Κεφάλαιο 8

Η ΑΓΟΡΑ ΟΜΟΛΟΓΩΝ ΚΑΙ Η ΚΑΜΠΥΛΗ ΤΩΝ ΕΠΙΤΟΚΙΩΝ

8.1 Εισαγωγή

Στη μέχρι τώρα ανάλυσή μας χρησιμοποιήσαμε το επιτόκιο της αγοράς είτε ως προεξοφλητικό όρο είτε ως σίγουρη απόδοση. Υποθέσαμε δε ότι αυτό είναι σταθερό διαχρονικά, ανεξαρτήτως του χρονικού ορίζοντα μιας επένδυσης (π.χ. ενός μήνα, εξαμήνου, ενός έτους, κ.ο.κ.). Η υπόθεση αυτή όμως δεν είναι ρεαλιστική, καθώς σε κάθε τρέχουσα χρονική περίοδο t στην αγορά χρήματος υπάρχουν επιτόκια διαφορετικής προθεσμίας (maturity), που αντιστοιχούν σε επενδύσεις διαφορετικού χρονικού ορίζοντα. Η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στα επιτόκια και τις προθεσμίες τους αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως *χρονική διάρθρωση των επιτοκίων* (term structure of interest rates) ή πιο απλά ως *καμπύλη των επιτοκίων* (interest rates curve). Η γνώση της καμπύλης αυτής είναι απαραίτητη τόσο για τις εταιρείες όσο και για την αγορά. Οι πρώτες γιατί έχουν στη διάθεσή τους τα σωστά επιτόκια για να προεξοφλήσουν μελλοντικές εισροές ή υποχρεώσεις τους που αναφέρονται σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Η δε αγορά γιατί μπορεί να χρησιμοποιήσει την καμπύλη των επιτοκίων στην τιμολόγηση περιουσιακών στοιχείων όπως, ως παράδειγμα, είναι τα ομόλογα τα οποία έχουν σίγουρες μελλοντικές ροές μέχρι τη λήξη τους ή τα παράγωγα.

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε βασικούς ορισμούς και εργαλεία που είναι απαραίτητα για τον προσδιορισμό της καμπύλης των επιτοκίων και την αποτίμηση ομολόγων. Επίσης, παραθέτουμε διάφορες οικονομικές θεωρίες ή υποδείγματα που έχουν παρουσιαστεί στη βιβλιογραφία για να εξηγήσουν τη μορφή της καμπύλης των επιτοκίων, δηλαδή αν είναι αύξουσα, φθίνουσα ή μη-γραμμική ως προς τις προθεσμίες τους. Καθώς τα επιτόκια προσδιορίζονται στην αγορά των ομολόγων, η ανάλυσή μας ξεκινά πρώτα δίνοντας τους απαραίτητους ορισμούς των διαφορετικών κατηγοριών ομολόγων που είναι διαθέσιμα στην αγορά χρήματος. Στη συνέχεια, ασχολούμαστε με την τιμολόγησή αυτών και την εύρεση της καμπύλης των επιτοκίων σε κάποια δεδομένη χρονική περίοδο. Εκτός από την εύρεση της καμπύλης των επιτοκίων, σημειώστε ότι η ανάλυση των διαφορετικών κατηγοριών ομολόγων είναι απαραίτητη για την βέλτιστη διαχείριση χαρτοφυλακίων τους.

8.2 Ομόλογα

Ένα ομόλογο αποτελεί τίτλο χρέους με προκαθορισμένο συνήθως διάστημα λήξης (π.χ. ένα μήνα, ένα έτος ή μια δεκαετία) που περιέχει δέσμευση του εκδότη (π.χ. του δημοσίου) ότι θα καταβάλλει κάποιο συγκεκριμένο χρηματικό ποσό σε τακτά χρονικά διαστήματα στο μέλλον ως τόκους (που είναι γνωστοί ως κουπόνια) με ορισμένο επιτόκιο ή μια ονομαστική αξία στη λήξη τους. Τα χρεόγραφα αυτά εκδίδονται από το δημόσιο ή εταιρείες και αποτελούν μέσο άντλησης κεφαλαίων από την αγορά χρήματος.

