

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ (ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ)

- 1) α) Πόσοι αναγραμματισμοί της λέξης **ΔΙΑΚΡΙΤΑ** υπάρχουν; β) Σε πόσους από τους παραπάνω αναγραμματισμούς, τα δύο γράμματα **ΚΡ** περιέχονται το ένα δίπλα στο άλλο και με αυτή την σειρά;
- 2) Να βρεθεί ο αριθμός των αποτελεσμάτων που μπορούν να προκύψουν από την ρίψη δύο όμοιων ζαριών.
- 3) Να βρεθεί ο αριθμός των διαφορετικών τρόπων με τους οποίους μπορούμε να βάλουμε στην σειρά τα γράμματα της λέξης **ΧΑΡΑΜΑ**.
- 4) Με πόσους τρόπους μπορούμε να μοιράσουμε σε 4 παιδιά 7 μήλα και 6 πορτοκάλια έτσι ώστε κάθε παιδί να πάρει τουλάχιστον ένα μήλο;
- 5) Θέλουμε να επιλέξουμε 5 από 20 άτομα για να πάνε κάποιο ταξίδι. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει η παραπάνω επιλογή εάν τα άτομα Α και Β δεν δέχονται να ταξιδέψουν μαζί;
- 6) Να αποδειχθεί ότι ο αριθμός $\frac{(3n)!}{2^n 3^n}$ είναι ακέραιος αριθμός.
- 7) Έστω σύνολο Α, το οποίο περιέχει 20 στοιχεία και έστω a,b,c τρία από τα στοιχεία του. Να βρεθεί ο αριθμός των υποσυνόλων του Α που έχουν 6 στοιχεία και περιέχουν το πολύ 2 από τα στοιχεία a,b,c.
- 8) Ανάμεσα σε 100 φοιτητές, 32 μελετούν Μαθηματικά, 20 Φυσική, 45 Βιολογία, 15 μελετούν Μαθηματικά και Βιολογία, 7 Μαθηματικά και Φυσική, 10 Φυσική και Βιολογία και 30 δεν μελετούν κανένα από τα τρία αντικείμενα. Να βρεθεί ο αριθμός των φοιτητών που μελετούν και τα τρία αντικείμενα.
- 9) Πόσες μη-αρνητικές ακέραιες λύσεις έχει η εξίσωση $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 10$;
- 10) Έστω n και k θετικοί ακέραιοι με $n < k$. Να βρεθεί ο αριθμός των τρόπων με τους οποίους n διαφορετικά αντικείμενα μπορούμε να τοποθετηθούν σε k διαφορετικά κουτιά έτσι ώστε κάθε κουτί να περιέχει το πολύ ένα αντικείμενο.
- 11) Με πόσους τρόπους 10 Α και 6Β μπορούν να τοποθετηθούν στην σειρά έτσι ώστε σε κάθε τέτοια τοποθέτηση να μην υπάρχουν δύο Β σε διπλανές(διαδοχικές) θέσεις;
- 12) Μια ομάδα οκτώ ανθρώπων πρόκειται να παρακολουθήσουν μια κινηματογραφική ταινία. Δύο από τους οκτώ, οι Α και Β θέλουν να καθίσουν ο ένας δίπλα στον άλλο. Με πόσους τρόπους μπορούν να καθίσουν τα οκτώ άτομα στη σειρά ικανοποιώντας τον παραπάνω περιορισμό;