20/4/04

ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΩΝ

· ΣΤΑΘΜΙΣΜΕΝΟ ΓΡΑΦΗΜΑ

· ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟ ΓΡΑΦΗΜΑ $G = (V, E)$

V: ΚΟΡΥΦΕΣ, VERTICES ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ

· $E \subseteq V \times V$ ΠΛΕΥΡΕΣ $(v_i, v_j) \neq (v_j, v_i)$

· ΒΑΡΗ, ΣΤΑΘΜΙΣΕΙΣ ΚΛΠ: ΩΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$$f : E \to \{\text{Τιμές}\}$$

· ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΕΙΝΑΙ ΣΥΝΗΘΩΣ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΑΚΕΡΑΙΟΙ, ΑΛΛΑ ΜΠΟΡΕΙ ΚΑΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ...

ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΝΑ ΒΡΕΘΕΙ Η "ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ" ΜΕΤΑΞΥ ΔΕΔΟΜΕΝΩΝ ΚΟΜΒΩΝ s ΚΑΙ t ΔΗΛΑΔΗ ΚΟΡΥΦΕΣ $v_0, v_1, v_2, \dots, v_N$ ΜΕ $v_0 = s$ $v_N = t$ ΚΑΙ ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΜΗΚΟΣ

$$f(v_0, v_1) + f(v_1, v_2) + \dots + f(v_i, v_{i+1}) + \dots + f(v_{N-1}, v_N)$$

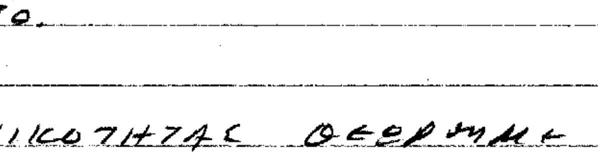
ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΟ.

· ΧΩΡΙΣ ΑΠΩΛΕΙΑ ΓΕΝΙΚΟΤΗΤΑΣ ΘΕΩΡΟΥΜΕ ΟΤΙ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΕΣ ΔΗΛ. $E = V \times V$

(ΑΝ ΕΝΑ ΓΡΑΦΗΜΑ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΠΛΗΡΕΣ ΘΕΤΟΥΜΕ $f(v_i, v_j) = +\infty$ ΑΝ $(v_i, v_j) \notin E$)

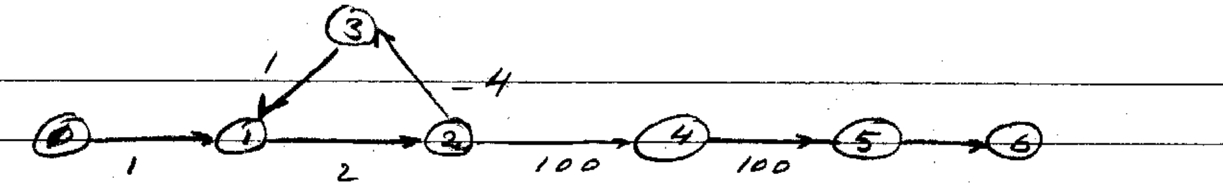
· ΑΝ $f \geq 0$ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΛΑ ΟΡΙΣΜΕΝΟ (ΕΦΟΣΟΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΕΣΤΩ ΚΑΙ ΜΙΑ ΔΙΑΔΡΟΜΗ $s \to t$). ΕΙΝΑΙ ΕΠΙΣΗΣ ΚΑΛΑ ΟΡΙΣΜΕΝΟ ΑΝ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΚΥΚΛΟΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ (α)



· ΥΠΑΡΧΟΥΝ ∞ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ $0 \to 4$, Η ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΕΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙ ΤΟΝ ΚΥΚΛΟ

(1)



· ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ $0 \rightarrow 4$ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΛΥΣΗ ΚΑΘΩΣ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΔΗΜΙΟΥΡΓΗΣΟΥΜΕ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ ΑΠΕΙΡΟΥ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΣΥΝΟΛΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

· ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΑ, ΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΕΛΑΧΙΣΤΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ ΜΕ ΞΕΚΙΝΗΜΑ ΤΑ 0, 1, 2, 3 ΔΕΝ ΕΧΟΥΝ ΛΥΣΗ, ΑΛΛΑ ΑΥΤΑ ΜΕ ΕΝΑΡΞΗ ΤΑ 4, 5 ΕΧΟΥΝ ΚΑΘΩΣ Ο ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΣΒΑΣΙΜΟΣ

· ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ ΛΟΙΠΟΝ ΝΑ ΠΡΟΣΕΧΟΥΜΕ ΓΙΑ ΤΟ ΑΝ ΕΝΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΛΑ ΟΡΙΣΜΕΝΟ Η ΟΧΙ.

· ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΕΧΟΥΜΕ ΠΛΗΡΕΣ ΓΡΑΦΗΜΑ ΚΑΙ $f \geq 0$. ΕΞΕΤΑΖΟΥΜΕ ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ ΣΤΟ ΖΕΥΓΟΣ (s, t). ΘΑ ΘΕΩΡΗΣΟΥΜΕ ΤΟ t (ΤΟΝ ΤΕΡΜΑΤΙΣΜΟ) ΠΑΓΙΟ. ΙΔΙΑ ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΙΝΕΤΑΙ ΚΑΙ ΜΕ s ΠΑΓΙΟ

· ΓΙΑ ΝΑ ΕΦΑΡΜΟΣΟΥΜΕ Δ.Π. ΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΗΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ

$$F(v) = \min_{\substack{\text{διαδρομές} \\ v \to t}} \left\{ \begin{array}{c} \text{Μήκος Διαδρομής} \\ v \to t \end{array} \right\}$$

· ΧΡΗΣΙΜΟΣ ΣΥΜΒΟΛΙΣΜΟΣ $\Gamma(v) = \{ w \in V \mid (v,w) \in E \}$

ΔΗΛΑΔΗ ΤΟ $\Gamma(v)$ ΕΙΝΑΙ ΟΙ ΚΟΡΥΦΕΣ ΠΡΟΣ ΤΙΣ ΟΠΟΙΕΣ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΜΕΤΑΒΟΥΜΕ ΑΠΟ ΤΟ v.

