

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ (ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ ΣΥΝΟΛΑ, ΑΡΧΗ ΤΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ).

1. Έστω ότι $3Z = \{n \in \mathbb{Z} / n = 3k, \text{ για κάποιο ακέραιο } k\}$. Να αποδειχθεί ότι το σύνολο $3Z$ είναι ισοδύναμο με το σύνολο $\mathbb{Z}$.
2. Έστω c και d πραγματικοί αριθμοί με $c < d$ και έστω σύνολα $W = \{x \in \mathbb{R} / c < x < d\}$ και $S = \{x \in \mathbb{R} / 0 < x < 1\}$. Να αποδειχθεί ότι το W είναι ισοδύναμο με το S .
3. Έστω πεπερασμένο σύνολο A με n στοιχεία. Να αποδειχθεί χρησιμοποιώντας την μέθοδο της επαγωγής ότι $|P(A)| = 2^n$.
4. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο της επαγωγής, να αποδειχθεί ότι $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ για κάθε φυσικό αριθμό n .
5. Χρησιμοποιώντας την μέθοδο της επαγωγής, να αποδειχθεί ότι $1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$ για κάθε φυσικό αριθμό n .