

Επιχειρησιακή Έρευνα
Προόδος
Ιανουάριος 2010

Γράψτε όλα τα θέματα. Κάθε θέμα έχει ίδια αξία. Διάρκεια 1 ώρα.

Θέμα 1

Μία επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα A, B, Γ, χρησιμοποιώντας δύο πρώτες ύλες Y_1, Y_2 και Εργασία. Η ανά εβδομάδα διαθέσιμη εργασία των μονίμων υπαλλήλων είναι 6000 εργατοώρες. Η διαθεσιμότητα της Y_1 είναι 4000 και της Y_2 3000 μονάδες που είναι ήδη αγορασμένες. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τα χαρακτηριστικά των τριών προϊόντων

Προϊόν	Έσοδα (ευρώ) ανά τεμάχιο προϊόντος	Εργατοώρες ανά τεμάχιο	Απαιτήσεις σε Y_1 ανά τεμάχιο	Απαιτήσεις σε Y_2 ανά τεμάχιο
A	40	5	2	5
B	90	8	4	20
Γ	80	10	3	10

(α-50%) Διαμορφώστε το πρόβλημα μεγιστοποίησης των εσόδων από τις πωλήσεις με επιλογή των ποσοτήτων που θα παραχθούν από τα τρία προϊόντα.

(β-30%) Δείξτε πως θα διαμορφώνετε το πρόβλημα στο (ι) για επίλυση με λογισμικό Solver

(γ-20%) Εστω ότι υπάρχει δυνατότητα αγοράς της Y_1 επιπλέον των 4000 μονάδων με πρόσθετο κόστος 25 ευρώ ανά μονάδα, της Y_2 επιπλέον των 3000 με πρόσθετο κόστος 20 ευρώ ανά μονάδα και διεξαγωγής έως 2000 ώρες υπερωριών την εβδομάδα προς 7 ευρώ την ώρα. Διαμορφώστε το πρόβλημα της επιλογής των ποσοτήτων των προϊόντων που θα πρέπει να παραχθούν ώστε να μεγιστοποιηθεί η διαφορά εσόδων πωλήσεων μείον το κόστος υπερωριών και πρόσθετων πρώτων υλών.

Θέμα 2

Εστω το πρόβλημα

$$\min f(x,y,z) = 3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$$

με ισотικό περιορισμό

$$5x + 6y + 7z = 18$$

(α-80%) Επιβεβαιώστε ότι οι τιμές $x = y = z = 1$ ικανοποιούν τις αναγκαίες συνθήκες για βέλτιστο.

(β-20%) Αν ο περιορισμός γίνει $5x + 6y + 7z = 18,05$ και λυθεί το πρόβλημα με την ίδια αντικειμενική συνάρτηση, εκτιμήστε την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης στο νέο βέλτιστο.

Θέμα 3

Εφαρμόζοντας τις συνθήκες Kuhn Tucker λύστε το πρόβλημα

$$\min f(x, y) = x^2 - 2x + y^2 - 2y$$

με περιορισμούς

$$x \geq 2y$$

$$x \geq 0$$

Υπόδειξη: Μπορείτε να κάνετε διερεύνηση αρχίζοντας με την Λαγκρ. Μεταβλητή του δεύτερου περιορισμού. Εναλλακτικά εντοπίστε διαγραμματικά την λύση και επιβεβαιώστε τις συνθήκες ΚΤ.

(Επιχ. Εργασία)

Άσκηση Πρόβλημα Ιαν. 2010

1.

(α) x_A, x_B, x_C : Ποσότητες παραγωγής των Α, Β, Γ.

max $40x_A + 90x_B + 80x_C$

$2x_A + 4x_B + 3x_C \leq 4000$

1^η Πρωτο 4ημ

$5x_A + 20x_B + 10x_C \leq 3000$

2^η " "

$5x_A + 8x_B + 10x_C \leq 6000$

Εργασιών

$x_A, x_B, x_C \geq 0$

(x_A, x_B, x_C ακέραια)

(β) y_1, y_2, y_{CP} : πρόσθετες ποσότητες α υψών παραγωγής

max $40x_A + 90x_B + 80x_C - 2y_1 - 20y_2 - 7y_{CP}$

$2x_A + 4x_B + 3x_C \leq 4000 + y_1$

$5x_A + 20x_B + 10x_C \leq 3000 + y_2$

$5x_A + 8x_B + 10x_C \leq 6000 + y_{CP}$

$y_1, y_2, y_{CP} \geq 0, x_A, x_B, x_C \geq 0$

$y_{CP} \leq 2000$

(x, y ακέραιοι)

2. $Z = 3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 2xy + 2yz + 2xz$

(α) $+ \lambda (5x + 6y + 7z)$

• Τα $x=y=z=1$ κρινο σημείο ως σημείο

$\partial Z / \partial x = 6x + 2y + 2z + 5\lambda = 0$

$\partial Z / \partial y = 8y + 2x + 2z + 6\lambda = 0$

$\partial Z / \partial z = 10z + 2y + 2x + 7\lambda = 0$

Ομογενείς $x=y=z=1$ μόνον

$10 + 5\lambda = 0 \rightarrow \lambda = -2$

$12 + 6\lambda = 0 \rightarrow \lambda = -2$

$14 + 7\lambda = 0 \rightarrow \lambda = -2$

} Άρα
κρίσιμοι-
σημεία σε
συνδυασμούς

(β) ...

(0) Η ζητά να βεβαιώνω είναι :

$$f = 3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 2xy + 2yz + 2xz =$$

$$(x=y=z=1) = 3 + 4 + 5 + 2 + 2 + 2 = 18$$

Εφόσον $\lambda = -2$ και $\Delta B_{\text{Hess}} / \Delta g = -\Delta$
 είναι $\Delta g = 18,05 - 18,0 = 0,05$

Αρα $\Delta B_{\text{Hess}} = -\lambda \Delta g = -(-2)(0,05) = 0,1$

Αρα το νέο βεβαιό είναι $18 + 0,1 = 18,1$

3. Μία $x^2 - 2x + y^2 - 2y$
 $x \geq 2y, x \geq 0$

$\rightarrow L = -x^2 + 2x - y^2 + 2y + \lambda(x - 2y) + \mu x$
 Οι συνθήκες K T είναι

$\partial L / \partial x = -2x + 2 + \lambda + \mu = 0$ (1)

$\partial L / \partial y = -2y + 2 - 2\lambda = 0$ (2)

$\lambda(x - 2y) = 0$ (3), $\mu x = 0$ (4)

για $\lambda, \mu \geq 0$ (4)

• Αν $\mu > 0$ τότε $x = 0$ από την (4)
 και από την (1) $2 + \lambda + \mu = 0$ που
 δεν είναι δυνατόν. Αρα $\mu = 0$.

• Αν τότε $\lambda = 0$, από την (1) και (2), $x = y = 1$
 που δεν ικανοποιεί την $x \geq 2y$. Αρα
 $\lambda > 0$ και από τις (1), (2) προκύπτει ότι
 $-4x + 4 - 2y + 2 = 0$

$\rightarrow -2x + y = 3$

Επιπλέον $x = 2y$ (εφόσον $\lambda > 0$) και
 από $y = 3$ $\Rightarrow y = 3/5$ $x = 6/5$

Διαγράμματα