· ΕΣΤΩ ΟΤΙ ΑΠΟ ΤΟ v ΜΕΤΑΒΑΙΝΟΥΜΕ ΣΕ ΚΑΠΟΙΟ $w \in \Gamma(v)$ ΚΑΙ ΑΠΟ ΤΟ w ΜΕΤΑΒΑΙΝΟΥΜΕ ΣΤΟ t ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΕΛΑΧΙΣΤΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ. ΤΟ ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΜΗΚΟΣ ΕΙΝΑΙ

$$\underset{f(v,w)}{v \longrightarrow w} \underset{F(w)}{\rightsquigarrow t}$$

ΚΑΙ <u>ΔΕΝ</u> ΕΙΝΑΙ ΑΠΑΡΑΙΤΗΤΑ ΒΕΛΤΙΣΤΟ ΚΑΘΩΣ ΤΟ w ΕΙΝΑΙ ΑΥΘΑΙΡΕΤΟ. ΑΡΑ

$$F(v) \le f(v,w) + F(w) \quad \forall w \in \Gamma(v)$$

ΚΑΙ ΑΡΑ $$F(v) \le \min_{w \in \Gamma(v)} \{ f(v,w) + F(w) \}$$

· ΕΣΤΩ ΟΤΙ Η ΕΛΑΧ. ΔΙΑΔΡΟΜΗ $v \rightsquigarrow t$ ΣΥΝΕΧΙΖΕΙ ΑΠΟ ΤΟ v ΣΤΟ w^*. ΘΑ ΠΡΕΠΕΙ Η ΔΙΑΔΡΟΜΗ $w^* \rightsquigarrow t$ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΕΛΑΧΙΣΤΗ (ΓΙΑΤΙ;)
ΑΡΑ

$$F(v) = f(v,w^*) + F(w^*) \le \min_{w \in \Gamma(v)} \{ f(v,w) + F(w) \}$$

ΟΠΟΤΕ $$\min_{w \in \Gamma} \{ f(v,w) + F(w) \} \le F(v) \le \min_{w \in \Gamma} \{ f(v,w) + F(w) \}$$

ΙΔΙΑ

ΑΡΑ $$F(v) = \min_{w \in \Gamma(v)} \{ f(v,w) + F(w) \}$$

ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΠ

· ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΑΦΕΣ ΠΩΣ ΛΥΝΕΤΑΙ. ΑΝ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΑΡΝΗΤΙΚΟΙ ΚΥΚΛΟΙ ΕΙΝΑΙ $F(t) = 0$ (ΓΙΑΤΙ;)

· ΟΜΩΣ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΣΑΦΕΣ ΠΩΣ ΠΡΟΧΩΡΑ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΑ Η ΛΥΣΗ.

· Η ΑΠΛΟΥΣΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΠΙΛΥΣΙΜΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΕΙΝΑΙ ΟΤΑΝ ΤΟ ΓΡΑΦΗΜΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΤΕΥΘΥΝΟΜΕΝΟ ΑΚΥΚΛΙΚΟ (DIRECTED ACYCLIC GRAPH — DAG)

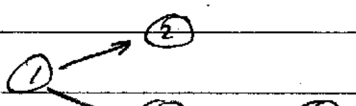
- ΣΕ ΕΝΑ DAG ΥΠΑΡΧΕΙ "ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ" ΤΩΝ ΚΟΡΥΦΩΝ ΔΗΛΑΔΗ ΜΙΑ ΚΑΤΑΤΑΞΗ ΤΩΝ ΚΟΡΥΦΩΝ ΣΕ ΣΕΙΡΑ $v_{i_1}, v_{i_2}, v_{i_3}, \ldots, v_{i_N}$

ΤΕΤΟΙΑ ΩΣΤΕ ΝΑ ΜΗΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΠΛΕΥΡΑ ΠΟΥ ΝΑ ΠΗΓΑΙΝΕΙ "ΑΝΑΠΟΔΑ" ΔΗΛΑΔΗ

$$(v_{i_{k+m}}, v_{i_k}) \notin E$$

· Η ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ <u>ΔΕΝ</u> ΕΙΝΑΙ ΜΟΝΑΔΙΚΗ

π.χ.



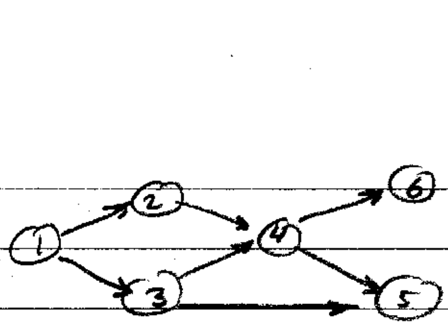
$$\Rightarrow \begin{cases} 1 \; 2 \; 3 \; 4 \\ 1 \; 3 \; 2 \; 4 \\ 1 \; 3 \; 4 \; 2 \end{cases}$$ ΤΟΠΟΛ. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΕΙΣ

· ΠΡΟΦΑΝΩΣ ΑΝ ΜΑΣ ΔΙΔΕΤΑΙ ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ (ΚΑΙ ΤΟ s ΕΙΝΑΙ ΠΡΙΝ ΤΟ t) ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΛΥΣΟΥΜΕ ΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ ΑΠ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΑ ΑΡΧΙΖΟΝΤΑΣ ΑΠΟ ΤΟ t ΚΑΙ ΠΗΓΑΙΝΟΝΤΑΣ ΑΝΑΣΤΡΟΦΑ ΜΕ ΤΗΝ ΔΕΔΟΜΕΝΗ ΤΟΠΟΛ. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ.

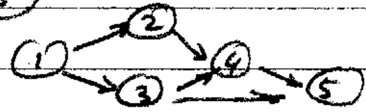
· ΜΙΑ ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΤΑΙ ΕΥΚΟΛΑ ΩΣ ΕΞΗΣ

1. ΑΝ ΤΟ G ΕΙΝΑΙ ΚΕΝΟ ΤΕΛΟΣ, ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ
   · ΒΡΕΣ ΚΑΠΟΙΑ ΚΟΡΥΦΗ v ΜΕ $\Gamma(v) = \emptyset$
   (ΑΝ ΔΕΝ ΥΠΗΡΧΕ v, ΤΟΤΕ ΤΟ G ΘΑ ΕΙΧΕ ΚΥΚΛΟ..)
2. "ΑΦΑΙΡΕΣΕ" ΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ v. ΘΕΣΕ ΤΗΝ ΣΕ "ΣΤΟΙΒΑ" ΤΟΠΟΛ. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ
3. ΘΕΣΕ $G \leftarrow G - \{v\}$ ΚΑΙ ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ ΤΟ 1.

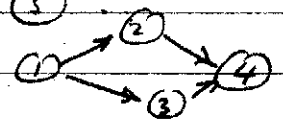
<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ</u>



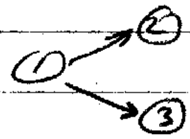
· ΔΙΑΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΗΝ (6) →



· ΔΙΑΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΗΝ (5) →



· ΔΙΑΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΗΝ (4) →



· ΔΙΑΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΗΝ (2)

· ΔΙΑΓΡΑΦΟΥΜΕ ΤΗΝ (3)

· " " (1)

→ ΣΕΙΡΑ ΤΟΠΟΛ. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗΣ 1 3 2 4 5 6

· ΕΝΤΟΠΙΣΤΕ ΚΑΙ ΑΛΛΕΣ ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΕΣ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΕΙΣ.

· ΘΥΜΗΘΕΙΤΕ ΟΤΙ Η <u>ΔΙΑΣΧΙΣΗ ΚΑΤΑ ΒΑΘΟΣ (DFS)</u> "ΕΠΙΣΚΕΠΤΕΤΑΙ" ΤΙΣ ΚΟΡΥΦΕΣ ΜΕ ΣΕΙΡΑ ΣΥΝΕΠΗ ΜΕ ΤΗΝ ΤΟΠΟΛΟΓΙΚΗ ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ. ΜΕ ΜΙΚΡΕΣ ΠΡΟΣΘΗΚΕΣ ΣΤΟΝ ΚΩΔΙΚΑ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΚΑΝΟΥΜΕ ΤΑΥΤΟΧΡΟΝΑ ΤΗΝ ΤΟΠΟΛ. ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ ΚΑΙ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ Δ.Π.

· Η DFS ΑΡΧΙΖΕΙ ΑΠΟ ΕΝΑ ΚΟΜΒΟ ΠΟΥ ΤΟΠΟΘΕΤΕΙΤΑΙ ΣΕ ΕΝΑ STACK. Ο ΚΟΜΒΟΣ ΘΑ ΒΓΕΙ ΑΠΟ ΤΟ STACK ΜΟΝΟ ΟΤΑΝ ΕΧΕΙ ΤΕΛΕΙΩΣΕΙ Η ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΤΩΝ ΓΕΙΤΟΝΙΚΩΝ ΤΟΥ ΚΟΜΒΟΥ.

· ΑΝ Η ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΕΝΟΣ ΚΟΜΒΟΥ w ΣΥΝΕΠΑΓΕΤΑΙ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ $F(w)$, ΤΟΤΕ ΟΤΑΝ "ΒΓΕΙ" Ο ΚΟΜΒΟΣ v ΘΑ ΕΙΝΑΙ ΓΝΩΣΤΑ ΤΑ $F(w)$ ΓΙΑ $w \in \Gamma(v)$, ΚΑΙ ΑΡΑ ΤΟ $F(v)$ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΘΕΙ

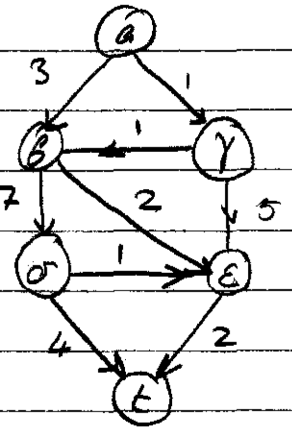
ΜΙΑ ΤΕΤΟΙΑ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΑ ΕΙΝΑΙ Η ΠΑΡΑΚΑΤΩ
spt (x: vertex, κορυφή). ΥΠΟΛΟΓΙΖΕΙ
ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ ΤΟΥ F ΚΑΙ ΤΙΣ ΤΟΠΟΘΕΤΕΙ ΣΤΟ ARRAY
spath. Η spath ΕΙΝΑΙ Ο ΣΤΟΝ ΤΕΡΜΑΤΙΚΟ
ΚΟΜΒΟ t

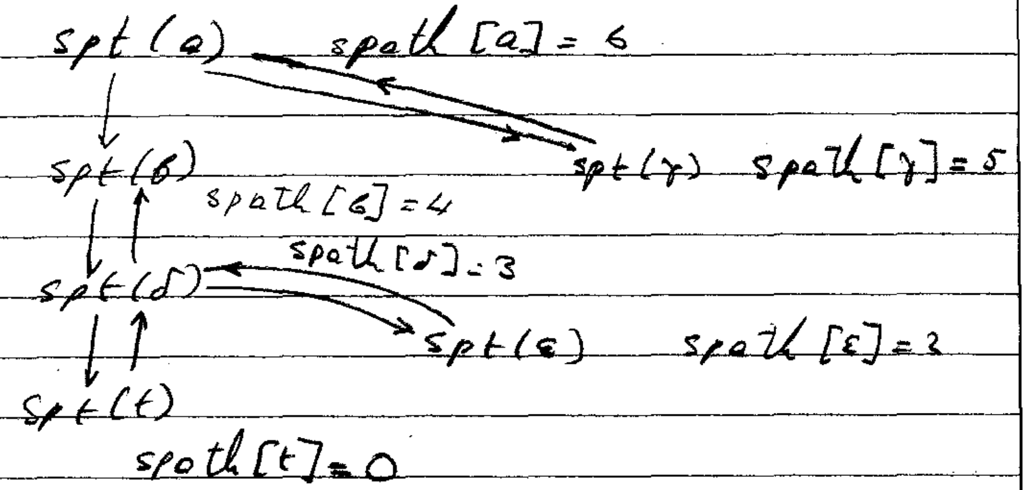
```
procedure spt (x: vertex)
  if x = t then spath[t] ← 0 else
  begin {0}
  visit (x)
  tmin ← +∞
  for each y ∈ Γ(x) do
     begin {1}
     if not visited [y] then spt (y)
     tmin ← min {tmin, f(x,y) + spath [y]}
     end {1}
  spath [x] ← tmin
  end {0}
```

```
procedure visit (x: vertex)
   begin
   visited [x] ← true      (ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ ΤΗΣ visited ← false)
   end
```

