

# ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΣΕΠΤ. 2011

1. Έστω  $R$  μια συμμετρική και μεταβατική σχέση, η οποία ορίζεται σε ένα σύνολο  $A$ . Δείξτε ότι αν για κάθε  $a$  στο  $A$  υπάρχει  $b$  στο  $A$  τέτοιο ώστε το  $(a,b)$  να ανήκει στην  $R$ , τότε η  $R$  είναι μια σχέση ισοδυναμίας.
2. Δοθέντος ότι η τιμή του  $p \rightarrow q$  είναι ψευδής προσδιορίστε την τιμή του  $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow q$ .
3. Ανάμεσα σε 50 φοιτητές μιας τάξης, 26 πήραν Α στο πρώτο διαγώνισμα και 21 πήραν Α στο δεύτερο διαγώνισμα. Εάν 17 φοιτητές δεν πήραν Α σε κανένα από τα δύο διαγωνίσματα, πόσοι φοιτητές πήραν Α και στα δύο διαγωνίσματα;
4. Έστω  $A$  το σύνολο των γραμμάτων του Ελληνικού αλφάβητου. Πόσα υποσύνολα του  $A$  με 12 στοιχεία δεν περιέχουν το σύνολο  $\{\epsilon, \omicron, \omega, \eta, \iota, \upsilon\}$  ως υποσύνολό τους;
5. Μια ομάδα οκτώ ανθρώπων πρόκειται να παρακολουθήσουν μια κινηματογραφική ταινία. Δύο από τους οκτώ επιμένουν να καθίσουν ο ένας δίπλα στον άλλο. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν τα οκτώ άτομα στη σειρά;
6. Υπάρχει 3-κανονικό γράφημα με περιττό αριθμό κορυφών;(Αιτιολογήσατε πλήρως την απάντησή σας.)
7. Έστω  $G$  συνεκτικό επίπεδο γράφημα. Να αποδειχθεί ότι  $v(G) + f(G) = \epsilon(G) + 2$ .
8. Έστω  $G$  συνεκτικό  $k$ -κανονικό διμερές γράφημα με διαμερισμό  $(X, Y)$ , όπου  $k \geq 2$ . Δείξτε ότι: (α)  $|X| = |Y|$ , (β) για κάθε ακμή  $e$  του  $G$  το γράφημα  $G - \{e\}$  είναι επίσης συνεκτικό γράφημα.

Βαθμολογία: 1,2,3,6,8(α) από 1 μονάδα και 4,5,7,8(β) από 1.5 μονάδες.

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες