

## Μεταπτυχιακό Μαθηματικών Αγοράς Παραγωγής Παίγνια και Διαπραγματεύσεις – Νοέμβριος 2020

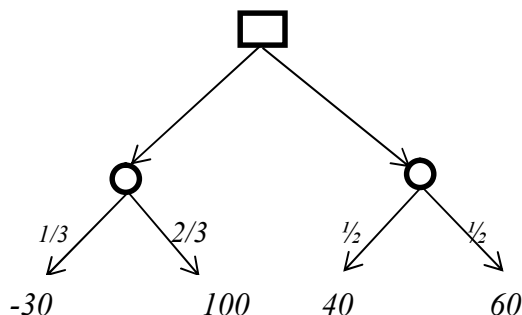
Απαντήστε σε όλα τα θέματα.

### Θέμα 1

**A. 70%** Μία επένδυση απαιτεί αρχικό κεφάλαιο 200 χιλ. €. Με ευνοϊκή οικονομική συγκυρία (πιθανότητα 50%) θα έχει συνολικά έσοδα 240 χιλ. € ενώ με δυσμενή συγκυρία έσοδα 160 χιλ. €. Ο επενδυτής μπορεί να κάνει μία έρευνα αγοράς A που θα κοστίσει 10 χιλ. €, προκαταβλητέα. Η έρευνα θα προβλέψει αν θα ισχύσει ευνοϊκή ή δυσμενή συγκυρία. Αν η συγκυρία είναι ευνοϊκή η έρευνα θα το προβλέψει με πιθανότητα 80%. Αν η συγκυρία είναι αρνητική, η έρευνα θα προβλέψει ευνοϊκή συγκυρία με πιθανότητα 10%. Εναλλακτικά μπορεί να αναθέσει μία έρευνα αγοράς B που έχει τα ίδια στατιστικά χαρακτηριστικά με την A και που θα πληρωθεί 15 χιλ. μόνο αν η συγκυρία αποδειχθεί ευνοϊκή και την έχει προβλέψει.

- Τι θα κάνει ο επενδυτής αν έχει γραμμική συνάρτηση ωφελιμότητας ως προς την περιουσία;
- Σχολιάστε πώς θα προσδιόριζε την στρατηγική του αν είχε γνωστή, μη γραμμική ωφελιμότητα ως προς την περιουσία.

**B. 30%** Ένας συντηρητικός αποφασίζων έχει τετραγωνική ωφελιμότητα ως προς τα χρήματα. Είναι αδιάφορος μεταξύ μίας κλήρωσης που δίνει 100 ή 20 χρηματικές μονάδες με πιθανότητα 50% και εναλλακτικά ενός βέβαιου ποσού 50 μονάδων. Ποια επιλογή θα κάνει στο παρακάτω δένδρο αποφάσεων;



### Θέμα 2

Σε ένα τυχερό παίγνιο δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος, ο I επιλέγει τυχαία ένα χαρτί που είναι Κόκκινο, Μαύρο ή Λευκό με πιθανότητα  $1/3$ . Αφού δει το χαρτί του, είτε το αποκαλύπτει είτε στοιχηματίζει 100 € ότι το χαρτί του είναι Μαύρο. Αν αποκαλύψει το χαρτί του κερδίζει 50€ αν έχει μαύρο χαρτί, χάνει το ίδιο ποσό αν έχει κόκκινο ενώ δεν υπάρχουν πληρωμές αν έχει λευκό χαρτί. Αν ο I στοιχηματίσει 100 € ο II που δεν έχει δει το χαρτί του I είτε αποδέχεται το στοίχημα είτε όχι. Αν ο II δεν αποδεχθεί το στοίχημα, ο I κερδίζει 50€ από τον II. Αν ο II αποδεχθεί, ο I κερδίζει την αξία του στοιχήματος αν όντως έχει Μαύρο χαρτί, διαφορετικά αν ο I έχει κόκκινο χαρτί ο II κερδίζει 100 από τον I. Τέλος αν το χαρτί είναι λευκό δεν υπάρχει κάποια ανταλλαγή χρημάτων. Πώς θα παίξουν οι δύο παίκτες; Συγκεκριμένα

- 70%. γράψτε την εκταταμένη και την κανονική μορφή και
- 30%, εντοπίστε την βέλτιστη στρατηγική και για τους δύο παίκτες.

### Θέμα 3

**A 60%.** Δύο εταιρείες, η A και η B ανταγωνίζονται στην αγορά ενός προϊόντος και παράγουν μη αρνητικές ποσότητες  $x, y$  αντιστοίχως. Η τιμή που θα επικρατήσει (και για τις δύο) είναι  $d(x, y) = 100 - 5(x + y)$  αν  $x + y < 20$  και μηδέν διαφορετικά. Η A έχει αμελητέο κόστος παραγωγής ενώ η B έχει κόστος 20 χρηματικές μονάδες ανά μονάδα προϊόντος.

- ι. Τι ποσότητες θα παραχθούν αν οι δύο εταιρείες αποφασίζουν ταυτόχρονα, χωρίς να γνωρίζει η καθεμία τις παραγόμενες ποσότητες από την άλλη;
- ιι. Τι ποσότητες θα παραχθούν αν η A αναγγέλλει (πρώτη) την ποσότητα που θα παραγάγει;
- ιιι. Τι θα παραγάγει η A αν η B έχει κόστος παραγωγής πάνω από 50 χρηματικές μονάδες ανά μονάδα προϊόντος;

**B 40%.** Δύο παίκτες αναγγέλλουν εναλλάξ αριθμούς 1, 2 ή 3. Χάνει όποιος παίκτης προξενήσει το άθροισμα των αναγγελθέντων αριθμών να υπερβεί το 21. Πώς θα παίξουν οι δύο παίκτες και ποιος θα κερδίσει – θεωρείστε ότι ο I παίζει πρώτος. Δικαιολογείστε σαφώς την απάντησή σας.

### Θέμα 4

**A. 50%** Έστω το παρακάτω παίγνιο 2 παικτών, μηδενικού αθροίσματος, με τον I να μεγιστοποιεί:

3	2	2	1,5	4
2	3	4	5	2
1	2	1	0	5

Υπολογίστε την αξία του και τις στρατηγικές ισορροπίας των δύο παικτών. Ο I ελέγχει τις γραμμές, ενώ τα στοιχεία του πίνακα υποδηλώνουν το κέρδος του I.

**B. 50%** Ένας επενδυτής έχει τετραγωνική ωφελιμότητα αύξουσα ως προς την απόδοση  $r$  των επενδύσεών του. Μπορεί να επενδύσει σε δύο αβέβαια περιουσιακά στοιχεία, εκ των οποίων το πρώτο έχει αναμενόμενη απόδοση 10%, τυπική απόκλιση 10% ενώ το δεύτερο 15% και 25% αντίστοιχα, ενώ έχουν συντελεστή συσχέτισης αποδόσεων  $-0,5$ . Επίσης μπορεί να επενδύσει ή να δανεισθεί σε ένα βέβαιο περιουσιακό στοιχείο με απόδοση 5%. Παρατηρούμε ότι ο επενδυτής δανείζεται 20% του κεφαλαίου. Τι επένδυσε στα αβέβαια περιουσιακά στοιχεία;

**Υπόδειξη:** Υπολογίστε το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.