· ΤΑ ΒΗΜΑΤΑ ΤΗΣ spt ΕΙΝΑΙ $O(|E|)$
ΕΦΟΣΟΝ ΚΑΘΕ ΠΛΕΥΡΑ ΕΞΕΤΑΖΕΤΑΙ ΜΙΑ ΦΟΡΑ
ΓΙΑ ΠΥΚΝΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ $|E| = O(|V|^2)$

· Η ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΔΙΝΕΤΑΙ
ΣΤΟ ΠΑΡΑΚΑΤΩ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ





ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ ΤΗΣ spt

- Η ΚΛΗΣΗ ΣΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ a spt(a) ΟΔΗΓΕΙ ΣΕ ΚΛΗΣΗ ΣΤΗΝ β spt(β), ΑΠΟ ΕΚΕΙ ΣΤΗΝ δ spt(δ) ΚΑΙ ΑΠΟ ΕΚΕΙ ΣΤΗΝ t, spt(t). Η ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ ΚΛΕΙΝΕΙ ΑΜΕΣΩΣ ΜΕ t VISITED ΚΑΙ spath[t] = ∅
- ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΙ ΣΤΗΝ δ ΚΑΙ ΓΙΝΕΤΑΙ ΚΛΗΣΗ ΣΤΗΝ ε, spt(ε), ΔΕΔΟΜΕΝΟΥ ΟΤΙ Η ε ΚΑΛΕΙ ΜΟΝΟ ΤΗΝ t ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ VISITED, Η spt(ε) ΤΕΛΕΙΩΝΕΙ ΑΜΕΣΩΣ ΜΕ spath[ε] = 2 ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΙ ΣΤΗΝ δ
- Η δ ΤΕΛΕΙΩΝΕΙ, ΘΕΤΕΙ spath[δ] = 3 ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΡΕΦΕΙ ΣΤΗΝ β, ΠΟΥ ΤΕΛΕΙΩΝΕΙ ΚΑΘΩΣ ΚΑΛΕΙ ΜΟΝΟ ΤΗΝ ε ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ VISITED, ΜΕ spath[β] = 4
- ΕΠΙΣΤΡΕΦΟΥΜΕ ΣΤΗΝ spt(a) ΠΟΥ ΚΑΛΕΙ ΤΗΝ γ, spt(γ). ΑΛΛΑ ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ ΤΗΣ γ, β ΚΑΙ ε ΕΙΝΑΙ VISITED ΑΡΑ ΤΕΛΕΙΩΝΕΙ ΜΕ spath[γ] = 5
- ΕΠΙΣΤΡΕΦΟΥΜΕ ΣΤΗΝ a ΠΟΥ ΤΕΛΕΙΩΝΕΙ ΚΑΘΩΣ ΟΛΑ ΤΑ ΠΑΙΔΙΑ ΤΗΣ ΕΙΝΑΙ VISITED ΜΕ spath[a] = 6

- ΠΩΣ ΘΑ ΑΛΛΑΖΑΤΕ ΤΗΝ spt ΓΙΑ ΝΑ ΕΚΤΥΠΩΝΕΙ ΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ;

ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΚΥΚΛΟΥΣ ΚΑΙ ΜΗ ΑΡΝΗΤΙΚΑ
ΒΑΡΗ : ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ DIJKSTRA

• ΚΑΙ Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΥΤΟΣ (ΒΛΕΠΕ ΜΑΘΗΜΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ) ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΘΕΩΡΗΘΕΙ ΣΑΝ ΜΕΘΟΔΟΣ ΕΠΙΛΥΣΗΣ ΤΗΣ ΕΞΙΣΩΣΗΣ Δ. Π. *

• ΕΣΤΩ ΣΥΝΟΛΟ ΚΟΡΥΦΩΝ T, $t \in T$ ΓΙΑ ΤΙΣ ΟΠΟΙΕΣ Η ΤΙΜΗ ΤΗΣ F ΕΙΝΑΙ ΓΝΩΣΤΗ

• ΕΣΤΩ ΚΟΡΥΦΗ v ΓΕΙΤΟΝΙΚΗ ΤΩΝ T, ΔΗΛΑΔΗ $\Gamma(v) \cap T \neq \phi$

• Η ΣΥΝΤΟΜΟΤΕΡΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΑΠΟ ΤΟ v ΣΤΟ t ΜΕΣΩ ΕΠΙΣΚΕΨΗΣ ΣΤΟ T ΕΙΝΑΙ Η ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ

$$\hat{F}(v) = \min_{w \in \Gamma(v) \cap T} \{ f(v,w) + F(w) \}$$

ΚΑΙ ΦΥΣΙΚΑ $\hat{F}(v) \geq F(v)$

• ΕΞΕΤΑΖΟΥΜΕ ΤΩΡΑ ΤΟ "ΚΑΛΥΤΕΡΟ" ΑΠΟ ΤΑ v ΔΗΛΑΔΗ ΤΟ $\hat{v}$ ΓΙΑ ΤΟ ΟΠΟΙΟ

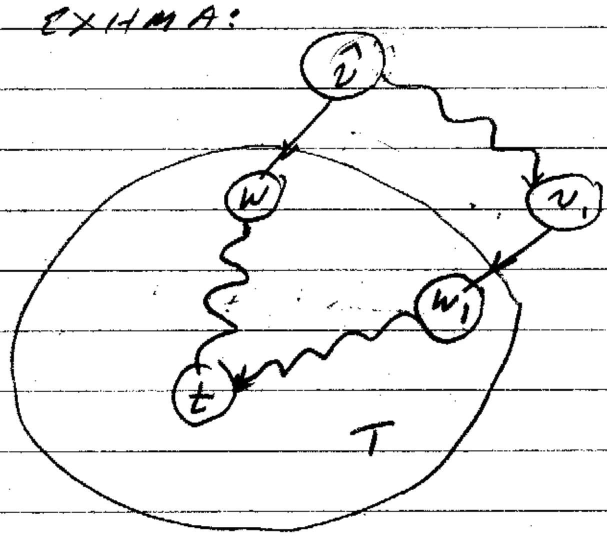
$$\hat{F}(\hat{v}) = \min_{v \in V} \hat{F}(v)$$

ΤΟΤΕ ΕΙΝΑΙ $\hat{F}(\hat{v}) = F(\hat{v})$, ΑΛΛΑ ΜΟΝΟ ΓΙΑ ΑΥΤΗ ΤΗΝ ΚΟΡΥΦΗ !

