(Πρόχειρες)
Λύσεις Προόδου Μαΐου 2012

1. (a) $\mathcal{L} = x+y+\lambda(1-x^2-2y^2)+\mu(y-x)$

$$\left.\begin{aligned} \partial \mathcal{L}/\partial x &= 1-2\lambda x-\mu = 0 \\ \partial \mathcal{L}/\partial y &= 1-4\lambda y+\mu = 0 \end{aligned}\right\}(1)$$

Αν $x=y=1/\sqrt{3}$ οι περιορισμοί ικανοποιούνται ισοτικά άρα δεν έχουμε πληροφορία για τα λ, μ πέραν του ότι $\lambda, \mu \geq 0$. Εισάγουμε τα $x=y=1/\sqrt{3}$ στις (1) και έχουμε

$$\left.\begin{aligned} 1 - 2\lambda/\sqrt{3} - \mu &= 0 \\ 1 - 4\lambda/\sqrt{3} + \mu &= 0 \end{aligned}\right\}(2)$$

Προσθέτοντας τις (2) είναι $2 - 6\lambda/\sqrt{3} = 0$ ή $\lambda = 1/\sqrt{3}$, και από την 1η από (2) είναι $1 - \frac{2}{3} - \mu$ ή $\mu = 1/3$. Άρα εφόσον λ, μ είναι μη αρνητικά, οι ΚΤ ικανοποιούνται.

(b) $\mathcal{L} = -x-y+\lambda(1-x^2-2y^2)+\mu(y-x)$ με συνθήκες

$$\left.\begin{aligned} \partial \mathcal{L}/\partial x &= -1-2\lambda x-\mu = 0 \\ \partial \mathcal{L}/\partial y &= -1-4\lambda y+\mu = 0 \end{aligned}\right\}(3)$$

Πάλι για $x=y=-1/\sqrt{3}$ οι περιορισμοί ικανοποιούνται ισοτικά. Εισάγοντας τα $x=y=-1/\sqrt{3}$ στις (3) έχουμε

$$\left.\begin{aligned} -1 + 2\lambda/\sqrt{3} - \mu &= 0 \\ -1 + 4\lambda/\sqrt{3} + \mu &= 0 \end{aligned}\right\}(4)$$

Προσθέτοντας τις (4) έχουμε

$-2 + 6\lambda/\sqrt{3} = 0$ και $\lambda = 1/\sqrt{3}$ οπότε

από την 2η ~~εξίσωση~~ από (4) είναι

$-1 + \frac{4}{3} + \mu = 0 \rightarrow \mu = -1/3$ που δεν είναι αποδεκτό. Άρα η $(-\sqrt{3}, -\sqrt{3})$ δεν είναι λύση

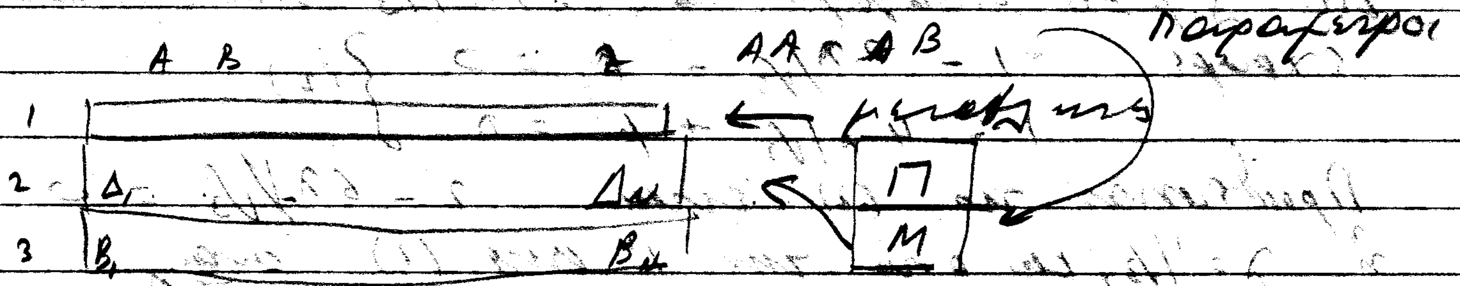
2α $$\max \sum_{i=1}^{n} B_i x_i$$

$\cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \le M$

$\cdot \sum_{i=1}^{n} \Delta_i x_i \le \Pi$

$x_i \in \{0, 1\}$

~~Σε φύλλο λογιστικού~~



AA2: SUMPRODUCT(A1:Z1; A2:Z2)

