφορετικά σύμφωνα και 2 διαφορετικά φωνήεντα;
 - Πόσες από τις λέξεις του α. Περιέχουν ταυτόχρονα και τα τρία γράμματα a, b, c; (Σεπτέμβριος 2001)
9. Έστω A το σύνολο των 26 γραμμάτων του Αγγλικού αλφαβήτου. Πόσα υποσύνολα του A υπάρχουν που έχουν 12 στοιχεία και δεν περιέχουν το σύνολο $\{h, o, n, w, a, i\}$ ως υποσύνολό τους; (Σεπτέμβριος 1999)
10. Μια ομάδα οκτώ ανθρώπων πρόκειται να παρακολουθήσουν μια κινηματογραφική ταινία. Δύο από τους οκτώ επέμεναν να καθίσουν ο ένας δίπλα στον άλλο. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν τα οκτώ άτομα στη σειρά; (Σεπτέμβριος 2011)
11. Πέντε άνθρωποι πρόκειται να καθίσουν σε ένα στρογγυλό τραπέζι. Δύο τρόποι θεωρούνται ίδιοι εάν ο ένας είναι μια στροφή του άλλου. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν;
12. Προσανατολισμό ενός γραφήματος G ονομάζουμε το κατευθυνόμενο γράφημα που προκύπτει, εάν αντικαταστήσουμε κάθε ακμή του G με τόξο. Πόσους προσανατολισμούς έχει ένα γράφημα G ;
13. Ένας σωρός από κέρματα αποτελείται από λεπτά, 10λεπτα, 20λεπτα και 50λεπτα (τουλάχιστον 30 από κάθε είδος). Πόσες συλλογές 30 κερμάτων μπορούν να επιλεγούν;
14. Να βρεθεί ο αριθμός των λύσεων της εξίσωσης $x_1 + x_2 + x_3 = 20$ όπου x μη αρνητικός ακέραιος.
15. Να βρεθεί ο αριθμός των λύσεων της εξίσωσης $x_1 + x_2 + x_3 = 20$ όπου x θετικός ακέραιος.
16. Ένα μήνυμα αποτελούμενο από 12 διαφορετικά σύμβολα θα μεταδοθεί μέσα από ένα τηλεπικοινωνιακό κανάλι. Επιπλέον των 12 συμβόλων του μηνύματος, ο αποστολέας θα στείλει και ένα σύνολο 45 συνολικά κενών χαρακτήρων μεταξύ των συμβόλων, με τουλάχιστον τρία κενά μεταξύ κάθε δύο γειτονικών συμβόλων. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορεί ο αποστολέας να στείλει το μήνυμα; (Ιανουάριος 2003)
17. Α) Με πόσους τρόπους είναι δυνατόν να επιλεγούν δύο διαφορετικοί αριθμοί από τους ακέραιους $\{1, 2, 3, \dots, 100\}$ έτσι ώστε το άθροισμά τους να είναι (i) άρτιος αριθμός, (ii) περιττός αριθμός.
- Β) Χρησιμοποιώντας ένα συνδυαστικό επιχείρημα αποδείξτε ότι $C(2n, 2) = 2C(n, 2) + n^2$. (Φεβρουάριος 2008)

Αρχή Εγκλεισμού και Αποκλεισμού

1. Ένας δημοσκόπος αναφέρει ότι από ένα δείγμα 1200 ενήλικων, σε εθνικό επίπεδο, 675 είναι παντρεμένοι, 682 έχουν ηλικία από 20 έως 30 ετών, 684 είναι γυναίκες, 195 είναι παντρεμένοι και έχουν ηλικία από 20 έως 30 ετών, 467 είναι παντρεμένες γυναίκες, 318 είναι γυναίκες ηλικίας από 20 έως 30 ετών και 165 είναι παντρεμένες γυναίκες ηλικίας από 20 έως 30 ετών. Είναι οι αριθμοί του δημοσκόπου συνεπείς; Θα μπορούσαν να είναι αποτέλεσμα πραγματικής δημοσκόπησης; (Σεπτέμβριος 2012)
2. Ανάμεσα σε 100 φοιτητές, 32 μελετούν Μαθηματικά, 20 Φυσική, 45 Βιολογία, 15 μελετούν Μαθηματικά και Βιολογία, 7 Μαθηματικά και Φυσική, 10 Φυσική και Βιολογία και 30 δεν μελετούν κανένα από τα τρία αντικείμενα. Να βρεθεί ο αριθμός των φοιτητών που μελετούν και τα τρία αντικείμενα. (Σεπτέμβριος 2010)
3. Υπάρχουν 7 διαφορετικές επιστολές προς 7 διαφορετικούς παραλήπτες. Να βρεθεί ο αριθμός των τρόπων αποστολής των επιστολών, έτσι ώστε **μία τουλάχιστον** επιστολή να φθάσει στο σωστό παραλήπτη. (Ιανουάριος 2005)