---

* Ο ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ DIJKSTRA ΣΤΗΝ ΕΠΙΣΚΕΨΙΑ ΤΟΥ ΣΤΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΜΑΣ, ΜΑΣ ΕΙΠΕ ΟΤΙ ΔΕΝ ΣΚΕΦΤΗΚΕ ΕΤΣΙ ΟΤΑΝ ΑΝΕΠΤΥΞΕ ΤΟΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ !

· ΒΑΣΙΚΟ ΣΧΗΜΑ:



· ΑΝ ΥΠΗΡΧΕ ΣΥΝΤΟΜΟΤΕΡΗ ΔΙΑΔΡΟΜΗ ΑΠΟ ΤΟ $\hat{v}$ ΣΤΟ t ΑΠΟ ΤΗΝ ΠΛΕΥΡΑ $(\hat{v}, w)$, $w \in T$ ΘΑ ΗΤΑΝ (α) ΜΙΑ ΔΙΑΔΡΟΜΗ $\hat{v} \rightsquigarrow v_1$

(β) ΜΙΑ ΠΛΕΥΡΑ (v_1, w_1) ΜΕ $w_1 \in T$

(γ) ΜΙΑ ΔΙΑΔΡΟΜΗ $w_1 \rightsquigarrow T$

ΑΛΛΑ $\hat{F}(\hat{v}) \leq f(v_1, w_1) + F(w_1)$

ΑΠΟ ΤΟΝ ΟΡΙΣΜΟ ΤΟΥ $\hat{v}$ ΚΑΙ ΕΦΟΣΟΝ $f \geq 0$

$$\hat{F}(\hat{v}) \leq (\text{ΜΗΚΟΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ } \hat{v} \rightsquigarrow v_1) + f(v_1, w_1) + F(w_1)$$

$$= \underbrace{F(\hat{v}) \leq \hat{F}(\hat{v})}_{\text{Η } F \text{ ΕΙΝΑΙ ΤΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ}}$$

· ΚΑΙ ΑΡΑ $\hat{F}(\hat{v}) = F(\hat{v})$

· ΑΡΑ ΜΠΟΡΟΥΜΕ ΝΑ ΕΠΕΚΤΕΙΝΟΥΜΕ ΤΟΥΣ ΓΝΩΣΤΟΥΣ ΚΟΜΒΟΥΣ ΤΟΥ T ΚΑΤΑ 1 !

• Η ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΑΡΧΙΖΕΙ ΜΕ $T=\{t\}$

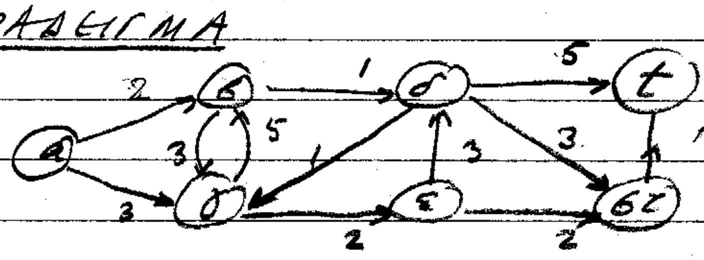
• ΣΤΗΝ ΧΕΙΡΟΤΕΡΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΘΑ ΕΞΕΤΑΣΤΟΥΝ ΟΛΟΙ ΟΙ ΚΟΜΒΟΙ ΠΡΟΤΟΥ ΦΤΑΣΟΥΜΕ ΣΤΟΝ s.

• ΣΕ ΚΑΘΕ ΒΗΜΑ ΤΟ T ΑΥΞΑΝΕΤΑΙ ΚΑΤΑ ΕΝΑ ΚΟΜΒΟ, $T'=T\cup x$. ΑΡΑ ΓΙΑ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΘΕΙ ΤΟ $\hat{F}(v)$ ΩΣ ΠΡΟΣ $T'=T\cup x$ ΑΡΚΕΙ ΝΑ ΣΥΓΚΡΙΘΕΙ Η ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ $f(v,x)+F(x)$ ΜΕ ΤΟ $\hat{F}$ ΠΟΥ ΕΙΧΑΜΕ ΠΡΟΗΓΟΥΜΕΝΩΣ ΩΣ ΠΡΟΣ T. ΑΡΑ Η ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΤΟΥ ΒΗΜΑΤΟΣ ΕΠΕΚΤΑΣΗΣ ΕΙΝΑΙ $|V|$.

• Η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΕΙΝΑΙ $O(|V|^2)$

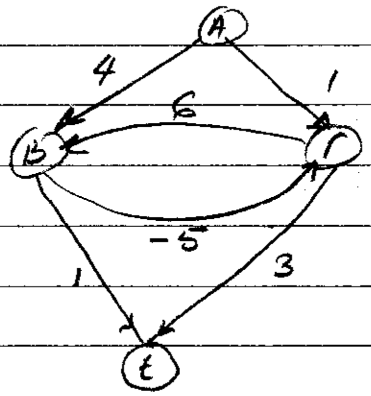
• ΓΙΑ ΝΑ ΒΡΟΥΜΕ ΤΙΣ ΕΛΑΧΙΣΤΕΣ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ ΜΕΤΑΞΥ ΟΛΩΝ ΤΩΝ ΖΕΥΓΩΝ ΑΠΑΙΤΕΙΤΑΙ $O(|V|^3)$ ($|V|^2$ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ ΠΟΥ ΚΑΤΑΛΗΓΟΥΝ ΣΤΟ t Κ.Λ.Π.)

