1. $\mathcal{L} = 2x^2+y^2+z^2+\lambda_1(2x+3y+4z-\cancel{20})$
$+\lambda_2(2x-2y-z+\cancel{F})$

Τα $x=1,\ y=2\ z=3$ ικανοποιούν τους περιορισμούς

$\partial\mathcal{L}/\partial x = 4x + 2\lambda_1 + 2\lambda_2 = 0$

$\partial\mathcal{L}/\partial y = 2y + 3\lambda_1 - 2\lambda_2 = 0$

$\partial\mathcal{L}/\partial z = 2z + 4\lambda_1 - \lambda_2 = 0$

Για τα δεδομένα x, y, z

$$\left.\begin{array}{l} 2\lambda_1 + 2\lambda_2 = -4 \\ 3\lambda_1 - 2\lambda_2 = -4 \end{array}\right\} \rightarrow \lambda_1 = -8/5 \quad \lambda_2 = -2/5$$

$4\lambda_1 - \lambda_2 = -6$ ικανοποιούν και τη 3η !

$\frac{\partial F}{\partial \lambda_1} = -\lambda_1 \cdot \Delta x = \frac{8}{5}\cdot 0{,}1 = 0{,}16$

$F' = 2\cdot 1 + 2^2 + 3^2 + 0{,}16 = 15{,}16$

(Επιβεβαιώνεται με Solver...)

2. $\partial f/\partial x = 14x + 2y - 2 = 0$

$\partial f/\partial y = 2x + 6y - 6 = 0$

Άρα $x=0 \quad y=1$

1ο βήμα ως προς x $\min(7x^2 - 2x)$

$\rightarrow x = 1/7 \quad y=0 \quad (14x - 2 = 0)$

2ο βήμα $\min\limits_{y}\left(3y^2 + \frac{2}{7}y - 6y\right)$

$\rightarrow 6y - \frac{40}{7} = 0 \quad y = \frac{40}{42}$

Άρα $(1/7, 40/42)$ αρκετά κοντά στο $(0,1)$

Θα τερματίζαμε αν δεν είχαμε μεταβολή σε 2 βήματα..

3. (α) $\max\ 4x_A + 3x_B + 5x_\Gamma$

$$2x_A + 6x_B + 8x_\Gamma \le 2000$$
$$3x_A + 2x_B + 4x_\Gamma \le 1000$$
$$x_A, x_B, x_\Gamma \ge 0$$

(β) $\max \; 4x_A + 3x_B + 5x_\Gamma - 5x_Y$

$$0 \le x_Y \le 1000$$

$$9x_A + 6x_B + 8x_\Gamma \le 2000 + x_Y$$

$$3x_A + 2x_B + 4x_\Gamma \le 1000$$

$$x_A, x_B \ge 0$$

(γ) Εισάγεται μεταβλητές δυαδικές $y_A, y_B, y_\Gamma \in \{0,1\}$

$$x_A \le M y_A \qquad x_B \le M y_A \qquad x_A \le M y_\Gamma$$

M: μεγάλος αριθμός

Στην αντικειμενική αφαιρείται

$$5000\,(y_A + y_B + y_\Gamma)$$

δ. Το πρόβλημα γίνεται NP complete με ενδεχόμενη μεγάλη αύξηση του υπολογισμού

4. (α) $\max \; \sum a_i x_i$

$$\sum b_i x_i \le B$$

$$\sum c_i x_i \le M$$

$x_i \ge 0$ ακέραιοι

(β) $\max \; \sum a_i x_i$

$$\sum b_i x_i \le B \qquad \sum c_i x_i \le M$$

$$x_i \in \{0,1\}$$

solver γραφικά

5. $f_k(x)$: βέλτιστο άθροισμα βαθμών μαθημάτων $1,2,\dots,k$
x: ημέρες

$$f_{k+1}(y) = \max_{a} \left\{ b_{k+1}(a) + f_k(y-a) \right\}$$

a: ημέρες στο $k+1$ μάθημα

$b_{k+1}(a)$: βαθμός στο $k+1$ με a ημέρες διαβάσματος

f_A : 1η στήλη πίνακα

$f_{AB}(5) = 10$ $\qquad f_{AB}(x)$ - ανάλογα για $x \leq 5$

$f_{AB}(6) = \max\{6+5 ; 5+5\} = 11$

$\quad$ 4 για B 2 για A $\quad$ 3 για B 3 για A

$f_{AB}(7) = \max\{5+6 ; 6+5 ; 6+5\} = 11$

$\quad$ 3 για B 4 για A $\quad$ 4 για B 3 για A $\quad$ 5 για B 2 για A

$f_{AB}(8) = \max\{5+7 ; 6+6 ; 6+5 ; 7+5\} = 12$

$\quad 3+5 \quad 4+4 \quad 5+3 ; 6+2$

$f_{AB}(9) = \max\{5+8 ; 6+7 ; 6+6 ; 7+5 ; 8+5\} = 13$

$\quad 3+6 \quad 4+5 \quad 5+4 \quad 6+3 ; 7+2$

$f_{AB}(10) = \max\{5+8 ; 6+8 ; 7+6 \; 7+6 \; 8+5 ; 9+5\}$

$\quad 3+7 \quad 4+6 \quad 5+5 \quad 6+4 ; 7+3 \quad 8+2$

$= 14$

$f_{AB\Gamma}(11) = \max\{5+12 ; 6+11 ; 7+11 ; 8+10\} = 18$

$\quad 3+8 \quad 4+7 \quad 5+6 \quad 6+5$

Γ 2 Β

Μέγιστο 18 $\qquad$ 5 για Γ, 4 για Β, 2 για Α

$\qquad$ (7) $\qquad$ (6) $\qquad$ (5)