Στην αγορά χρήματος υπάρχουν διαφορετικές κατηγορίες (ή τύποι) ομολόγων. Αυτές διαφοροποιούνται ως προς το επιτόκιο (σταθερό ή κυμαινόμενο), το χρόνο και τον τρόπο εξόφλησης τους, αλλά και ως προς άλλα ειδικά χαρακτηριστικά τους. Οι πιο διαδεδομένες από τις κατηγορίες αυτές είναι οι ακόλουθες:

- *Ομόλογα σταθερού επιτοκίου/κουπονιού* (fixed rate bonds): Αυτά αποτελούν τον πιο διαδεδομένο τύπο ομολόγων. Τα ομόλογα αυτά πληρώνουν σε τακτά χρονικά διαστήματα (συνήθως ανά εξάμηνο) στους κατόχους τους κουπόνια, ενώ στη λήξη τους καταβάλλουν ένα χρηματικό ποσό που αποτελεί την ονομαστική τους αξία. Τα κουπόνια των ομολόγων καθορίζονται ως ένα ποσοστό επί της ονομαστικής αξίας τους.

- *Ομόλογα κυμαινόμενου επιτοκίου* (floating rate notes): Αυτά αποτελούν τίτλους που καταβάλλουν σε κάθε περίοδο τόκους που κυμαίνονται ανάλογα με την τιμή ενός γνωστού επιτοκίου αναφοράς με το οποίο είναι συνδεδεμένο το ομόλογο όπως, ως παράδειγμα, είναι το Euribor.

- *Ομόλογα χωρίς κουπόνι (ή με μηδενικό κουπόνι)* (zero-coupon bonds): Τα ομόλογα αυτά δεν καταβάλλουν στους κατόχους τους κουπόνια παρά μόνο προσφέρουν στη λήξης τους ένα χρηματικό ποσό που αποτελεί την ονομαστική τους αξία. Είναι δε γνωστά ως *έντοκα γραμμάτια του δημοσίου*, επειδή τέτοιου είδους ομόλογα συνήθως εκδίδονται από το δημόσιο. Το χρονικό διάστημα ως τη λήξη τους είναι συνήθως μέχρι ένα έτος και ο σκοπός της έκδοσής τους είναι για να καλύψουν τις βραχυχρόνιες ταμειακές ανάγκες του δημοσίου.

- *Διηνεκή ομόλογα, χωρίς λήξη* (perpetual bonds): Αυτά αποτελούν ομόλογα χωρίς ημερομηνία λήξης που καταβάλλουν κουπόνια στους κατόχους τους ανά τακτά χρονικά διαστήματα επ' άπειρον, χωρίς την υποχρέωση του εκδότη να τα εξαγοράσει και χωρίς να καταβάλλουν κάποια ονομαστική αξία.

- *Εξαγοράσιμα ομόλογα, με δικαίωμα αγοράς/πώλησης* (callable/ putable bonds): Αυτά εκδίδονται με το δικαίωμα του εκδότη (ή αντίστοιχα του κατόχου τους) να εξαγοραστούν (ή να πουληθούν) σε κάποια μελλοντική χρονική περίοδο σε μια προκαθορισμένη τιμή πριν από την ημερομηνία λήξη τους.

- *Μετατρέψιμα ομόλογα* (convertible bonds): Τα ομόλογα αυτά δίνουν το δικαίωμα στο κάτοχο τους να τα ανταλλάξει σε προκαθορισμένες τιμές και ημερομηνίες με άλλα ομόλογα ή μετοχές της εταιρείας που τα εκδίδει.

Αποτίμηση ομολόγων

Ένας από τους πιο διαδεδομένους τύπους ομολόγων στην αγορά χρήματος αποτελούν τα ομόλογα με κουπόνι ή χωρίς. Στο τμήμα αυτό του κεφαλαίου θα ασχοληθούμε με την τιμολόγηση των ομολόγων αυτών. Για ευκολία, στην ανάλυσή μας θα θεωρήσουμε ότι το επιτόκιο με βάση το οποίο προεξοφλούνται στην αγορά οι μελλοντικές ταμειακές ροές των ομολόγων (δηλ. τα κουπόνια ή η ονομαστική αξία τους) ή επανεπενδύονται (ανατοκίζονται) τα κουπόνια τους είναι το ίδιο για όλες τις περιόδους μέχρι την ημερομηνία λήξης τους και δίνεται ως r σε ετήσια βάση.

Έστω ένα *ομόλογο με κουπόνι* που έχει ημερομηνία λήξης n-περιόδους (υποθέστε έτη) από σήμερα και ονομαστική αξία που συμβολίζεται ως M. Θεωρήστε ότι το ομόλογο αυτό καταβάλλει κουπόνια σταθερής αξίας στους κατόχους του ανά περίοδο (εδώ, έτος) που συμβολίζονται ως C και υπολογίζονται ως C=cM, όπου c αποτελεί το επιτόκιο του κουπονιού (coupon rate). Στη λήξη του, μετά από n-περιόδους, το ομόλογο αυτό πληρώνει μαζί με το κουπόνι C και την ονομαστική του αξία M. Τότε, η τιμή του ομολόγου αυτού, που συμβολίζεται ως $B(n)$, μπορεί να υπολογιστεί με βάση τον τύπο της παρούσας αξίας της ράντας ως εξής:

$$B(n) = \frac{C}{(1+r)} + \frac{C}{(1+r)^2} + ... + \frac{C}{(1+r)^{n-1}} + \frac{C+M}{(1+r)^n}. \tag{1}$$

ή

$$B(n) = C\left[\frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r}\right] + \frac{M}{(1+r)^n}, \tag{2}$$

όπου $\frac{1-\frac{1}{(1+r)^n}}{r}$ αποτελεί το συντελεστή μοναδιαίας ράντας (annuity factor), βλέπε Κεφάλαιο 2. Όπως για τις μετοχές (βλέπε Κεφάλαιο 7), η τιμή αυτή του ομολόγου αναφέρεται και ως "*δίκαιη*" ή "*εύλογη*" τιμή. Στη συνέχεια παραθέτουμε ένα αριθμητικό παράδειγμα υπολογισμού της τιμής ενός ομολόγου με βάση τη σχέση (2).

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 8.1: Έστω ένα εικοσαετές ομόλογο (n=20) ονομαστικής αξίας M = €1000, που καταβάλλει κουπόνια ύψους C = €90 κάθε έτος. Αν το επιτόκιο της αγοράς είναι το ίδιο και για τα δέκα χρόνια έως τη λήξη του ομολόγου και δίνεται ως r =12%, τότε η τιμή του υπολογίζεται ως εξής:

$$B(n) = 90\left[\frac{1-\frac{1}{(1+0.12)^{20}}}{0.12}\right] + \frac{1000}{(1+0.12)^{20}} = 774.30\,.$$

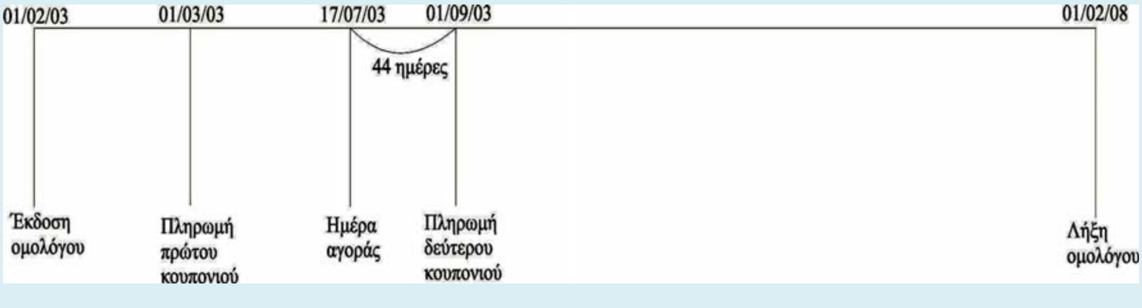
Στη περίπτωση που θέλουμε να τιμολογήσουμε ένα *ομόλογο με μηδενικό κουπόνι* (zero-coupon bond) ημερομηνίας λήξης n-περιόδους από σήμερα, αρκεί στις σχέσεις (1) ή (2) να θέσουμε $C=0$. Τότε, η δίκαιη τιμή του ομολόγου αυτού δίνεται ως η παρούσα αξία της ονομαστικής του αξίας M που καταβάλλεται στη λήξη του, δηλαδή

$$B(n) = \frac{M}{(1+r)^n}. \tag{3}$$

Κατά την αγοραπωλησία ομολόγων, σε πολλές περιπτώσεις απαιτείται να υπολογιστεί η τιμή του ομολόγου σε μια ημερομηνία διαφορετική της ημέρας έκδοσής του. Ως παράδειγμα, θεωρήστε ότι επιθυμούμε να αγοράσουμε ένα ομόλογο σήμερα το οποίο έχει εκδοθεί στο παρελθόν και έχουν ήδη καταβληθεί κάποια κουπόνια στον δικαιούχο του, αλλά το ομόλογο αυτό δεν έχει ακόμα λήξει. Για να υπολογιστεί η τιμή του ομολόγου αυτού θα πρέπει να ληφθούν υπόψη τα κουπόνια που πρόκειται να καταβληθούν από σήμερα μέχρι την ημερομηνία λήξης του και η ονομαστική του αξία *M* στη λήξη του. Τότε, η τιμή του ομολόγου μπορεί να υπολογιστεί ως η παρούσα αξία των παραπάνω μελλοντικών ταμειακών ροών. Επειδή η ημερομηνία αγοράς του ομολόγου μπορεί να μη συμπίπτει με αυτή της καταβολής του κουπονιού, θα πρέπει κατά τον υπολογισμό της παρούσας αξίας των μελλοντικών ροών του ομολόγου να λάβουμε υπόψη μας και τις ημέρες που απομένουν μέχρι την ημέρα της επόμενης καταβολής κουπονιού. Για να γίνει πιο κατανοητή η τιμολόγηση ενός τέτοιου ομολόγου, στη συνέχεια παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 8.2: Έστω ένα ομόλογο με κουπόνι που λήγει σε 5 έτη από την ημερομηνία έκδοσής του, η οποία είναι 01/02/2009. Δηλαδή, η λήξη του είναι στις 01/02/2014. Η ονομαστική αξία του ομολόγου είναι M = €100, το επιτόκιο κουπονιού είναι c=10% σε ετήσια βάση, ενώ το επιτόκιο αγοράς είναι το ίδιο και για τα δέκα χρόνια μέχρι τη λήξη του και δίνεται ως r = 6.5% σε ετήσια βάση. Επίσης, το πρώτο κουπόνι του ομολόγου καταβλήθηκε στις 01/03/2009, ένα μήνα μετά την έκδοση του ενώ τα υπόλοιπα κουπόνια καταβάλλονται ανά εξάμηνο μέχρι τη λήξη του. Αν κάποιος επενδυτής στην αγορά χρήματος επιθυμεί να αγοράσει το ομόλογο την ακόλουθη ημερομηνία: 17/07/2009, τότε βρείτε τη δίκαιη τιμή αγοράς του.

Για να υπολογίσουμε τη δίκαιη τιμή αγοράς του ομολόγου αυτού θα πρέπει να προσδιορίσουμε τις μελλοντικές ροές του από την ημερομηνία αγοράς τους και μετά. Για το σκοπό, στο διάγραμμα που ακολουθεί παρουσιάζουμε τις ημερομηνίες έκδοσης και καταβολής των κουπονιών του ομολόγου μέχρι τη λήξη του, καθώς και την ημερομηνία αγοράς του από τον επενδυτή (17/07/2009).



Από το διάγραμμα αυτό μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι από την ημερομηνία αγοράς μέχρι τη λήξη του ομολόγου απομένουν 9 εξάμηνα και 44 ημέρες. Το διάστημα των 44 αυτών ημερών αποτελεί τις ημέρες που μεσολαβούν μεταξύ της ημερομηνίας αγοράς 17/07/09 και εκείνης της καταβολής του πρώτου κουπονιού που την ακολουθεί, την 01/09/03. Ως ποσοστό, το διάστημα αυτό αποτελεί το w = 0.24 (= 44/180) των ημερών ενός εξαμήνου και θα πρέπει να ληφθεί υπόψη στην προεξόφληση του πρώτου κουπονιού (που καταβάλεται σε 0.24 ημέρες του εξαμήνου μετά την αγορά του ομολόγου), του δεύτερου (που καταβάλεται σε 1+0.24 εξάμηνα μετά την αγορά) κ.ο.κ.