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



ΒΗΜΑ	T	$\hat{F}$	$\hat{v}$	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ
1	t	$\hat{F}(στ)=1$ $\hat{F}(\delta)=5$	στ	
2	t, στ	$\hat{F}(\delta)=4$ $\hat{F}(\varepsilon)=3$	ε	ΕΞΕΤΑΖΟΥΜΕ ΚΟΣΤΟΣ ΠΡΟΣ στ
3	t, στ, ε	$\hat{F}(\delta)=4$ $\hat{F}(\gamma)=5$	δ	
4	t, στ, ε, δ	$\hat{F}(\beta)=5$ $\hat{F}(\gamma)=5$	β	. ΑΥΘΑΙΡΕΤΗ ΕΠΙΛΟΓΗ γ,β
5	t, στ, ε, δ, β	$\hat{F}(\gamma)=5$ $\hat{F}(\alpha)=7$	γ	. ΑΜΕΣΩΣ ΜΕΤΑ ΤΟ γ!
6	t, στ, ε, δ, β, γ	$\hat{F}(\alpha)=7$		

ΓΙΑΤΙ ΔΕΝ ΔΟΥΛΕΥΕΙ Ο ΑΛΓ. DIJKSTRA ΣΕ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ ΜΕ ΑΡΝΗΤΙΚΕΣ ΠΛΕΥΡΕΣ; ΔΙΝΟΥΜΕ ΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΟΠΟΥ ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΚΥΚΛΟΣ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ.



ΕΦΑΡΜΟΖΟΥΜΕ ΤΟΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ ΚΑΙ ΕΧΟΥΜΕ:

ΒΗΜΑ	T	$\hat{F}$	$\hat{v}$	ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΗ
1	Ε	$\hat{F}(B)=1$ $\hat{F}(\Gamma)=3$	Β	$F(B)=1$
2	Ε, Β	$\hat{F}(\Gamma)=3$ $\hat{F}(A)=5$	Γ	$F(\Gamma)=3$
3	Ε, Β, Γ	$\hat{F}(A)=4$	Α	$F(A)=4$

· Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΑΠΟΤΥΓΧΑΝΕΙ ΑΠΟ ΤΟ ΠΡΩΤΟ ΒΗΜΑ!

· ΤΟ ΣΩΣΤΟ ΕΙΝΑΙ $F(B)=-2$ $F(\Gamma)=3$ ΚΑΙ $F(A)=2$, ΟΠΩΣ ΜΠΟΡΕΙ ΕΥΚΟΛΑ ΝΑ ΑΠΟΔΕΙΧΘΕΙ ΚΑΘΩΣ Η ΝΕΑ F ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ ΤΗΝ ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΠ. ΕΠΙΠΛΕΟΝ, Η ΣΩΣΤΗ ΛΥΣΗ ΠΡΟΚΥΠΤΕΙ ΕΥΚΟΛΑ ΜΕ ΤΟΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟ BELLMAN FORD ΠΟΥ ΘΑ ΑΝΑΠΤΥΞΟΥΜΕ ΣΤΗ ΣΥΝΕΧΕΙΑ.

· ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΕ ΕΝΑ ΓΡΑΦΗΜΑ ΜΕ ΚΥΚΛΟ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ ΚΑΙ ΔΕΙΞΤΕ ΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ DIJKSTRA Σ' ΑΥΤΟ.

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BELLMAN-FORD

- Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΒΕΛΤΙΣΤΗΣ ΔΙΑΔΡΟΜΗΣ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΝΟΗΜΑ ΣΕ ΠΟΛΛΑ ΓΡΑΦΗΜΑΤΑ (ΑΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΑΡΝΗΤΙΚΟΣ ΚΥΚΛΟΣ)

- ΤΕΧΝΑΣΜΑ BELLMAN-FORD: ΕΞΕΤΑΖΟΥΜΕ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ ΠΟΥ ΠΕΡΙΛΑΜΒΑΝΟΥΝ ΕΩΣ k ΑΚΜΕΣ ΟΠΟΤΕ ΤΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ ΕΙΝΑΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ:

$$F(v|k) = \left\{ \begin{array}{c} \text{Μήκος ελάχιστης διαδρομής} \\ v \to t \text{ που περιλαμβάνει} \\ \text{το } \underline{\text{πολύ}} \ k \text{ ακμές} \end{array} \right\}$$

- ΟΡΙΖΟΥΜΕ $F(v|0) = \begin{cases} 0 & v = t \\ \infty & v \neq t \end{cases}$

- ΑΝ $v \neq t$ ΑΠΟΔΕΙΞΤΕ ΟΤΙ ΙΣΧΥΕΙ Η ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΗ ΣΧΕΣΗ $F(v|k) = \min\limits_{w \in \Gamma(v)} \left\{ f(v,w) + F(w|k-1) \right\}$

- ΑΝ $v = t$ ΚΑΙ $\Gamma(t) = \emptyset$ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΑ $F(t|k) = 0$
ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΑΝ $\Gamma(t) \neq \emptyset$ ΙΣΧΥΕΙ
$F(t|k) = \min\limits_{w \in \Gamma(t)} \left\{ f(t,w) + F(w|k-1) \right\}$

- ΟΙ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΣΧΕΣΕΙΣ ΕΙΝΑΙ ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΠΟΡΟΥΝ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΟΥΝ ΓΙΑ $k = 0, 1, 2, \ldots$
- ΠΟΤΕ ΤΕΛΕΙΩΝΕΙ Ο ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ; ΑΝ ΓΙΑ ΚΑΠΟΙΟ k ΚΑΙ <u>ΟΛΕΣ</u> ΤΙΣ ΚΟΡΥΦΕΣ v ΙΣΧΥΕΙ $F(v|k) = F(v|k-1)$ ΕΧΟΥΜΕ ΤΕΛΕΙΩΣΕΙ! ΤΟΤΕ Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $F(v) \overset{\text{ΟΡΙΣΜΟΣ}}{=} F(v|k)$ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ ΤΗΝ ΑΡΧΙΚΗ ΕΞΙΣΩΣΗ ΔΠ $F(v) = \min\limits_{w \in \Gamma(v)} \left\{ f(v,w) + F(w) \right\}$ ΠΡΑΓΜΑ ΠΟΥ ΖΗΤΟΥΣΑΜΕ

- ΕΙΝΑΙ ΣΑΦΕΣ ΟΤΙ $F(v|k) \geq F(v|k+1)$
ΕΞ' ΟΡΙΣΜΟΥ

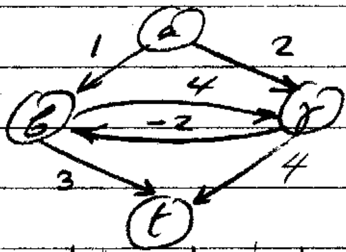
ΑΝ ΤΩΡΑ $F(\cdot \mid |E|) = F(\cdot \mid |E|+1)$ Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΕΧΕΙ ΤΕΛΕΙΩΣΕΙ.

