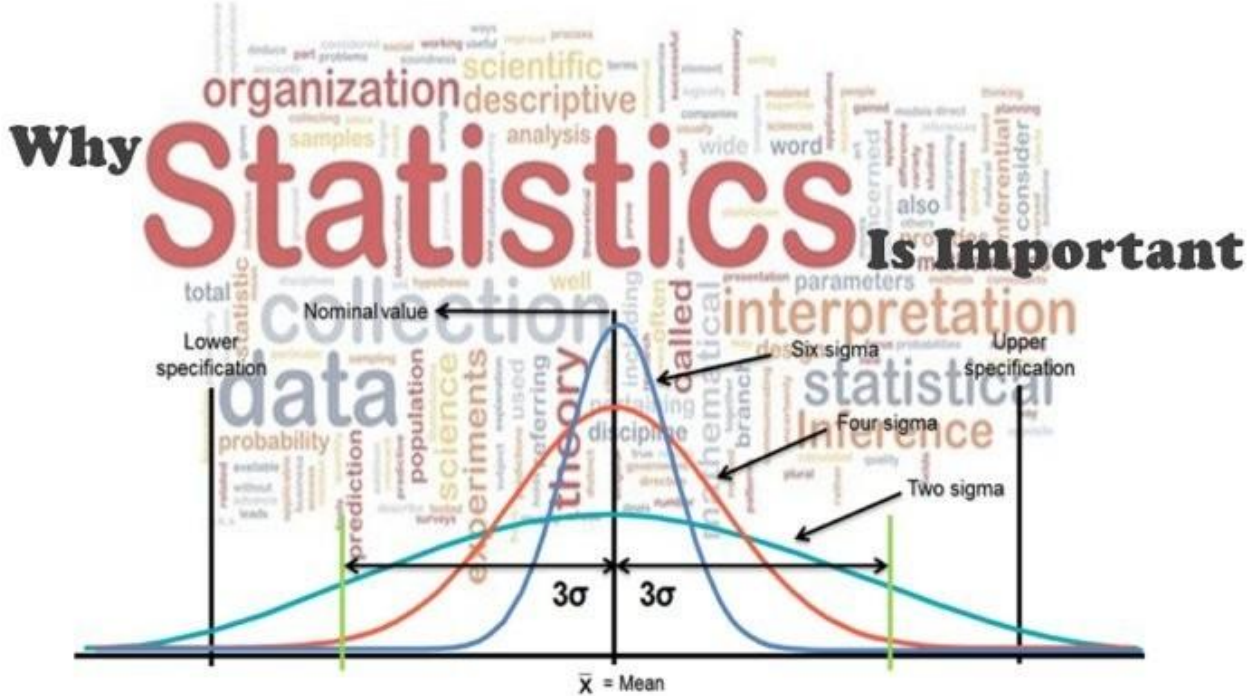
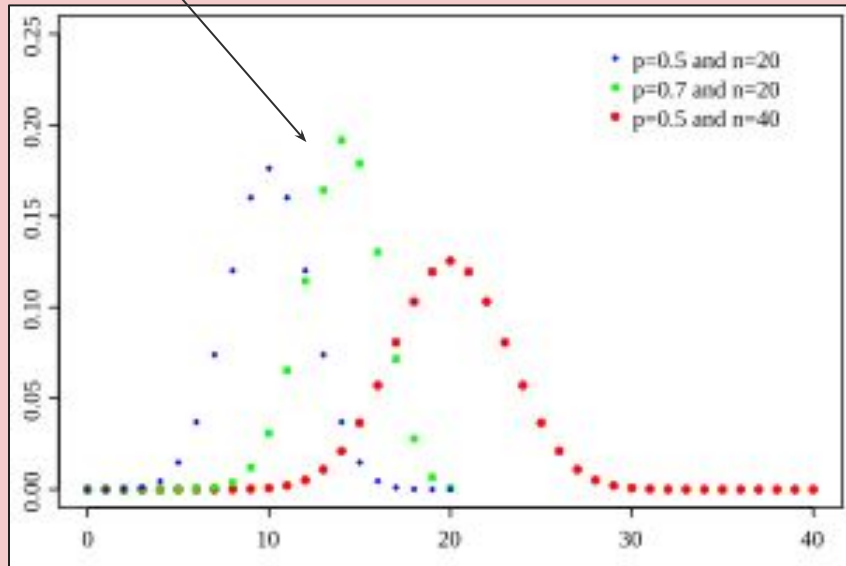


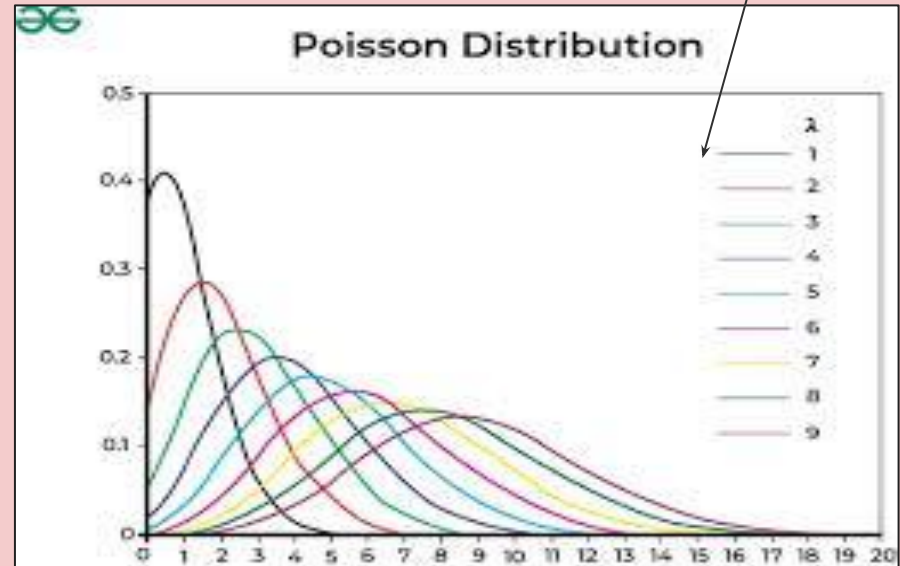


Άλλες Κατανομές

διωνυμική



Poisson



Διωνυμική Κατανομή

Το πείραμα έχει μονάχα **δύο πιθανά αποτελέσματα** (π.χ η ρίψη ενός κέρματος).

Η **πιθανότητα αποτυχίας ή επιτυχίας** του πειράματος **παραμένει σταθερή**.

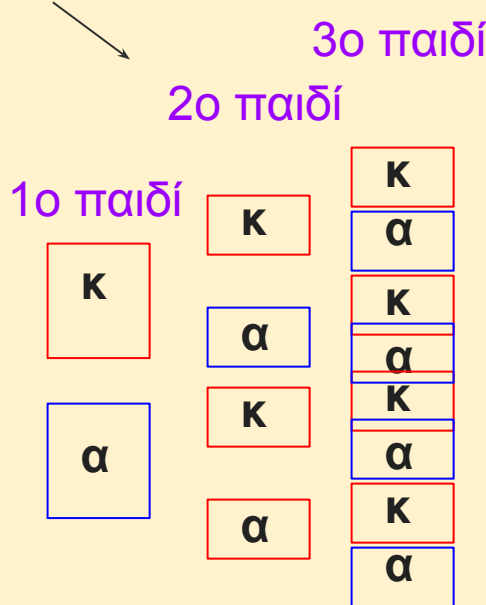
$$P(K) = P(A) = 1$$

όπου **$P(A) = 0,5$** → η πιθανότητα να γεννηθεί αγόρι → υπόθεση ...

$P(K) = 0,5$ → η πιθανότητα να γεννηθεί κορίτσι

Παράδειγμα 1

Μια οικογένεια
έχει 3 παιδιά



Διωνυμική Κατανομή

Δειγματικός χώρος: όλα τα πιθανά ενδεχόμενα ...

$$\Omega = \{ΚΚΚ, ΚΚΑ, ΚΑΚ, ΚΑΑ, ΑΚΚ, ΑΚΑ, ΑΑΚ, ΑΑΑ\}$$

Ποια η πιθανότητα να έχει 3 αγόρια ; ; ;

$$P(A=3) = \frac{1}{8} = 0,125 \text{ (12,5\%)}$$

Ποια η πιθανότητα να έχει τουλάχιστον 1 κορίτσι ;;;

$$P(K \geq 1) = \frac{7}{8} = 0,875 \text{ (87,5\%)} = 1 - \frac{1}{8}$$

Παράδειγμα 1

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Ποια η πιθανότητα να έχει 3 αγόρια ; ; ;

$$(3! / 0! \cdot 3!) \cdot (0,5)^3 \cdot (1-0,5)^0 = 0,125 \cdot 1 = 0,125 \text{ (12,5\%)}$$

το αποτέλεσμα προκύπτει με αντικατάσταση στον τύπο ...

