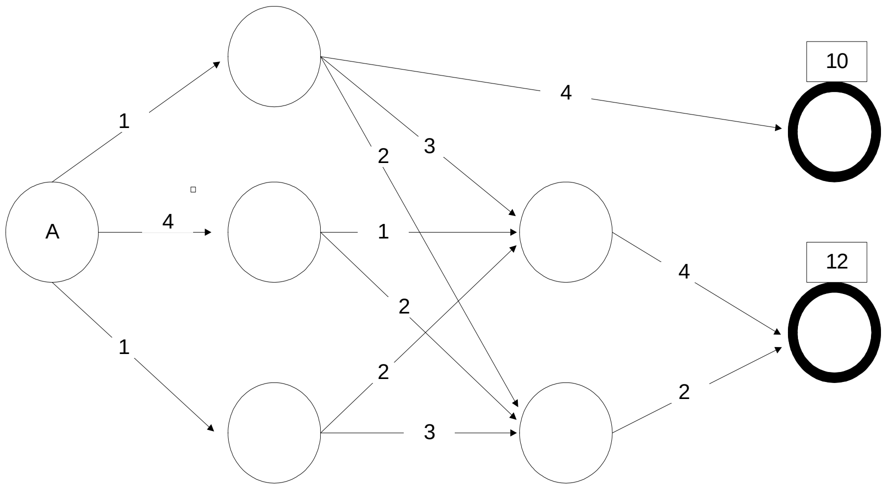
Επιχειρησιακή Έρευνα

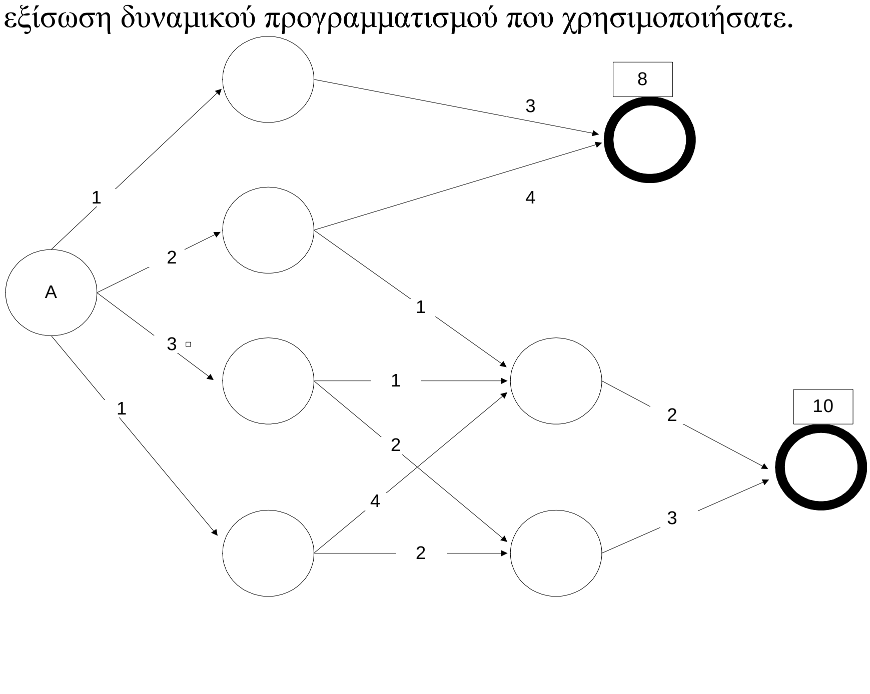
Φροντιστήριο μαθήματος

Δυναμικός Προγραμματισμός

1. Εντοπίστε τη διαδρομή μέγιστου κέρδους από τον κόμβο Α σε έναν οποιονδήποτε τερματικό κόμβο του παρακάτω γραφήματος. Σε κάθε κλάδο σημειώνονται κόστη, ενώ στους δύο τερματικούς κόμβους σημειώνονται κέρδη. Το συνολικό κέρδος μιας διαδρομής σχηματίζεται αθροιστικά. Πριν υπολογίσετε τη διαδρομή, γράψτε την εξίσωση δυναμικού προγραμματισμού που χρησιμοποιήσατε.



