

## Επιχειρησιακή Έρευνα - Επαναληπτική Εξέταση - Σεπτέμβριος 2012

Διάρκεια 2 ώρες και 30 λεπτά. Επιτρέπεται μία σελίδα Α4 με σημειώσεις από το μάθημα. Γράψτε ΜΟΝΟ 4 θέματα (αν γράψετε περισσότερα, το 5<sup>ο</sup> κατά σειρά ΔΕΝ θα ληφθεί υπόψη). Τα υποθέματα έχουν την ίδια στάθμιση εκτός όταν σημειώνεται διαφορετικά. Μπορείτε να κρατήσετε τα θέματα εφόσον αποχωρήσετε στο τέλος της εξέτασης.

### Θέμα 1

Εξετάστε το πρόβλημα μεγιστοποίησης

$$\text{Max } 3x+8y+2z$$

με περιορισμούς

$$2x + 3y + 4z \leq 12$$

$$2x + 6y + z \leq 18$$

$$x, y, z \geq 0$$

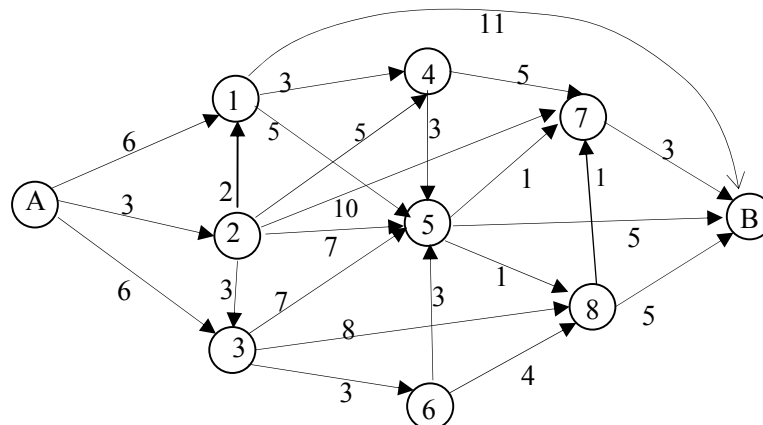
(α 60%) Λύστε το με την μέθοδο Simplex

(β 20%) Επιβεβαιώστε ότι η λύση που βρήκατε στο (α) ικανοποιεί τις συνθήκες Kuhn Tucker

(γ 20%) Ποιά θα ήταν η τιμή του βέλτιστου αν στο παραπάνω πρόβλημα απαιτηθεί να ισχύει  $z \geq 0,1$  (τα άλλα στοιχεία του προβλήματος δεν μεταβάλλονται)

### Θέμα 2

(α) Εντοπίστε την διαδρομή ελαχίστου συνολικού μήκους μεταξύ των κορυφών Α και Β στο παρακάτω γράφημα χρησιμοποιώντας δυναμικό προγραμματισμό. Γράψτε πρώτα την εξίσωση Δυν. Προγρ. και δείξτε σαφώς τον τρόπο επίλυσής της.



(β) Ένα κατάστημα ενός εποχιακού είδους (πχ. Χριστουγεννιάτικα είδη) πωλεί με κέρδος 100% επί της τιμής αγοράς. Τυχόν μη ικανοποιηθείσα ζήτηση δεν ενδιαφέρει τον επιχειρηματία. Η ζήτηση εκτιμάται ότι έχει ομοιόμορφη κατανομή μεταξύ 200 και 600 τεμαχίων. Ποια ποσότητα θα παραγγείλει ο επιχειρηματίας έτσι ώστε να μεγιστοποιήσει το αναμενόμενο συνολικό του κέρδος σε περίπτωση που

(i) τα αντικείμενα τα οποία δεν θα πωληθούν μέχρι και την παραμονή των Χριστουγέννων επιστρέφονται με έσοδο 10% της τιμής αγοράς των

(ii) τα αντικείμενα τα οποία δεν θα πωληθούν όχι μόνο δεν επιστρέφονται αλλά και υπάρχει ένα κόστος απομάκρυνσης 5% της τιμής αγοράς των .

Ερμηνεύστε τα αποτελέσματα που βρήκατε στα (i), (ii) παραπάνω.

### Θέμα 3

(α) Έστω η συνάρτηση  $f(x,y) = 3x^2 + y^2 - xy$  την οποία θέλετε να ελαχιστοποιήσετε. (i 10%) Εντοπίστε το ελάχιστο αν υπάρχει. (ii 40%) Με αρχικό σημείο το (-1,-1) εκτελέστε τρία βήματα της μεθόδου συντεταγμένων και σχολιάστε την συμπεριφορά της μεθόδου.