- ΑΝ $F(\cdot \mid |E|) \neq F(\cdot \mid |E|+1)$ ΤΟΤΕ ΓΙΑ ΚΑΠΟΙΟ v $F(v \mid |E|+1) < F(v \mid |E|)$ ΠΡΑΓΜΑ ΠΟΥ ΣΗΜΑΙΝΕΙ ΟΤΙ ΥΠΑΡΧΕΙ ΚΥΚΛΟΣ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ. ΑΡΑ ΤΟ ΑΡΧΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ <u>ΔΕΝ</u> ΟΡΙΖΕΤΑΙ ΚΑΘΩΣ ΥΠΑΡΧΟΥΝ ΔΙΑΔΡΟΜΕΣ ΑΥΘΑΙΡΕΤΑ ΑΡΝΗΤΙΚΟΥ ΜΗΚΟΥΣ

- Η ΠΟΛΥΠΛΟΚΟΤΗΤΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΕΙΝΑΙ $|V|^2$ ΑΝΑ ΒΗΜΑ ΜΕ $|E|$ ΒΗΜΑΤΑ Ή $O(|V|^2|E|)$

<u>ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ</u>

(α)

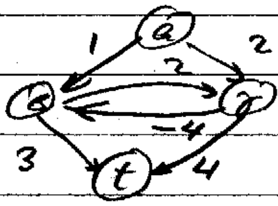


$F(\cdot \mid k)$

ΚΟΡΥΦΗ \ k	0	1	2	3	4
α	∞	∞	4	3	3
β	∞	3	3	3	3
γ	∞	4	1	1	1
t	0	0	0	0	0

ΕΦΟΣΟΝ $F(v \mid 4) = F(v \mid 3)$ ΓΙΑ ΚΑΘΕ v, Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΕΡΜΑΤΙΖΕΙ ΣΕ 4 ΒΗΜΑΤΑ ΑΝΤΙ ΤΟΥ ΘΕΩΡΗΤΙΚΑ ΧΕΙΡΟΤΕΡΟΥ $|E|=6$

(β)



$F(\cdot/k) \rightarrow$

k / ΚΟΡΥΦΕΣ	$\emptyset$	1	2	3	4	5	6	7	...
a	∞	∞	4	1	1	−1	−1	−3	
β	∞	3	3	1	1	−1	−1	−3	
γ	∞	4	−1	−1	−3	−3	−5	5	
t	0	0	0	0	0	0	0	0	

• ΕΦΟΣΟΝ $F(a/7) < F(a/6)$ ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΔΕΝ ΕΧΕΙ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΕΛΑΧΙΣΤΟ.

• <u>ΕΝΑΛΛΑΚΤΙΚΗ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ BELLMAN FORD</u>

• ΟΤΑΝ ΛΥΝΟΥΜΕ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΑ ΜΙΑ ΕΞΙΣΩΣΗ $f(x)=0$, ΜΙΑ ΓΕΝΙΚΗ ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΕΙΝΑΙ ΑΥΤΗ ΤΟΥ <u>ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ</u> (FIXED POINT). ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΑ

• $f(x)=0 \iff f(x)+x = x$

$\longrightarrow g(x) = x$ ΜΕ $g(x) \equiv f(x)+x$

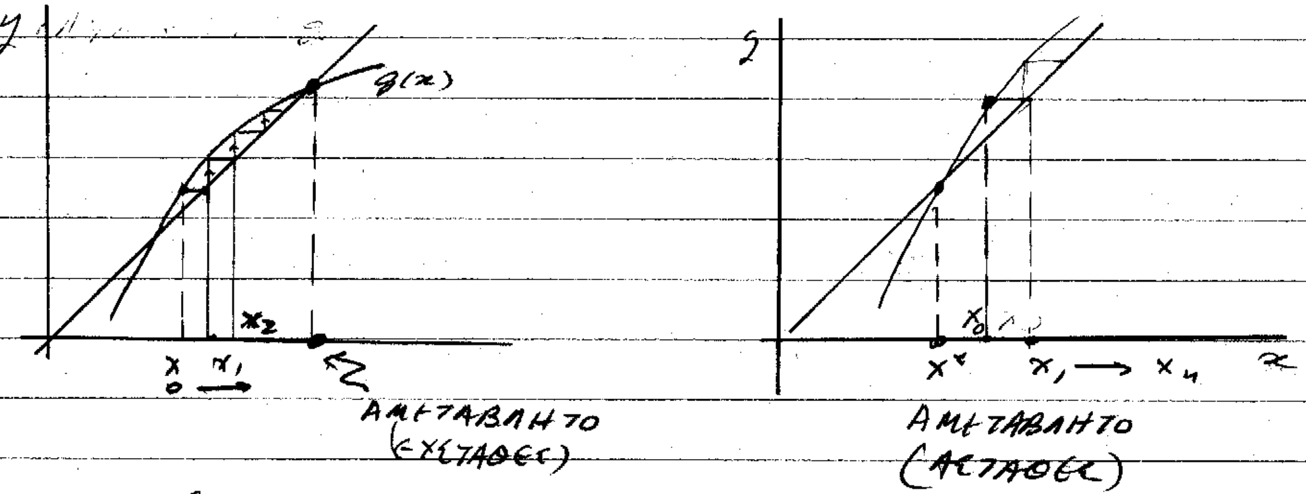
1. $k \leftarrow 0$
2. ΘΕΤΟΥΜΕ x_0 ΑΥΘΑΙΡΕΤΟ ΑΡΙΘΜΟ
3. ΑΝΑΘΕΤΟΥΜΕ: $x_{k+1} \leftarrow g(x_k)$
4. { ΣΧΟΛΙΟ ΑΝ $x_{k+1} \approx x_k$ ΤΟ x_{k+1} ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΗ ΛΥΣΗ }

   ΑΝ $|x_{k+1} - x_k| < \varepsilon$ ΤΕΛΟΣ

   ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ $k \leftarrow k+1$
5. ΕΠΑΝΑΛΑΒΕ ΤΟ 3.

• Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BELLMAN FORD ΕΙΝΑΙ ΜΙΑ ΕΙΔΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΤΟΥ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΣΧΗΜΑΤΙΚΟΥ. ΓΙΑΤΙ;

• ΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΠΑΝΤΟΤΕ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΙ, ΟΡΙΣΜΕΝΕΣ ΦΟΡΕΣ ΣΥΓΚΛΙΝΟΥΝ, ΑΛΛΕΣ ΟΧΙ



ΣΥΓΚΛΙΣΗ ΑΠΟΚΛΙΣΗ

• Η ΣΧΕΣΗ ΔΠ $F = \min\{f + F\}$ ΕΙΝΑΙ ΤΗΣ ΜΟΡΦΗΣ $x = g(x)$ ΜΕ F ΝΑ ΠΑΙΖΕΙ ΤΟ ΡΟΛΟ ΤΟΥ x ΚΑΙ Η ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ $\min\{f + ..\}$ ΝΑ ΠΑΙΖΕΙ ΤΟ ΡΟΛΟ ΤΟΥ g

• ΑΡΑ Η ΛΥΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ ΕΙΝΑΙ

$$F_{n+1} = \min\{f + F_n\}$$

ΠΟΥ ΕΙΝΑΙ ΑΚΡΙΒΩΣ Ο BELLMAN FORD

ΑΣΚΗΣΗ: ΘΕΛΟΥΜΕ ΝΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΟΥΜΕ ΤΟ $\sqrt{2}$, ΟΠΟΤΕ ΛΥΝΟΥΜΕ ΤΗΝ $f(x) = x^2 - 2 = 0$. ΑΝ ΘΕΣΟΥΜΕ $g(x) = x^2 + x - 2$ Η ΑΝΑΔΡΟΜΗ $x_{n+1} = g(x_n)$ ΔΕΝ ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ΣΤΟ $\sqrt{2}$. ΑΝ ΟΜΩΣ $g(x) = \frac{x^2-2}{p} + x$ (ΜΕ $p > 2$) Η ΑΚΟΛΟΥΘΙΑ ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ! ΕΠΙΒΕΒΑΙΩΣΤΕ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΖΟΝΤΑΣ, ΕΡΜΗΝΕΥΣΤΕ!

• ΜΕ ΒΑΣΗ ΤΗΝ ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΕΡΜΗΝΕΙΑ ΜΙΛΙΣΤΑΤΑΙ Η ΕΠΙΤΥΧΙΑ ΤΟΥ BELLMAN FORD ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΕΡΜΗΝΕΥΘΕΙ ΤΟ $F(/0)$ ΣΕ ΟΡΟΥΣ ~~ΚΟ~~ ΠΛΕΥΡΩΝ ΣΤΗΝ ΔΙΑΔΡΟΜΗ, ΑΛΛΑ ΣΑΝ ΤΗΝ ~~ΚΟ~~ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΣΤΗΝ ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΠ, ΚΑΙ $F(/0)$ ΑΥΘΑΙΡΕΤΟ ΞΕΚΙΝΗΜΑ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΑΜΕΤΑΒΛΗΤΟΥ ΣΗΜΕΙΟΥ

• ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΑΠΟΔΕΙΧΘΕΙ ΟΤΙ Ο ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ BELLMAN FORD ΘΑ ΣΥΓΚΛΙΝΕΙ ΣΤΗΝ ΛΥΣΗ ΤΟΥ ΔΠ ΓΙΑ ΟΠΟΙΟΔΗΠΟΤΕ ΞΕΚΙΝΗΜΑ $F(/0)$

• Η ΙΔΙΟΤΗΤΑ ΑΥΤΗ ΕΙΝΑΙ ΧΡΗΣΙΜΗ ΣΤΗΝ ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΠΑΚΕΤΩΝ ΟΠΟΥ ΟΙ "ΑΠΟΣΤΑΣΕΙΣ" $f(v,w)$ ΕΠΙ ΤΩΝ ΠΛΕΥΡΩΝ ΑΛΛΑΖΟΥΝ ΛΟΓΩ ΤΗΣ ΜΕΤΑΒΑΛΛΟΜΕΝΗΣ ΚΥΚΛΟΦΟΡΙΑΣ ΣΤΟ ΔΙΚΤΥΟ. ΑΝ Ο BELLMAN-FORD ΕΦΑΡΜΟΖΕΤΑΙ ΣΕ ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΟ ΧΡΟΝΟ ΚΑΙ ΣΕ ΤΑΚΤΑ ΔΙΑΣΤΗΜΑΤΑ ΘΑ ΕΙΝΑΙ

$$F_{t+\Delta t}(v) = \min_{w \in \Gamma(v)} \left\{ f_t(v,w) + F_t(w) \right\}$$

ΟΠΟΥ t : Ο ΔΕΙΚΤΗΣ ΧΡΟΝΙΚΗΣ ΣΤΙΓΜΗΣ

Δt : ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ ΕΠΑΝΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ

$f_t(v,w)$: Ο ΦΟΡΤΟΣ ΑΠΟ v ΠΡΟΣ w ΤΟΝ ΧΡΟΝΟ t

• ΟΡΙΣΜΕΝΕΣ ΦΟΡΕΣ Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ ΣΥΓΚΛΙΣΗΣ ΤΟΥ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ ΔΕΝ ΕΙΝΑΙ ΙΚΑΝΟΠΟΙΗΤΙΚΗ ΚΑΙ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΕΙΤΑΙ Η ΠΑΡΑΛΛΑΓΗ "HOLD DOWN".

• ΒΛΕΠΕ WALRAND J.: COMMUNICATION NETWORKS ΚΕΦ. 6