Έχοντας προσδιορίσει τις μελλοντικές ροές του ομολόγου που θα ακολουθήσουν την αγορά του στις 17/07/03, η δίκαιη τιμή του, που συμβολίζεται ως $B(n\text{-}1\text{+}w)$, μπορεί να υπολογιστεί με βάση τον τύπο της παρούσας αξίας ως ακολούθως:

$$
\begin{aligned}
B(n-1+w) &= \frac{C}{(1+r)^{w}} + \frac{C}{(1+r)^{1+w}} + \ldots + \frac{C}{(1+r)^{n-2+W}} + \frac{C+M}{(1+r)^{n-1+w}} \\
&= \frac{5}{(1+0.0325)^{0.24}} + \frac{5}{(1+0.0325)^{1+0.24}} + \ldots \\
&\quad + \frac{C}{(1+0.0325)^{10-2+0.24}} + \frac{C+M}{(1+0.0325)^{10-1+0.24}} = 120.02,
\end{aligned}
$$

όπου r=0.0325 (ή 3.25% = 6.5%/2) αποτελεί το επιτόκιο της αγοράς σε εξαμηνιαία βάση (αυτό υπολογίζεται ως το μισό του ετήσιου επιτοκίου 6.5%), C=0.05$\times$100=5 αποτελεί το κουπόνι του ομολόγου, n=2$\times$5 έτη = 10 εξάμηνα αποτελεί τον αριθμό περιόδων από την ημέρα έκδοσης του 01/02/2009 μέχρι την ημερομηνία λήξης του, που είναι 01/02/2014.

Η μέση απόδοση των ομολόγων

Η γνώση της τιμής ενός ομολόγου μας επιτρέπει να υπολογίσουμε τη *μέση ανά περίοδο απόδοση* του ως την ημερομηνία λήξη του. Για το σκοπό αυτό στη βιβλιογραφία έχουν παρουσιαστεί διάφορα μέτρα αυτής, όπως είναι η *τρέχουσα απόδοση* (current yield) και η *απόδοση στη λήξη* (yield to maturity). Η μέση απόδοση ενός ομολόγου αποτελεί χρήσιμο εργαλείο για τη σύγκριση διαφορετικών ομολόγων, ιδιαίτερα αυτών που έχουν την ίδια ημερομηνία λήξης. Παρόλα όμως αυτά θα πρέπει να χρησιμοποιείται με προσοχή καθώς δεν αποτελεί ακριβές μέτρο της απόδοσης ενός ομολόγου, καθώς δε λαμβάνει υπόψη του πιθανές μεταβολές στα μελλοντικά επιτόκια που μπορούν να συμβούν μέχρι τη λήξη του. Από αυτής της πλευράς, ένα καλύτερο μέτρο απόδοσης ενός ομολόγου αποτελεί η απόδοση χρονικής περιόδου (ή ορίζοντα), που θα παρουσιάσουμε στο επόμενο κεφάλαιο. Στη συνέχεια, παρουσιάζουμε τους ορισμούς της τρέχουσας απόδοσης και εκείνης στη λήξη ενός ομολόγου και αναλύουμε ποια από τις δύο αυτές αποδόσεις αποτελεί το πιο κατάλληλο μέτρο για τον υπολογισμό της μέσης απόδοσης ενός ομολόγου. Στην ανάλυσή μας, θα θεωρήσουμε ότι τα επιτόκια παραμένουν σταθερά μέχρι την ημερομηνία λήξης του ομολόγου.

Η τρέχουσα απόδοση ορίζεται ως εξής:

$$\text{Τρέχουσα απόδοση} = \frac{\text{Αξια κουπονιού}}{\text{Τιμή του ομολόγου}}$$

