

Επιχειρησιακή Έρευνα

Ενδεικτικές Ασκήσεις

Επιμέλεια: Δ.Κ. Βασιλάκης (dkv@aueb.gr)

Διαμόρφωση Προβλημάτων

- Μία επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα και θέλει να καταστρώσει ένα πρόγραμμα παραγωγής. Το εργατικό της δυναμικό είναι 2000 εργατοώρες, ενώ χρησιμοποιείται και μία πρώτη ύλη που είναι διαθέσιμη σε ποσότητα 10000 μονάδων. Το κόστος της πρώτης ύλης είναι 20 ευρώ ανά μονάδα. Οι απαιτήσεις σε εργατοώρες και πρώτη ύλη για την παραγωγή και τα έσοδα πωλήσεων ανά προϊόν δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Όλα τα προϊόντα μπορούν να διατεθούν σε απεριόριστες ποσότητες και η εταιρία αποσκοπεί στη μεγιστοποίηση των καθαρών εσόδων της.

Απαιτήσεις ανά προϊόν	A	B	Γ
Εργατοώρες	5	15	20
Πρώτη ύλη	20	30	50
Έσοδο από πώληση μιάς μονάδος	450	670	1230

- Διαμορφώστε το μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού γι' αυτό το πρόβλημα.
 - Η επιχείρηση έχει τη δυνατότητα να παράξει ακριβώς 120 μονάδες από το προϊόν A, 85 μονάδες από το προϊόν B και 70 μονάδες από το προϊόν Γ. Ποιό ή ποιά από τα τρία προϊόντα θα επιλέξει ώστε να μεγιστοποιήσει τα καθαρά της έσοδα; Διαμορφώστε το πρόβλημα επιλογής προϊόντων.
- Ζητείται από έναν διαιτολόγο να εκδώσει μια δίαιτα για έναν πελάτη του που τρέφεται αποκλειστικά με χοιρινό κρέας και πατάτες. Αν και γνωρίζει ότι αυτή δεν είναι η πιο υγιεινή δίαιτα, θέλει να είναι σίγουρος ότι ο πελάτης του θα τραφεί με τόση ποσότητα κρέατος και πατάτας, ώστε να ικανοποιεί τις ημερήσιες ανάγκες του σε πρωτεΐνες, υδατάνθρακες και λίπος. Γι' αυτό το λόγο έχει στη διάθεσή του τις ακόλουθες πληροφορίες κόστους και διατροφικής αξίας:

Συστατικό	Γραμμάρια συστατικού ανα μερίδα		Ημερήσιες ανάγκες (σε γραμμάρια)
	Χοιρινό	Πατάτες	
Υδατάνθρακες	5	15	τουλάχιστον 50
Πρωτεΐνες	20	5	τουλάχιστον 40
Λίπος	15	2	το πολύ 60
Κόστος ανά μερίδα	4 €	2 €	

Ο διαιτολόγος θέλει να αποφασίσει τον αριθμό των μερίδων ανά ημέρα (όχι απαραίτητα ακέραιος) από κρέας και πατάτες, έτσι ώστε να ικανοποιούνται οι ημερήσιες ανάγκες του πελάτη σε διατροφικά συστατικά και να ελαχιστοποιείται το κόστος της ημερήσιας διατροφής.

- Διαμορφώστε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού για αυτό το πρόβλημα.
- Χρησιμοποιήστε τη γραφική μέθοδο για να λύσετε το πρόβλημα.

3. Ο γενικός υπεύθυνος του κέντρου υπολογιστών σε ένα πανεπιστήμιο πρέπει να αποφασίσει για την πρόσληψη υπαλλήλων που θα απασχοληθούν στο κέντρο. Το κέντρο λειτουργεί καθημερινά από τις 8 το πρωί μέχρι τα μεσάνυχτα και ο υπεύθυνος έχει παρατηρήσει ότι οι ανάγκες του κέντρου υπολογιστών σε υπαλλήλους για τις διάφορες ώρες είναι οι ακόλουθες:

Χρονικό Διάστημα	Ελάχιστος Αριθμός Υπαλλήλων που πρέπει να είναι σε υπηρεσία
8.00 – 12.00	4
12.00 – 16.00	8
16.00 – 20.00	10
20.00 – 24.00	6

Υπάρχουν δύο τύποι υπαλλήλων που μπορούν να προσληφθούν: οι πλήρους (full-time) και οι μερικής (part-time) απασχόλησης. Οι υπάλληλοι πλήρους απασχόλησης δουλεύουν 8 συνεχόμενες ώρες σε οποιαδήποτε από τις ακόλουθες βάρδιες: πρωινή (8.00-16.00), μεσημεριανή (12.00-20.00) και βραδυνή (16.00-24.00) και αμοιβονται με 14 € την ώρα. Οι υπάλληλοι μερικής απασχόλησης δουλεύουν 4 συνεχόμενες ώρες σε οποιαδήποτε από τις 4 βάρδιες που φαίνονται στο παραπάνω πινακάκι και αμοιβονται με 12 € την ώρα. Στους κανονισμούς λειτουργίας του εργαστηρίου υπάρχει κι ένας πρόσθετος όρος που λέει ότι σε κάθε χρονική περίοδο πρέπει να υπάρχουν τουλάχιστον 2 υπάλληλοι πλήρους απασχόλησης για κάθε υπάλληλο μερικής που απασχολείται. Ο γενικός υπεύθυνος θέλει να αποφασίσει πόσοι υπάλληλοι από κάθε τύπο θα απασχολούνται σε κάθε χρονικό διάστημα, έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το συνολικό κόστος αμοιβών.

- I. Διαμορφώστε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού για αυτό το πρόβλημα.
- II. Εκφράστε το πρόβλημα στη μορφή $\{\max c'x, Ax = b, x \geq 0\}$ (αγνοήστε εδώ τους περιορισμούς ακεραιότητας).

4. Μία επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα και θέλει να καταστρώσει ένα μηνιαίο πρόγραμμα παραγωγής. Το εργατικό της δυναμικό το μήνα αυτό είναι 1600 εργατοώρες κανονικής εργασίας με κόστος 10 ευρώ ανά ώρα, αλλά υπάρχει δυνατότητα επιπλέον το πολύ 800 ωρών υπερωριών με κόστος υπερωρίας 20 ευρώ την ώρα. Οι κανονικές ώρες εργασίας πρέπει να πληρωθούν είτε χρησιμοποιηθούν είτε όχι. Επιπλέον χρησιμοποιείται μία πρώτη ύλη που είναι διαθέσιμη σε ποσότητα 1000 τόνων τον μήνα και δεν είναι δυνατή πρόσθετη διαθεσιμότητα. Το κόστος της πρώτης ύλης είναι 10 ευρώ ανά τόνο. Οι απαιτήσεις για την παραγωγή και τα έσοδα πωλήσεων των προϊόντων δίνονται στον παρακάτω πίνακα. Τα προϊόντα A, B μπορούν να διατεθούν σε απεριόριστες ποσότητες αλλά το προϊόν Γ μπορεί να διατεθεί μέχρι το ύψους των 100 μονάδων.

Απαιτήσεις ανά προϊόν	A	B	Γ
Εργατοώρες	9	2	4
Πρώτη ύλη	3	8	6
Έσοδο από πώληση μιάς μονάδος	220	110	150

- I. Διαμορφώστε ένα μοντέλο γραμμικού προγραμματισμού γι' αυτό το πρόβλημα.
- II. Μεταφέρετε το μοντέλο σε ένα φύλλο λογισμικού Excel και βρείτε τη βέλτιστη λύση με τον Solver