

Επιχειρησιακή Έρευνα

Φροντιστήριο μαθήματος

Βελτιστοποίηση με Ισοτικούς Περιορισμούς

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x, y, z) = x + y - z$, την οποία θέλουμε να μεγιστοποιήσουμε έχοντας τους περιορισμούς:

$$x^2 + y^2 + z = 5$$

$$x + 3y + yz = 5$$

I. Αν γνωρίζουμε ότι το πρόβλημα έχει μοναδικό μέγιστο, εξετάστε (χρησιμοποιώντας τη θεωρία Lagrange) ποια από τις παρακάτω λύσεις δίνει το μέγιστο:

i. $x = 2, y = 1, z = 0$

ii. $x = 1.5, y = 2, z = -1.25$

II. Αν ο πρώτος περιορισμός γίνει $x^2 + y^2 + z = 4.9$ και ο άλλος περιορισμός παραμείνει, ποια είναι η κατά προσέγγιση νέα τιμή του μεγίστου;

2. Ένας επενδυτής σκοπεύει να διαμορφώσει το χαρτοφυλάκιό του τοποθετώντας τα χρήματά του σε τρεις αξίες M1, M2 και M3 με τα εξής χαρακτηριστικά:

Αξία	Αναμ. Απόδοση	Τυπ. απόκλιση
M1	12%	8%
M2	16%	12%
M3	8%	0

Ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα σε M1 και M2 είναι 0.5, ενώ το M3 δεν συσχετίζεται με κανένα στοιχείο.

- I. Διαμορφώστε το πρόβλημα βελτιστοποίησης που εξασφαλίζει απόδοση χαρτοφυλακίου ακριβώς ίση με 14%, ελαχιστοποιώντας τον κίνδυνο.
- II. Γράψτε τις αναγκαίες συνθήκες βέλτιστου για το παραπάνω πρόβλημα
- III. Αφού το λύσετε με το εργαλείο Solver του Excel επαληθεύστε ότι η λύση ικανοποιεί τις αναγκαίες συνθήκες.
- IV. Εάν η επιθυμητή απόδοση γίνει 14.1%, ποιός θα είναι κατά προσέγγιση ο κίνδυνος του βέλτιστου χαρτοφυλακίου;