Παράδειγμα 1

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Ποια η πιθανότητα να έχει τουλάχιστον 1 κορίτσι ;;;

$$P(K=1) + P(K=2) + P(K=3) = 1 - P(0)$$

$$P(K=1) = (3 \cdot 2 \cdot 1 / 1! \cdot 2!) \cdot 0,5 \cdot 0,5^2 = 3 \cdot 0,5 \cdot 0,25 = 0,375$$

$$P(K=2) = (3 \cdot 2 \cdot 1 / 2! \cdot 1!) \cdot 0,5^2 \cdot 0,5 = 0,75 \cdot 0,5 = 0,375$$

$$P(K=3) = 0,5^3 \cdot 1 = 0,125$$



0,875
(87,5%)

Παράδειγμα 2

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Έστω μια οικογένεια με 6 παιδιά !!!
Ποια η πιθανότητα να έχει 4 αγόρια ;;;

$$P(A=4) = (6! / 4! * 2!) * 0,5^4 * 0,5^2 = 720/48 * 0,0625 * 0,25 = 0,2343 \text{ (23,4\%)}$$

το αποτέλεσμα προκύπτει με αντικατάσταση στον τύπο ...

Παράδειγμα 2

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Έστω μια οικογένεια με 6 παιδιά !!!

Ποια η πιθανότητα να έχει τουλάχιστον 1 αγόρι ;;;

$$1 - P(A=0) = P(1) + P(2) + P(3) + P(4) + P(5) + P(6)$$

$$P(A=0) = (6! / 6!*0!) * 0,5^0 + 0,5^6 = 0,0156 \rightarrow 1-0,0156 = 0,9843$$

Παράδειγμα 2

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Έστω μια οικογένεια με 6 παιδιά !!!

Ποια η πιθανότητα να έχει το πολύ 1 αγόρι ;;;

$$P(A=0) + P(A=1)$$

$$P(A=0) = 0,0156$$

$$P(A=1) = (6! / 1! \cdot 5!) \cdot 0,5^1 \cdot 0,5^5 = 6 \cdot 0,5 \cdot 0,03125 = 0,09375$$

0,109
(10,9%)

Παράδειγμα 3

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

***Το 40% των επισκεπτών αγοράζουν σουβενίρ !!!
Ποια η πιθανότητα ανάμεσα σε 12 επισκέπτες
το πολύ 2 να αγοράσουν κάποιο σουβενίρ;;;***

$$P(A=0) + P(A=1) + P(A=2)$$

$$P(A=0) = (12! / 0! \cdot 12!) \cdot 0,4^0 \cdot 0,6^{12} = 0,0021$$

Παράδειγμα 3

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

***Το 40% των επισκεπτών αγοράζουν σουβενίρ !!!
Ποια η πιθανότητα ανάμεσα σε 12 επισκέπτες
το πολύ 2 να αγοράσουν κάποιο σουβενίρ;;;***

$$P(A=0) + P(A=1) + P(A=2)$$

$$P(A=1) = (12! / 1! \cdot 11!) \cdot 0,4^1 \cdot 0,6^{11} = 4,8 \cdot 0,0036 = 0,017$$

Παράδειγμα 3

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

***Το 40% των επισκεπτών αγοράζουν σουβενίρ !!!
Ποια η πιθανότητα ανάμεσα σε 12 επισκέπτες
το πολύ 2 να αγοράσουν κάποιο σουβενίρ;;;***

$$P(A=0) + P(A=1) + P(A=2)$$

$$P(A=2) = (12! / 2! \cdot 10!) \cdot 0,4^2 \cdot 0,6^{10} = 66 \cdot 0,16 \cdot 0,0060 = 0,0638$$

Παράδειγμα 3

Διωνυμική Κατανομή

$$P(X=a) = \binom{n}{a} P^a (1-P)^{n-a}$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

***Το 40% των επισκεπτών αγοράζουν σουβενίρ !!!
Ποια η πιθανότητα ανάμεσα σε 12 επισκέπτες
τουλάχιστον 3 να αγοράσουν κάποιο σουβενίρ;;;***

$$1 - P(A=0) - P(A=1) - P(A=2) = 1 - 0,0829 = 0,9170 \text{ (91,70\%)}$$

Διωνυμική Κατανομή

μέση τιμή = $n * p$

διακύμανση ή διασπορά = $n * p (1-p)$

Δείτε τα αποτελέσματα και στο περιβάλλον της εφαρμογής:

<https://www.statskingdom.com/distribution-calculator.html>

Παράδειγμα 4

Κατανομή Poisson

$$f(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

Κατά μέσο όρο μπαίνουν στην τράπεζα 3 πελάτες το λεπτό !!!

Ποια η πιθανότητα να φτάσουν μέσα σε ένα λεπτό 5 πελάτες ; ; ;

Ποια η πιθανότητα να φτάσουν πάνω από 5 πελάτες ; ; ;

Παράδειγμα 4

Κατανομή Poisson

$$f(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

Κατά μέσο όρο μπαίνουν στην τράπεζα 3 πελάτες το λεπτό !!!

Ποια η πιθανότητα να φτάσουν μέσα σε ένα λεπτό 5 πελάτες ; ; ;

$$P(X=5) = (3^5 * e^{-3}) / 5! = \dots (10,08\%)$$

το αποτέλεσμα προκύπτει με αντικατάσταση στον τύπο ...

Παράδειγμα 4

Κατανομή Poisson

$$f(k) = P(X = k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}$$

Κατά μέσο όρο μπαίνουν στην τράπεζα 3 πελάτες το λεπτό !!!
Ποια η πιθανότητα να φτάσουν πάνω από 5 πελάτες ; ; ;

$$1 - P(X=5) - P(X=4) - P(X=3) - P(X=2) - P(X=1) - P(X=0) = \dots (8,39\%)$$

Κατανομή Poisson

μέση τιμή = λ

διακύμανση ή διασπορά = λ

Δείτε τα αποτελέσματα και στο περιβάλλον της εφαρμογής:

<https://www.statskingdom.com/distribution-calculator.html>

Διάστημα Εμπιστοσύνης για την Άγνωστη Πραγματική Αναλογία του Πληθυσμού (P)

Παράδειγμα 5

**Ποιο είναι το πραγματικό ποσοστό των ατόμων
που θα ψηφίσουν το κόμμα A ; ; ;**

Πληθυσμός:

N: άτομα (ψηφοφόροι)

R: όσοι θα ψηφίσουν το
κόμμα A

R / N: άγνωστη πραγματική
αναλογία του πληθυσμού

Δείγμα:

n: άτομα (ψηφοφόροι)

r: όσοι θα ψηφίσουν το
κόμμα A

r / n: δειγματική αναλογία
(γνωστή)

Παράδειγμα 5

Ποιο είναι το πραγματικό ποσοστό των ατόμων που θα ψηφίσουν το κόμμα Α ; ; ; ($\alpha=5\%$)

$$P\left(\frac{r}{n} - Z_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{p^*(1-p)}{n}} < P < \frac{r}{n} + Z_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{p^*(1-p)}{n}}\right)$$

δειγματική αναλογία τυπ. απόκλιση δειγματικής αναλογίας άγνωστη αναλογία πληθυσμού δειγματική αναλογία τυπ. απόκλιση δειγματικής αναλογίας

Έστω πως για το δείγμα μας ισχύει: $r / n = 358 / 1.500 = 23,86\%$

$$P(0,2386 - 1,96 * \sqrt{\frac{0,2386*(1-0,2386)}{1.500}} < P < 0,2386 + 1,96 * \sqrt{\frac{0,2386*(1-0,2386)}{1.500}})$$

P (21,70% < P < 26,01%) = 95%

Παράδειγμα 6

**Ποιο είναι το πραγματικό ποσοστό των ατόμων
που θα θεραπεύσει το φάρμακο ; ; ;**

Πληθυσμός:

N: όλοι οι ασθενείς

R: όσοι χρησιμοποιήσουν το
φάρμακο

R / N: άγνωστη πραγματική
αναλογία του πληθυσμού

Δείγμα:

n: ασθενείς (δείγμα)

r: όσοι χρησιμοποιήσουν το
φάρμακο στο δείγμα μας

r / n: δειγματική αναλογία
(γνωστή)

Παράδειγμα 6

**Ποιο είναι το πραγματικό ποσοστό των ατόμων
που θα θεραπεύσει το φάρμακο ; ; ; ($\alpha=5\%$)**

$$P\left(\frac{r}{n} - Z_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{p^*(1-p)}{n}} < P < \frac{r}{n} + Z_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{p^*(1-p)}{n}}\right)$$

Έστω πως για το δείγμα μας ισχύει: $r/n = 7.280 / 8.000 = 91\%$

$$P(0,91 - 1,96 * 0,0032 < P < 0,91 + 1,96 * 0,0032)$$

$$P(90,37\% < P < 91,62\%)$$

Παράδειγμα 6

Σύμφωνα με τις διεθνείς προδιαγραφές η επιτυχία του φαρμάκου πρέπει να ξεπερνά το 90% για να βγει στην αγορά.

Τι απόφαση θα παίρνατε ; ; ;

$$P(90,37\% < P < 91,62\%)$$

για $\alpha=5\%$

$$P(0,91 - 2,57 * 0,0032 < P < 0,91 + 2,57 * 0,0032) \\ P(90,17\% < P < 91,82\%)$$

για $\alpha=1\%$

$$P(0,91 - 2,81 * 0,0032 < P < 0,91 + 2,81 * 0,0032) \\ P(90,10\% < P < 91,89\%)$$

για $\alpha=0,5\%$