2. Εντοπίστε τη διαδρομή μέγιστου κέρδους από τον κόμβο Α σε έναν οποιονδήποτε τερματικό κόμβο του παρακάτω γραφήματος. Σε κάθε κλάδο σημειώνονται κόστη, ενώ στους δύο τερματικούς κόμβους σημειώνονται κέρδη. Το συνολικό κέρδος μιας διαδρομής σχηματίζεται αθροιστικά. Πριν υπολογίσετε τη διαδρομή, γράψτε την εξίσωση δυναμικού προγραμματισμού που χρησιμοποιήσατε.



3. Μία εταιρεία έχει κόστος προμήθειας μίας πρώτης ύλης που δίνεται από την συνάρτηση:

$$K(q) = \begin{cases} 0 & \text{αν } q=0 \\ 5+2q & \text{αν } q>0 \end{cases}$$

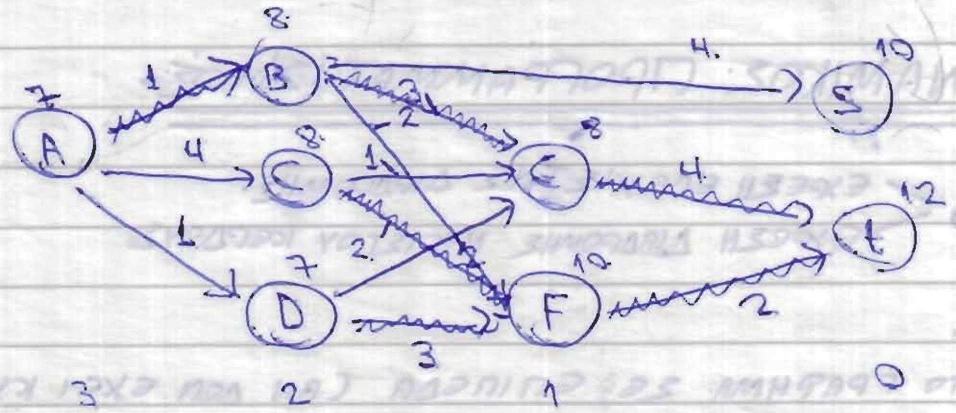
Θέλει να κάνει προγραμματισμό 3 περιόδων j =1, 2, 3 (τώρα βρίσκεται στην περίοδο 1), έτσι ώστε να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος προμηθειών - αποθήκευσης. Θεωρεί ότι η ζήτηση στις επόμενες περιόδους είναι $d_1=4$, $d_2=1$ $d_3=6$ και δεν επιτρέπεται καθυστέρηση, ενώ το κόστος αποθήκευσης είναι 1 €/ μονάδα - περίοδο.

I. Διατυπώστε την σχετική εξίσωση δυναμικού προγραμματισμού.
II. Λύστε την εξίσωση και διατυπώστε την βέλτιστη στρατηγική παραγωγής.
III. Αν το κόστος προμήθειας ήταν $K(q) = 10q^{1/2}$, διατυπώστε την σχετική εξίσωση δυναμικού προγραμματισμού και περιγράψτε την μέθοδο που θα χρησιμοποιούσατε για να την λύσετε (χωρίς να τη λύσετε).

Επιμέλεια: Δ. Κ. Βασιλάκης (dkv@aueb.gr)

ΘΕΜΑ 1Β, ΦΕΒ 2004

1.



