

1^ο Φροντιστήριο στο μάθημα της Επιχειρησιακής Έρευνας (σε MS Excel)

Προαπαιτούμενες ενέργειες:

1. Κάντε download στην περιοχή εργασίας σας το αρχείο «airplanesselect.xls» από την ιστοσελίδα του μαθήματος (ενότητα «Εγγραφα»).
2. Ανοίξτε το αρχείο και εγκαταστήστε τον Solver (**Tools -> Add-Ins...** -> επιλέγετε **Solver Add-In -> OK**), εάν δεν είναι ήδη εγκατεστημένος.

Σκοπός Φροντιστηρίου:

Η εξοικείωση με την μορφοποίηση προβλημάτων ελαχιστοποίησης-μεγιστοποίησης σε φύλλα λογισμικού (Excel). Η επίλυση των προβλημάτων με τη χρήση του Solver. Η παραγωγή αναφορών (reports) και η ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Άσκηση 1

Η άσκηση αυτή βασίζεται στο πρώτο παράδειγμα (απλή περίπτωση) με την εταιρεία αερομεταφορών, που βρίσκεται στην αρχή του πρώτου σετ των σημειώσεων. Η μορφοποίηση του προβλήματος βρίσκεται στο sheet 1 (απλό) του αρχείου «airplanesselect.xls».

Η εταιρεία θέλει να αποφασίζει πόσα αεροσκάφη (Α/Σ) από κάθε τύπο να αγοράσει, έχοντας να επιλέξει ανάμεσα σε τρεις τύπους Α/Σ. Συνεπώς οι μεταβλητές X_1 , X_2 και X_3 του προβλήματος είναι η ποσότητα από κάθε τύπο αεροσκάφους που θα αγοραστεί (ακέραιος αριθμός). Οι **μεταβλητές** αυτές βρίσκονται στα κελιά **D6, E6, F6**.

Ο κάθε τύπος αεροσκάφους έχει ένα ετήσιο κόστος συντήρησης ανά μονάδα που είναι για τον 1^ο τύπο 30.000 ευρώ, για τον 2^ο 20.000 και για τον 3^ο 40.000 ευρώ (κελιά D8 έως F8). Ο σκοπός της εταιρείας είναι να προχωρήσει σε τέτοια αγορά Α/Σ, έτσι ώστε το **συνολικό ετήσιο κόστος συντήρησης** να ελαχιστοποιείται. Το συνολικό ετήσιο κόστος δίνεται από τον τύπο: $30.000 X_1 + 20.000 X_2 + 40.000 X_3$. Αυτή είναι και η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος, και θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε την τιμή της. Η **αντικειμενική συνάρτηση** βρίσκεται στο κελί **D18** και εκφράζεται ως «SUMPRODUCT(\$D\$6:\$F\$6;D8:F8)». Η ενσωματωμένη συνάρτηση **SUMPRODUCT** του EXCEL, δίνει το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων (δηλαδή το άθροισμα των γινομένων των αντίστοιχων παραμέτρων τους). Εδώ, πολλαπλασιάζουμε το διάνυσμα των μεταβλητών (στα κελιά D6 έως F6) με το διάνυσμα των αντίστοιχων συντελεστών κόστους συντήρησης (στα κελιά D8 έως F8).

Κάθε τύπος Α/Σ έχει τιμή αγοράς μονάδας, που είναι 22, 25 και 15 εκατ. ευρώ (κελιά D9 έως F9) για τον τύπο 1,2 και 3 αντίστοιχα. Η εταιρεία όμως διαθέτει συνολικά 800 εκατ. ευρώ για την αγορά των αεροσκαφών. Αυτό θέτει τον πρώτο περιορισμό του προβλήματος. Το **συνολικό κόστος αγοράς** δίνεται απ' το «SUMPRODUCT(\$D\$6:\$F\$6;D9:F9)» που βρίσκεται στο κελί **D19**.

Επίσης, κάθε αεροσκάφος μπορεί να εξυπηρετήσει ορισμένα Επιβατο-μίλια την ημέρα (E/M). Οι τιμές αυτές για τους τρεις τύπους βρίσκονται στα κελιά D10 έως F10. Η **συνολική εξυπηρέτηση σε E/M** την ημέρα από όλα τα αεροσκάφη δίνεται από τον τύπο «SUMPRODUCT(\$D\$6:\$F\$6;D10:F10)» που βρίσκεται στο κελί **D20**. Στόχος της εταιρείας είναι να αγοράσει τόσα αεροσκάφη από κάθε τύπο, έτσι ώστε η συνολική εξυπηρέτηση να είναι τουλάχιστον 100.000 E/M την ημέρα. Αυτό θέτει τον δεύτερο περιορισμό.

