

Επιχειρησιακή Έρευνα – Πρόοδος - Μάιος 2015

Γράψτε όσο το δυνατόν περισσότερα θέματα. Κάθε θέμα έχει ίδια αξία. Διάρκεια 1 ώρα 45 λεπτά.

Θέμα 1

Επιβεβαιώσε ότι οι τιμές των μεταβλητών $x=1$, $y=2$ και $z=3$ αποτελούν ακρότατο στο πρόβλημα $\min 2x^2+y^2+z^2$ με περιορισμούς $2x+3y+4z=20$ και $2x-2y-z=-5$. α. Μόνο συνθήκες πρώτης τάξης... β. Πώς θα άλλαζε η τιμή του βελτίστου αν μόνο ο πρώτος περιορισμός γινόταν $2x+3y+4z=20,1$;

Θέμα 2

Έστω η συνάρτηση $f(x,y) = 7x^2+3y^2+2xy-2x-6y+15$ την οποία θέλετε να ελαχιστοποιήσετε. α. Υπολογίστε το ελάχιστο αναλυτικά χρησιμοποιώντας μόνο συνθήκες πρώτης τάξης. β. Με αρχικό σημείο το $(0,0)$ εκτελέστε δύο βήματα της μεθόδου αναζήτησης συντεταγμένων και εκτιμήστε πόσο πλησίασε η μέθοδος στο βέλτιστο γ. Διατυπώστε ένα εύλογο κριτήριο τερματισμού του αλγορίθμου αυτού.

Θέμα 3

Μία επιχείρηση παράγει τρία προϊόντα Α, Β, Γ, χρησιμοποιώντας μόνο εργασία. Τα προϊόντα αποθηκεύονται σε μία αποθήκη και παραδίδονται ανά εβδομάδα, οπότε και η αποθήκη αδειάζει. Η ανά εβδομάδα διαθέσιμη εργασία είναι 2000 εργατοώρες με πάγιο κόστος, η δε αποθήκη έχει χωρητικότητα 1000 κυβικά. Ο παρακάτω πίνακας δίνει τα χαρακτηριστικά των τριών προϊόντων

	Κέρδος/τεμάχιο	Εργατοώρες ανά τεμάχιο	Όγκος τεμαχίου σε κυβικά
A	4	2	3
B	3	6	2
Γ	5	8	4

(α) Διαμορφώστε το πρόβλημα μεγιστοποίησης κέρδους της επιχείρησης την εβδομάδα αγνοώντας περιορισμούς ακεραιότητας (β) Διαμορφώστε το πρόβλημα σε περίπτωση που μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε επιπλέον έως 1000 εργατοώρες υπερωρίας με κόστος 5 €/ώρα (γ) Αν για κάθε προϊόν υπάρχει ένα πάγιο κόστος «εκκίνησης» της παραγωγής του πχ. 5000 μονάδων (ανεξαρτήτως του επιπέδου παραγωγής), πώς θα διαμορφώνατε το πρόβλημα; Οι περιορισμοί στο β,γ είναι επιπλέον των προηγούμενων δ. Σχολιάστε πώς αλλάζουν τα παραπάνω αν επιβληθούν περιορισμοί ακεραιότητας, τι σημαίνει δε αυτό για τον χρόνο επίλυσης του προβλήματος σε ένα εμπορικό λογισμικό;

Θέμα 4

α. Ένα πλοίο εμπορευματοκιβωτίων μπορεί να φορτώσει K είδη εμπορευματοκιβωτίων. Από κάθε είδος μπορεί να φορτώσει απεριόριστο αριθμό εμπορευματοκιβωτίων. Το είδος i φέρνει έσοδο a_i έχει βάρος b_i και όγκο c_i κυβικά μέτρα. Το πλοίο μπορεί να μεταφέρει συνολικό βάρος B και συνολικό όγκο M . Διατυπώστε το πρόβλημα συμβολικά και δείξτε πώς θα το εισάγατε σε ένα λογισμικό βελτιστοποίησης τύπου Solver. Ενδεικτικά θεωρείστε ότι υπάρχουν $K=50$ είδη εμπορευματοκιβωτίων.

β. Ένα πλοίο έχει αιτήσεις μεταφοράς για ένα συγκεκριμένο ταξίδι από K φορτία με δείκτη $j=1, \dots, K$. Κάθε φορτίο μπορεί είτε να αναληφθεί είτε όχι. Το j φορτίο έχει όγκο c_j και βάρος β_j , έχει δε ναύλο a_j . Το πλοίο μπορεί να μεταφέρει συνολικό βάρος έως B και συνολικό όγκο έως M . Διατυπώστε το πρόβλημα συμβολικά και δείξτε πώς θα εισάγατε το πρόβλημα σε ένα λογισμικό βελτιστοποίησης.

Θέμα 5

Ένας φοιτητής διαθέτει 11 ημέρες για να μελετήσει 3 μαθήματα, στα οποία πρέπει απαραίτητως να επιτύχει. Ταυτόχρονα θέλει να μεγιστοποιήσει τον μέσο όρο της βαθμολογίας του. Θεωρεί ότι ο παρακάτω πίνακας περιγράφει την βαθμολογία του στα μαθήματα ανάλογα με τον αριθμό ημερών που θα διαθέσει για το καθένα. Χρησιμοποιώντας δυναμικό προγραμματισμό βρείτε την βέλτιστη κατανομή ημερών μελέτης στα μαθήματα. Συγκεκριμένα:

- (i) Γράψτε την σχετική εξίσωση Δυναμικού Προγραμματισμού.
(ii) Λύστε την, δείχνοντας σαφώς τον τρόπο εργασίας σας

Ημέρες μελέτης	Μάθημα Α	Μάθημα Β	Μάθημα Γ
0	1	2	1
1	2	2	1
2	5	3	3
3	5	5	5
4	6	6	6
5	7	6	7
6	8	7	8
7	8	8	8
8	9	9	9
≥ 9	10	10	10