$$f_n(K) = \max_{x_n} \{-r(K,x_n) + f_{n-1}(\tau(x_n,K))\}$$

$f_0(s) = 10 \quad f_0(t) = 12.$

$f_1(E) = \max\{-4+12\} = 8 \quad x_1 = (E,t)$

$f_1(F) = \max\{-2+12\} = 10. \quad x_1 = (F,t)$

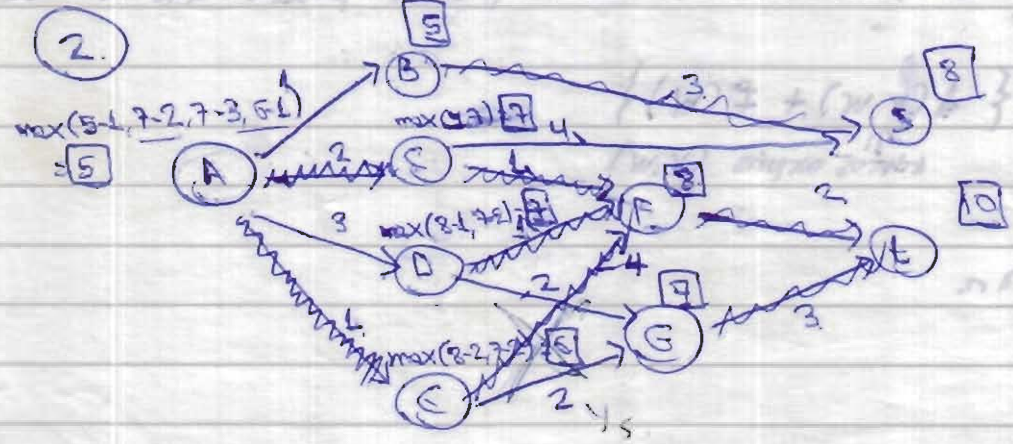
$f_2(B) = \max\{-4+10, -3+8, -2+10\} = 8 \quad \cancel{x_2 = (B,F)} \quad x_2 : (B,F)$

$f_2(C) = \max\{-1+8, -2+10\} = 8. \quad x_2 = (C,F)$

$f_2(D) = \max\{-2+8, -3+10\} = 7 \quad x_2 = (D,F)$

$f_3(A) = \max\{-1+8, -4+8, -1+7\} = 7 \quad x_1 = (A,B)$

2.



$$f(V) = \max_{\substack{w \in V \\ (v,w) \in E}} \{-d(v,w) + f(w)\}$$

$f(s)=8 \quad f(t)=10.$

Αρα ACFt

③ ΘΕΜΑ 5 ΦΕΒ 2004

$$K(q)=\begin{cases}0 & q=0\\ 5+2q & q>0\end{cases}$$

$n=3 \qquad d_1=4,\ d_2=1,\ d_3=6 \ €$

$K=1\ €$

α) $$C_t=\min_{\substack{t\geq 0\\ T+t\leq 3}}\left\{5+2(d_t+d_{t+1}+\dots d_{t+T})+1(d_{t+1}+2d_{t+2}+\dots+T\cdot d_{t+T})+C_{t+T+1}\right\}$$

$C_4=0$

$C_3=5+2\cdot 6+0=17$

β) $$C_2=\min\{\underbrace{5+2\cdot 1+17}_{T=0},\ \underbrace{5+2(1+6)+1\cdot 6+0}_{T=1}\}=\min\{24,25\}=24$$

$\underline{T=0}$

$$C_1=\min\{\underbrace{5+2\cdot 4+24}_{T=0},\ \underbrace{5+2\cdot(4+1)+1\cdot 1+17}_{T=1},\ \underbrace{5+2\cdot(4+1+6)+1(13)+0}_{T=2}\}$$

$$=\min\{37,\ 33,\ 40\}=33$$

$\underline{T=1}$

Άρα παραγγέλνω 5 μονάδες την 1η περίοδο
και 6 μονάδες την 3η.

κόστος προμήθειας: $5+2\cdot 5+5+2\cdot 6=32$

κόστος αποθήκευσης: $1\cdot 1=1$

$\boxed{33}$

γ) ΟΧΙ WAGNER-WHITIN!!, ΑΠΟ ΥΠΟΔΕΙΓΜΑ $K(q)=10\sqrt{q}$

$$f_t(s)=\min_{\substack{x\geq 0\\ s+x\geq d_t}}\left\{10\sqrt{x}+1(s+x-d_t)+f_{t+1}(s+x-d_t)\right\}$$

$$f_3(s)=\begin{cases}0, & s\geq d_3\\ 10\sqrt{d_3-s}, & s<d_3\end{cases}$$