Ζητούμενα

1. Ποιους άλλους περιορισμούς μπορείτε να σκεφτείτε, αναφορικά με τα X_1 , X_2 και X_3 , με βάση την περιγραφή του προβλήματος?
2. Λύστε το πρόβλημα ενεργοποιώντας τον Solver (**Tools -> Solver...**).

Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε την αντικειμενική συνάρτηση άρα επιλέγουμε **Equal to: Min**, με **Target Cell** το **D18**. Στο πεδίο **By Changing Cells** βάζουμε τα κελιά που περιέχουν τις μεταβλητές του προβλήματος, δηλαδή εδώ **D6:F6**. Τέλος πρέπει να προσθέσουμε τους περιορισμούς. Στην συγκεκριμένη περίπτωση έχουμε δύο προφανείς: **D19<=D13** (για συνολικό κόστος αγοράς) και **D20>=D14** (για συνολική εξυπηρέτηση σε E/M). Επιπλέον έχουν προκύψει δύο περιορισμοί (απάντηση στην προηγούμενη ερώτηση): πρέπει τα X_1 , X_2 και X_3 να έχουν τιμές ακέραιες και μη αρνητικές. Αυτό εκφράζεται ως: **D6:F6 integer** και **D6:F6>=0**.

3. Με διαθέσιμο ποσό 800, ποια είναι η βέλτιστη λύση χωρίς περιορισμό ακεραιότητας στα κελιά D6:F6? Υπάρχει περίπτωση να πάρετε χειρότερη (μεγαλύτερη) τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση?

4. Με διαθέσιμο ποσό 900, ποια είναι η βέλτιστη λύση χωρίς περιορισμό ακεραιότητας στα κελιά D6:F6? (Αλλάζετε την τιμή του D13 και τρέχετε πάλι τον Solver)
5. Με διαθέσιμο ποσό 900, ποια είναι η βέλτιστη λύση ΜΕ περιορισμό ακεραιότητας στα κελιά D6:F6?
6. Τρέξτε πάλι τον Solver για το προηγούμενο ερώτημα. Επιλέξτε τη δημιουργία “Answer Report”, στο δεύτερο παράθυρο που προκύπτει. Παρατηρήστε το report που δημιουργήθηκε. Ποιοι περιορισμοί είναι **ενεργοί** (ικανοποιούνται στα όρια της τιμής)?
7. Τρέξτε τον Solver με βάση το ερώτημα 4 και επιλέξτε τη δημιουργία “Sensitivity Report”. Ποια είναι η τιμή του “Reduced Gradient” για κάθε μεταβλητή? Ποια είναι και τι δείχνει η τιμή του “Lagrange Multiplier” για κάθε περιορισμό?
8. Αν το διαθέσιμο ποσό αυξηθεί από 900 σε 1000, με βάση τον πολ/στη Lagrange για τον περιορισμό αυτό, τι περιμένετε να συμβεί με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης? Θα αυξηθεί ή θα μειωθεί? Κατά πόσο? Επιβεβαιώστε την απάντησή σας τρέχοντας τον Solver.
9. Αν η ζήτηση σε E/M την ημέρα αυξηθεί από 100.000 σε 110.000, με βάση τον πολ/στη Lagrange για τον περιορισμό αυτό, τι περιμένετε να συμβεί με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης? Θα αυξηθεί ή θα μειωθεί? Κατά πόσο? Επιβεβαιώστε την απάντησή σας τρέχοντας τον Solver.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Η άσκηση αυτή βασίζεται στο παράδειγμα με την εταιρεία αερομεταφορών, που βρίσκεται στην προτελευταία σελίδα του πρώτου σετ των σημειώσεων. Η μορφοποίηση του προβλήματος βρίσκεται στο sheet 2 (πολύπλοκο) του αρχείου «airplanesselect.xls».

