

Επιχειρησιακή Έρευνα - Τελική Εξέταση - Ιούλιος 2012

Διάρκεια 2 ώρες και 30 λεπτά. Επιτρέπεται μία σελίδα Α4 με σημειώσεις από το μάθημα. Γράψτε ΜΟΝΟ 4 θέματα (αν γράψετε 5° ΔΕΝ θα ληφθεί υπόψη). Τα υποθέματα έχουν την ίδια στάθμιση εκτός όταν σημειώνεται διαφορετικά. Μπορείτε να κρατήσετε τα θέματα.

Θέμα 1.

Εξετάστε το πρόβλημα μεγιστοποίησης

$$\text{Max } f(x, y, z) = 3x + 2y + 2z$$

με περιορισμούς

$$x + 3y + z \leq 4$$

$$2x + 5y + z \leq 7$$

$$x, y, z \geq 0$$

(α 60%) Λύστε το με την μέθοδο Simplex

(β 30%) Επιβαιώστε ότι η λύση που βρήκατε στο (α) επιβεβαιώνει τις συνθήκες Kuhn Tucker

(γ 10%) Χωρίς να λύσετε πάλι το πρόβλημα, ποιά θα ήταν προσεγγιστικά η τιμή του βελτίστου αν οι περιορισμοί γίνουν

$$x + 3y + z \leq 4,1$$

$$2x + 5y + z \leq 6,8$$

$$x, y, z \geq 0$$

Θέμα 2

(α) Μία εταιρεία παραγωγής ειδικών μηχανημάτων έχει δεχθεί για τον επόμενο μήνα παραγγελίες από τρεις μεγάλους πελάτες Α, Β, Γ ως εξής: 300 μονάδες μηχανημάτων από τον πελάτη Α, 200 μονάδες από τον Β και 400 μονάδες από τον Γ. Η εταιρεία διαθέτει δύο εργοστάσια σε διαφορετικές τοποθεσίες και ο ακόλουθος πίνακας απεικονίζει το κόστος μεταφοράς μίας μονάδας προϊόντος (μηχάνημα) από κάθε εργοστάσιο προς καθένα από τους τρεις πελάτες. Σύμφωνα με το πρόγραμμα παραγωγής, το 1° εργοστάσιο θα παραγάγει συνολικά 400 μονάδες και το 2° εργοστάσιο 500 μονάδες προϊόντος. Η εταιρεία θέλει να αποφασίσει πόσες μονάδες προϊόντος θα μεταφέρει από κάθε εργοστάσιο προς κάθε πελάτη έτσι ώστε να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος μεταφοράς.

Από	Προς	Κόστος μεταφοράς (€/μονάδα)		
		Πελάτης Α	Πελάτης Β	Πελάτης Γ
1° εργοστάσιο		6	10	7
2° εργοστάσιο		3	7	8

(ι) Διαμορφώστε το πρόβλημα βελτιστοποίησης που προκύπτει.

(ii) Μία εταιρεία μεταφορών προσφέρεται να αναλάβει τις μεταφορές μέρους των παραγγελιών του πελάτη Β είτε από το 1° ή και από το 2° εργοστάσιο με κόστος 6,50 € ανά μονάδα και για ποσότητα το πολύ 120 μονάδες συνολικά. Διαμορφώστε το νέο πρόβλημα βελτιστοποίησης που προκύπτει. Σχολιάστε αν το νέο βέλτιστο πρόγραμμα μεταφοράς θα έχει μεγαλύτερο ή μικρότερο κόστος από το προηγούμενο.

ΠΡΟΣΟΧΗ: ΖΗΤΕΙΤΑΙ ΜΟΝΟ Η ΔΙΑΜΟΡΦΩΣΗ ΤΩΝ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΩΝ, ΑΓΝΟΕΙΣΤΕ ΑΚΕΡΑΙΟΤΗΤΕΣ

(β) Εξετάστε το πρόβλημα

$$\text{min } 3x + y$$

με περιορισμό στα x, y : $x^2 + 3y^2 \geq 1$ χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Kuhn Tucker.

Σχολιάστε την λύση που θα εντοπίσετε και συγκρίνατέ την με την προφανή λύση.

Θέμα 3

(α) Έστω η συνάρτηση $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - 2xy - 6x + 4y$ την οποία θέλετε να ελαχιστοποιήσετε. Με αρχικό σημείο το (0,0) εκτελέστε ΤΡΙΑ βήματα της μεθόδου αναζήτησης **συντεταγμένων** και εκτιμήστε πόσο πλησίασε η μέθοδος στο βέλτιστο.