(β) Ένας φοιτητής διαθέτει 12 ημέρες για να μελετήσει 3 μαθήματα, στα οποία πρέπει απαραίτητως να επιτύχει. Ταυτόχρονα θέλει να μεγιστοποιήσει τον μέσο όρο της βαθμολογίας του. Θεωρεί ότι ο παρακάτω πίνακας περιγράφει την βαθμολογία του στα μαθήματα ανάλογα με τον αριθμό ημερών που θα διαθέσει για το καθένα. Χρησιμοποιώντας δυναμικό προγραμματισμό βρείτε την βέλτιστη κατανομή ημερών μελέτης στα μαθήματα. Συγκεκριμένα:

(ι) Γράψτε την σχετική εξίσωση Δυναμικού Προγραμματισμού.

(ιι) Λύστε την, δείχνοντας σαφώς τον τρόπο εργασίας σας

Ημέρες μελέτης	Μάθημα Α	Μάθημα Β	Μάθημα Γ
0	1	2	1
1	2	2	1
2	5	3	3
3	5	5	5
4	6	6	6
5	7	6	7
6	8	7	8
7	8	8	8
8	9	9	9
$\geq 9$	10	10	10

#### Θέμα 4

(α) Μία εταιρεία παραγωγής ειδικών μηχανημάτων έχει δεχθεί για τον επόμενο μήνα παραγγελίες από τέσσερις μεγάλους πελάτες Α, Β, Γ, Δ ως εξής: 300 μηχανήματα από τον πελάτη Α, 400 από τον Β, 500 από τον Γ και 200 από τον Δ. Η εταιρεία διαθέτει πέντε εργοστάσια σε διαφορετικές τοποθεσίες και ο παρακάτω πίνακας απεικονίζει το κόστος μεταφοράς ανά μηχανήμα από κάθε εργοστάσιο προς καθένα από τους πελάτες, καθώς και τις άλλες παραμέτρους του προβλήματος. Σύμφωνα με το πρόγραμμα παραγωγής, το 1<sup>ο</sup> εργοστάσιο θα παραγάγει συνολικά το πολύ 200, το 2<sup>ο</sup> εργοστάσιο έως 300 μονάδες προϊόντος, κλπ. όπως στον παρακάτω πίνακα. Η εταιρεία θέλει να αποφασίσει πόσα μηχανήματα θα μεταφέρει τον επόμενο μήνα από κάθε εργοστάσιο προς κάθε πελάτη έτσι ώστε να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος

Πίνακας μοναδιαίου κόστους μεταφοράς - παραμέτρων

Πελάτης	A	B	Γ	Δ	Περιορισμός παραγωγής εργοστασίου
	Μοναδιαίο κόστος μεταφοράς				
Εργοστάσιο 1	12	11	5	7	200
2	9	7	11	8	300
3	10	3	9	7	300
4	3	5	8	6	400
5	9	6	4	3	300
Ζήτηση πελάτη	300	400	500	200	

(ι) Διαμορφώστε το πρόβλημα βελτιστοποίησης που προκύπτει αγνοώντας ακεραιότητες

(ιι) Δείξτε πώς θα το υλοποιούσατε χρησιμοποιώντας ένα πρόγραμμα βελτιστοποίησης φύλλου λογισμικού όπως το Solver. Θεωρείστε ότι οι παράμετροι δίνονται από τον χρήστη στην άνω αριστερή γωνία του φύλλου λογισμικού (ή σε όποια άλλη θέση, αλλά πάντα με την μορφή του παραπάνω πίνακα)

(β) Εξετάστε το πρόβλημα

$$\max 3x - 5y$$

με περιορισμό στα  $x, y$ :  $2x^2 + 3y^2 \geq 1$  χρησιμοποιώντας τις συνθήκες Kuhn Tucker.

Σχολιάστε την λύση που θα εντοπίσετε και συγκρίνατέ την με την προφανή λύση.

#### Θέμα 5

(α) Μία εταιρεία χρησιμοποιεί μία πρώτη ύλη με ρυθμό 4800 τεμάχια/έτος χωρίς να είναι επιτρεπτές καθυστερήσεις. Σε κάθε παραγγελία χρεώνεται ένα πάγιο 600 € συν 3 € ανά τεμάχιο για ποσότητες παραγγελίας έως 700 τεμάχια, ενώ για τα τεμάχια άνω των 700 η επιβάρυνση είναι 1 € ανά τεμάχιο. Το κόστος αποθήκευσης είναι 2 € ανά μήνα και τεμάχιο. Ποια η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας;

(β) Βρείτε ένα αναλυτικό τύπο που δίνει τον  $n$ -στο όρο της εξίσωσης διαφορών  $x_n = -3x_{n-1} + n^2 + n$  με αρχικό όρο  $x_0 = 0$ . Επιβεβαιώστε τον τύπο σας για π.χ.  $n=3$ .

**Υπόδειξη:** Δοκιμάστε ειδική λύση της μορφής  $X(n) = an^2 + bn + c$  και εκτιμήστε τις παραμέτρους  $a, b, c$ .