

**Επιχειρησιακή Έρευνα
Πρόοδος
Μάιος 2012**

Γράψτε όσο το δυνατόν περισσότερα θέματα. Κάθε θέμα έχει ίδια αξία. Διάρκεια 1 ώρα 15 λεπτά.

Θέμα 1

Έστω πρόβλημα με αντικειμενική συνάρτηση

$$f(x,y)=x+y$$

και με περιορισμούς

$$I \geq x^2 + 2y^2$$

$$y \geq x$$

Θέλουμε να λύσουμε τα προβλήματα εύρεσης ακρότατου της αντικειμενικής συνάρτησης με τους παραπάνω περιορισμούς. Χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Kuhn Tucker (α) Εξετάστε αν στο πρόβλημα μεγιστοποίησης η λύση είναι $(x,y) = (1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$ (β) Εξετάστε αν στο πρόβλημα ελαχιστοποίησης η λύση είναι $(x,y) = (-1/\sqrt{3}, -1/\sqrt{3})$.

Θέμα 2

Εξετάζουμε N υποψήφιες επενδύσεις εκ των οποίων μπορούμε να αναλάβουμε το πολύ M τον αριθμό ($M \ll N$). Κάθε μία από αυτές απαιτεί άμεση δαπάνη Δ_i και θα φέρει σε ένα έτος καθαρό όφελος B_i . Οι άμεσες συνολικές δαπάνες μπορεί να είναι έως ενός διαθέσιμου ποσού Π .

α. Διατυπώστε σε μορφή μαθηματικής βελτιστοποίησης το πρόβλημα επιλογής επενδύσεων ώστε να μεγιστοποιηθούν τα συνολικά έσοδα σε ένα έτος

β. Δείξτε την διαμόρφωσή του σε Λογισμικό Βελτιστοποίησης.

γ. Έστω ότι η πραγματοποίηση κάποιας επένδυσης i προϋποθέτει την πραγματοποίηση της επένδυσης j υπάρχουν δε K επενδύσεις με προαπαιτούμενα. Τα προαπαιτούμενα αυτά δίδονται σε ένα φύλλο λογισμικού σε μορφή γραμμής όπου στην στήλη i υπάρχει 1 ενώ στο j σημειώνεται -1, τα δε άλλα στοιχεία της γραμμής είναι μηδενικά. Προφανώς υπάρχουν στο δεδομένο φύλλο K τέτοιες γραμμές. Πώς θα διαμορφώνατε το νέο πρόβλημα σε μορφή μαθηματικών περιορισμών και πώς θα το εισάγατε στο λογισμικό βελτιστοποίησης;

Θέμα 3

Θέλουμε να βρούμε το ελάχιστο της συνάρτησης $f(x)=x^4-3x^2-x$. Γνωρίζουμε ότι το ελάχιστο είναι στο διάστημα $[0, 2]$ και θέλουμε να το εντοπίσουμε με ακρίβεια 2 δεκαδικών. Ποια μέθοδο θα χρησιμοποιούσατε και πόσα βήματα θα έπρεπε να κάνει (προσεγγιστικά.); Δείξτε 2 βήματα της μεθόδου που προτείνετε. (Χρησιμοποιείστε οποιαδήποτε μέθοδο θέλετε).

Θέμα 4

α. Έστω η εξίσωση διαφορών $x_n=x_{n-1}+2x_{n-2}$ με συνοριακές συνθήκες $x_1=x_2=1$. Υπολογίστε το x_{1000} .

β. Ίδια ερώτηση για την εξίσωση διαφορών $x_n=x_{n-1}+2x_{n-2} +2$