(β) Ένας επενδυτής μπορεί να επενδύσει σε δύο αβέβαια περιουσιακά στοιχεία, το πρώτο έχει αναμενόμενη απόδοση 12%, τυπική απόκλιση 10% ενώ το δεύτερο 16% και 20% αντίστοιχα, ενώ έχουν συντελεστή συσχέτισης αποδόσεων 0,5. Επίσης υπάρχει ένα βέβαιο περιουσιακό στοιχείο με απόδοση 4%. Αν ο επενδυτής επιθυμεί απόδοση επί του κεφαλαίου του τουλάχιστον 10% ποιά χαρτοφυλάκιο θα πρέπει να σχηματίσει;

Θέμα 4

(α) Μία εταιρεία χρησιμοποιεί μία πρώτη ύλη με ρυθμό 3600 τεμάχια/έτος χωρίς να είναι επιτρεπτές καθυστερήσεις. Σε κάθε παραγγελία χρεώνεται ένα πάγιο 200 € συν 2 € ανά τεμάχιο για ποσότητες παραγγελίας έως 400 τεμάχια, ενώ δεν υπάρχει επιβάρυνση για τα τεμάχια άνω των 400. Το κόστος αποθήκευσης είναι 1 € ανά μήνα και τεμάχιο. (35%) Ποια η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας; (15%) Ίδια ερώτηση αν μπορούμε να αποθηκεύσουμε έως 500 τεμάχια

(β) Θέλουμε να λύσουμε το πρόβλημα

$$\max \sum_{i=1}^{2000} a_i \min(x_i, D)$$

Δηλαδή στην αντικειμενική συνάρτηση, κάθε x «μετράει» το πολύ έως την παράμετρο D . Επιπλέον υπάρχουν οι περιορισμοί

$$\sum_{i=1}^{1000} b_i x_i^2 \leq B \quad \text{και} \quad \sum_{i=1}^{1000} c_i x_i \leq C$$

Οι παράμετροι του προβλήματος a_i, b_i, c_i έχουν εγγραφεί σε ένα φύλλο λογισμικού στις θέσεις A1:A1000, B1:B1000, C1:C1000, ενώ τα B, C, D στις θέσεις D1,D2,D3 αντίστοιχα Διατυπώστε το πρόβλημα σε Solver κάνοντας «λίγες» πληκτρολογήσεις. Συγκεκριμένα διαμορφώστε το σχετικό φύλλο λογισμικού και συμπληρώστε το «παράθυρο διαλόγου» του Solver.

Υπόδειξη: Η συνάρτηση \min σε ένα φύλλο λογισμικού δρά ως εξής: Αν στην θέση A3 εισάγω την συνάρτηση $=\min(A1,A2)$ στο A3 εμφανίζεται ο ελάχιστος αριθμός μεταξύ αυτών που είναι στις θέσεις A1 και A2.

Θέμα 5

(α) Εξετάστε το πρόβλημα μεγιστοποίησης

$$\text{Max } f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 + x_5$$

με περιορισμούς

$$x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 2x_5 = 3$$

$$2x_1 + x_2 + 7x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$

Λύστε το με την μέθοδο Simplex.

Υπόδειξη: Εξετάστε μία βασική λύση που έχει βασικές μεταβλητές τις x_1, x_2 .

(β) Μία εταιρεία έχει κόστος προμήθειας μίας πρώτης ύλης που δίνεται από την συνάρτηση

$$K(q) = \begin{cases} 0 & \text{αν } q=0 \\ 10 + 2q & \text{αν } q>0 \end{cases}$$

Θέλει να κάνει προγραμματισμό 4 περιόδων $j = 1, 2, 3, 4$ (τώρα βρίσκεται στην περίοδο 1) έτσι ώστε να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος προμηθειών - αποθήκευσης. Θεωρεί ότι η ζήτηση στις επόμενες περιόδους είναι $d_1 = d_2 = d_3 = 1$ και $d_4 = 5$ ενώ δεν επιτρέπεται καθυστέρηση, και το κόστος αποθήκευσης είναι 1 €/μονάδα - περίοδο.

(i-10%) Διατυπώστε την σχετική εξίσωση δυναμικού προγραμματισμού (ii-30%) Λύστε την και προσδιορίστε έτσι την βέλτιστη ποσότητα παραγωγής κάθε περίοδο. (iii-10%) Ίδια ερώτηση με κόστος αποθήκευσης 0,6 €/μονάδα - περίοδο. Ερμηνεύστε την διαφορά που προέκυψε στο πρόγραμμα παραγωγής.