

Στατιστική για Οικονομολόγους -- 4^ο Σύνολο Ασκήσεων

εβδομάδα 17-03-2019

ΔΕΟΣ, Β' εξάμηνο – καθ Γιάννης Μπίλιας (bilias@aueb.gr)

ΟΔΗΓΙΕΣ: Οι παρακάτω ασκήσεις προέρχονται από το σύγγραμμα «Στατιστική για οικονομολόγους» του Δ. Χατζηνικολάου. (Η αρίθμηση είναι του συγγράμματος). Στο φροντιστήριο να λυθούν όλες οι ασκήσεις.

- **3.11.** Ένα κατάστημα δώρων χρησιμοποιεί τρεις υπαλλήλους στην περίοδο των Χριστουγέννων για το περιτύλιγμα των δώρων: τη Χριστίνα, την Ειρήνη και την Ιωάννα. Η Χριστίνα περιτυλίγει τα 38% των δώρων, αλλά για τα 2% από αυτά ξεχνάει να βγάλει την ετικέτα με την τιμή από τα δώρα πριν τα τυλίξει. Για την Ειρήνη, τα αντίστοιχα ποσοστά είναι 22% και 8%, ενώ για την Ιωάννα τα ποσοστά αυτά είναι 40% και 5%.

(α) Για ένα δώρο που αγοράσθηκε από αυτό το κατάστημα, ποιά είναι η πιθανότητα να μην έχει βγει η ετικέτα με την τιμή; (Απ. 0,0452.)

(β) Ένας πελάτης, ο οποίος έκανε τηλεφωνική παραγγελία στο κατάστημα, ανακαλύπτει ότι η ετικέτα με την τιμή δεν είχε βγει. Τί πιθανότητα υπάρχει να έκανε τοτύλιγμα η Χριστίνα; (Απ. 0,1681.)

- **3.14.** Σε μία κωμόπολη, είναι γνωστό ότι το 10% των κατοίκων πάσχουν από μία μεταδοτική ασθένεια. Η κυβέρνηση στέλνει ένα συνεργείο να εξετάσει τους κατοίκους. Υποθέστε ότι για ένα άτομο που πάσχει από την ασθένεια, η πιθανότητα να γίνει σωστή διάγνωση είναι 0,95· ενώ, αν το άτομο δεν πάσχει από την ασθένεια, η πιθανότητα να διαγνωσθεί ότι πάσχει είναι 0,02. Ένα άτομο επιλέγεται τυχαία από το συνεργείο και εξετάζεται.

(α) Ποιά είναι η πιθανότητα να διαγνωσθεί ότι το άτομο πάσχει από την ασθένεια; (Απ. 0,113.)

(β) Αν το συνεργείο αποφανθεί ότι το άτομο πάσχει από την ασθένεια, ποιά είναι η πιθανότητα να πάσχει στ' αλήθεια; (Απ. 0,84.)

(Παρατήρηση: Από την απάντηση του ερωτήματος (β) συνεπάγεται ότι: δεδομένου ότι το συνεργείο αποφαινεται ότι το άτομο πάσχει από την ασθένεια, η πιθανότητα να μην πάσχει στ' αλήθεια είναι $1-0,84=0,16$ ή 16% που είναι αρκετά υψηλή.)

➤ Άσκηση 1

Έστω η παρακάτω κατανομή πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής «X=πλήθος κερδοφόρων επενδύσεων από τοποθετήσεις σε 5 επιχειρήσεις»:

x	0	1	2	3	4	5
f(x)=P(X=x)	0,002	0,029	0,132	0,309	0,360	?

A) Να βρεθεί η $f(5)$.

B) Να υπολογιστεί η μέση τιμή της τυχαίας μεταβλητής $\mu_X = E(X)$ και να ερμηνευτεί στα πλαίσια ενός τυχαίου πειράματος που επαναλαμβάνεται πολλές φορές (έστω 1000 φορές).

Γ) Να υπολογιστεί η τυπική απόκλιση της τυχαίας μεταβλητής $\sigma_X = \sqrt{E[(X - \mu_X)^2]}$ και να ερμηνευτεί στα πλαίσια ενός τυχαίου πειράματος που επαναλαμβάνεται πολλές φορές (έστω 1000 φορές).

Δ) Έστω η τυχαία μεταβλητή $Y = 10 - 3X$ που ορίζεται ως γραμμικός μετασχηματισμός της X . Χωρίς να βρείτε την κατανομή πιθανότητας της Y , υπολογίστε την αναμενόμενη τιμή $\mu_Y = E(Y)$ και την τυπική απόκλιση σ_Y .

- **4.1.** Έστω η τυχαία μεταβλητή X = αριθμός αγοριών σε οικογένειες που έχουν τρία παιδιά, όπου η πιθανότητα να γεννηθεί αγόρι είναι ίση με την πιθανότητα να γεννηθεί κορίτσι, δηλαδή $1/2$.

(α) Ποιά είναι η συνάρτηση πιθανότητας της X υπό μορφή πίνακα; Υπό μορφή διαγράμματος;

(β) Ποιά είναι η συνάρτηση αθροιστικής πιθανότητας (ή συνάρτηση αθροιστικής κατανομής) της X υπό μορφή εξίσωσης; Υπό μορφή διαγράμματος;

(γ) Να υπολογίσετε το μέσο και τη διακύμανση της X . (Απ. 1,5, 0,75.)

- **5.1.** Έστω ότι η κυβέρνηση σχεδιάζει να εφαρμόσει ένα μακροοικονομικό πρόγραμμα και πιστεύει ότι το 25% των μακροοικονομολόγων της χώρας θα υποστηρίξει το πρόγραμμα. Αν το ποσοστό αυτό είναι σωστό και επιλεγούν κατά τρόπο τυχαίο πέντε μακροοικονομολόγοι για να σχολιάσουν το πρόγραμμα, ποιά είναι η πιθανότητα ότι τουλάχιστο τρεις από τους πέντε θα υποστηρίξουν το πρόγραμμα; (Απ. 0,103526.)

Πρόσθετη ερώτηση: Από το δείγμα των πέντε μακροοικονομολόγων πόσοι αναμένεται να υποστηρίξουν το πρόγραμμα;

- **5.3.** Μία εταιρεία πρόκειται να παραλάβει μία μεγάλη παραγγελία τηλεφωνικών συσκευών. Το κριτήριο για να γίνει αποδεκτή η παραγγελία είναι το εξής: επιλέγεται ένα τυχαίο δείγμα 16 συσκευών και η παραγγελία γίνεται αποδεκτή μόνο αν βρεθεί το πολύ μία ελαττωματική συσκευή. Αν η παραγγελία περιέχει 5% ελαττωματικές συσκευές, ποιά είναι η πιθανότητα να γίνει αποδεκτή; (Απ. 0,8107.)

Πρόσθετη ερώτηση: Από το δείγμα των 16 συσκευών πόσες αναμένεται να είναι ελαττωματικές;