Ενώ ο πρώτος περιορισμός (του διαθέσιμου ποσού αγοράς) παραμένει ο ίδιος (με 500 εκατ. ευρώ διαθέσιμα αυτή τη φορά), υπάρχει μια σημαντική διαφοροποίηση ως προς τον δεύτερο περιορισμό και γενικότερα ως προς τη δομή του προβλήματος. Συγκεκριμένα, σε αυτήν την περίπτωση δεν υπάρχει ένα, αλλά **τρία διαφορετικά δρομολόγια** που πρέπει να εξυπηρετηθούν από τους τρεις διαφορετικούς τύπους αεροσκαφών (κάθε αεροσκάφος σε ένα μόνο δρομολόγιο). Αναγκαστήκαμε έτσι να χρησιμοποιήσουμε **9 αντί για 3 μεταβλητές** (βρίσκονται στο πεδίο κελιών από **D7 έως F9**). Αν αυτό το πεδίο τιμών θεωρηθεί ένα πίνακας διαστάσεων 3x3, τότε η μεταβλητή που βρίσκεται στην i-γραμμή και j-στήλη του πίνακα, δηλώνει τον αριθμό αεροσκαφών τύπου j που κατανέμονται στο δρομολόγιο i. Έτσι π.χ. το κελί F8 δηλώνει τον αριθμό αεροσκαφών τύπου 3 που χρησιμοποιούνται για το δρομολόγιο 2. Παρατηρήστε ότι τα κελιά D6 έως F6 έχουν το σύνολο των A/Σ που αγοράζονται τελικά από τον κάθε τύπο και δεν είναι πλέον μεταβλητές. Το κάθε δρομολόγιο έχει μία **ημερήσια απαίτηση ζήτησης σε E/M** (κελιά D21 έως D23) που πρέπει να ικανοποιηθεί, γεγονός που θέτει τρεις περιορισμούς (κελιά D30 έως D32). Παρατηρήστε στο φύλλο λογισμικού τον τύπο της αντικειμενικής συνάρτησης (κελί D28), του συνολικού απαιτούμενου ποσού για την αγορά (D29) και τα E/M την ημέρα που καλύπτονται σε κάθε δρομολόγιο.

Ζητούμενα

10. Με διαθέσιμο ποσό 500 ποια είναι η βέλτιστη λύση ΜΕ περιορισμό ακεραιότητας στα κελιά D7:F9?
11. Με διαθέσιμο ποσό 500 ποια είναι η βέλτιστη λύση χωρίς περιορισμό ακεραιότητας στα κελιά D7:F9?
12. Για το προηγούμενο ερώτημα δημιουργήστε το “Answer Report” και το “Sensitivity Report”. Αν το διαθέσιμο ποσό για την αγορά A/Σ μειωθεί από 500 σε 450 εκατ. ευρώ, τι περιμένετε να συμβεί με την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης? Κατά πόσο θα μεταβληθεί? Τρέξτε τον Solver για να επιβεβαιώσετε το αποτέλεσμα.
13. Με διαθέσιμο ποσό 400 και χωρίς περιορισμό ακεραιότητας δοκιμάστε να τρέξετε τον Solver. Είναι η λύση που βρέθηκε εφικτή? Για ποιον λόγο?
14. Κάθε εταιρεία παραγωγής αεροσκαφών αποφασίζει να εφαρμόσει έκπτωση ανάλογα με το πόσα A/Σ παραγγέλνονται τελικά από αυτήν. Για τον τύπο 1 η αρχική έκπτωση είναι 20%, για τον τύπο 2 είναι 10% και για τον τύπο 3 είναι 15%. Όταν παραγγέλνονται X κομμάτια από κάποιον τύπο, τότε η τελική έκπτωση υπολογίζεται ως: $[Αρχική Έκπτωση](1-1/X)$. Αν π.χ. παραγγελθούν 4 κομμάτια από τον τύπο 2 τότε η έκπτωση θα είναι τελικά $10\%(1-0.25)=7.5\%$. Οι τελικές εκπτώσεις για κάθε τύπο βρίσκονται στα κελιά D42 έως F42 (παρατηρήστε την συνάρτηση IF του Excel). Με βάση τα νέα δεδομένα μπορούμε να υπολογίσουμε το **νέο συνολικό κόστος αγοράς** (κελί D45). Λύστε το πρόβλημα χρησιμοποιώντας αυτό το κόστος στον τύπο του περιορισμού, για διαθέσιμο ποσό 500, χωρίς περιορισμό ακεραιότητας. Λύστε πάλι, αν το διαθέσιμο ποσό είναι 400, χωρίς περιορισμό ακεραιότητας. Υπάρχει εφικτή λύση αυτή τη φορά?