AA3: " (A1:Z1; A3:Z3)

AA4: SUM(A1:Z1)

<u>SOLVER</u>

- MAX AA3
- ΜΕ ΑΛΛΑΓΗ A1:Z1
- ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ
  - A1:Z1 : BINARY
  - AA1 ≤ AB1 ($\sum \Delta_i x_i \le \Pi$)
  - AA4 ≤ AB3 ($\sum x_i \le M$)

2β Επιπλέον περιορισμός $x_i \le x_j$

k   0 0 0 1 0 0 0 -1 0 0 0 ... AAk

AAk: =SUMPRODUCT(A1:Z1; Ak:Zk)

Περιορισμός AAk ≤ 0

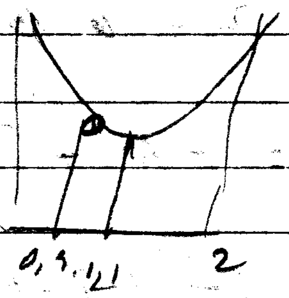
3. Με μέθοδο διχοτόμησης Bolzano χρειαζόμαστε έστω n βήματα, ενώ κάθε βήμα υποδιπλασιάζει την αβεβαιότητα, άρα πρέπει

$$2 \cdot \frac{1}{2^n} < \frac{1}{100} \quad \text{ή} \quad 2^n > 200$$

ή $n \simeq 8$ (αγνοούμε το ε!)

1ο Δοκιμάζουμε το μέσο ± ε ή $1 \pm \varepsilon$, $\varepsilon = 0{,}1$

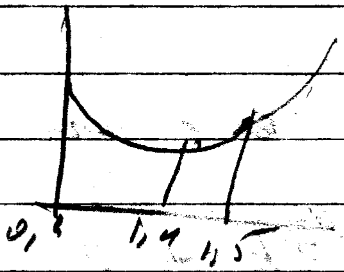
	φ
0	0
0,9	−2,7
1,1	−3,3
2	2



Νέο διάστημα [0,9 , 2]. Δοκιμή το

$2{,}9/2 \pm 0{,}05 \Rightarrow 1{,}4 - 1{,}5$

	φ
0,9	−2,7
1,4	−3,4
1,5	−3,2
2	2



Άρα διάστημα το 0,9 − 1,5 = −3,18

Δοκιμή το 1,2 ± 0,1 (1,1 , 1,3) − 3,4

κλπ.

[0,9 − 1,5] 1,1 1,3

−3,2 −3,5

4. a $x_n = x_{n-1} + 2x_{n-2}$

$$s^2 - s - 2 = 0$$
$$(s-2)(s+1) = 0$$

$$\therefore \quad x_n = A(-1)^n + B\,2^n$$

$$x_1 = 1 = -A + 2B$$
$$x_2 = 1 = A + 4B$$

$$2 = 6B \qquad B = 1/3$$

$$1 = -A + 2/3 \qquad A = -1/3$$

$$x_n = -\frac{1}{3}(-1)^n + \frac{1}{3}2^n$$

$$[\;]_{1000} = -\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$$

(b) Έστω ειδική λύση $x_n^E = k$

$$k = k + 2k + 2 \qquad \therefore k = -1$$

Άρα $x_n = A(-1)^n + B\,2^n - 1$

$$x_1 = 1 = A(-1)^1 + B\,2^1 - 1$$
$$x_2 = 1 = A(-1)^2 + B\,2^2 - 1$$

$2 = 4$ Άρα $A = -2/3 \quad B = 2/3$

$2 =$

$$x_n = -\frac{2}{3}(-1)^n + \frac{2}{3}(2^n) - 1 \qquad x_{1000} =$$