Όπως δείχνει ο τύπος αυτός υπολογισμού της τρέχουσας απόδοσης, αυτή λαμβάνει υπόψη της μόνο τις πληρωμές κουπονιών και καμία άλλη πηγή εσόδων του ομολόγου, όπως είναι η ονομαστική του αξία που καταβάλλεται στη λήξη του. Αυτό αποτελεί σοβαρό μειονέκτημα μέτρησης της σωστής απόδοσης ενός ομολόγου, καθώς δε λαμβάνει υπόψη του την ονομαστική του αξία η οποία μπορεί να επηρεάζει την απόδοσή του σημαντικά. Ένα άλλο μειονέκτημα της τρέχουσας απόδοσης αποτελεί το γεγονός ότι αυτή δε λαμβάνει υπόψη της τα κουπόνια που λαμβάνει ο κάτοχος ενός ομολόγου. Αυτά μπορούν να ανατοκιστούν και επομένως, αποτελούν μια άλλη πηγή εσόδων που θα πρέπει να συνυπολογίζεται στη μέτρηση της απόδοσης του ομολόγου. Για τον υπολογισμό της τρέχουσας αξίας ενός ομολόγου θεωρήστε το ακόλουθο παράδειγμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 8.3: Έστω ότι η τιμή αγοράς ενός ομολόγου ονομαστικής αξίας M = €1000 είναι $B(n)$ = €700.89. Αν το επιτόκιο του κουπονιού του είναι c = 6% σε ετήσια βάση και ο χρόνος έως τη λήξη του είναι 18 έτη, τότε η τρέχουσα απόδοση του ομολόγου αυτού σε ετήσια βάση υπολογίζεται ως εξής:

$$\text{Τρέχουσα απόδοση} = \frac{0.06 \times 1000}{700.89} = 0.0856\,(8.56\%).$$

Η απόδοση στη λήξη (Yield to Maturity - *YTM*), η οποία συμβολίζεται ως y, αποτελεί το πλέον διαδεδομένο μέτρο της μέσης ανά περίοδο απόδοσης ενός ομολόγου. Σε αντίθεση με την τρέχουσα, αυτή λαμβάνει υπόψη της και την ονομαστική αξία του ομολόγου αλλά και τα έσοδα αυτού από τον ανατοκισμό (ή επανεπένδυση) των κουπονιών του. Η απόδοση στη λήξη ορίζεται ως ο εσωτερικός βαθμός *IRR* μιας επένδυσης σε ένα ομόλογο (βλέπε Κεφάλαιο 2). Ο βαθμός αυτός εξισώνει την τιμή του ομολόγου την τρέχουσα χρονική περίοδο στην αγορά $B(n)$ με την παρούσα αξία των μελλοντικών ροών του (κουπονιών (C) και ονομαστικής αξίας (M)), δηλαδή:

$$B(n) = \frac{C}{(1+y)} + \frac{C}{(1+y)^2} + ... + \frac{C+M}{(1+y)^n}. \tag{4}$$

Σημειώστε ότι στο παραπάνω τύπο υπολογισμού της μέσης απόδοσης y τα κουπόνια θεωρούνται ότι ανατοκίζονται σε κάθε περίοδο χρησιμοποιώντας ως επιτόκιο τη μέση απόδοση y. Σημειώστε ότι, αν το επιτόκιο της αγοράς r είναι το ίδιο για όλες τις χρονικές περιόδους μέχρι τη λήξη του ομολόγου, η απόδοση στη λήξη y και το επιτόκιο αγοράς r θα είναι τα ίδια, δηλαδή θα ισχύει η ακόλουθη σχέση $y = r$. Αυτό αποδεικνύεται εύκολα εξισώνοντας τις σχέσεις (2) και (4), θεωρώντας ότι η τιμή αγοράς του ομολόγου $B(n)$ αποτελεί τη σωστή τιμή του η οποία υπολογίστηκε με βάση τη σχέση (2) χρησιμοποιώντας το επιτόκιο της αγοράς r ως προεξοφλητικό επιτόκιο.[1]

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 8.4: Θεωρώντας εξαμηνιαία καταβολή κουπονιών, η απόδοση στη λήξη του ομολόγου του Παραδείγματος 8.3 υπολογίζεται ως εξής:[2]

$$700.89 = \sum_{\tau=1}^{n=36} \frac{0.03 \times 1000}{(1+y)^{\tau}} + \frac{1000}{(1+y)^{36}} \quad \Rightarrow$$

$$y = 0.0475 \ \ (4.75\%) \ \ \text{σε εξαμηνιαία βάση},$$

που σημαίνει $y = 9.5\%$ σε ετήσια βάση. Σημειώστε ότι η απόδοση αυτή είναι μεγαλύτερη της τρέχουσας (η οποία βρέθηκε ως 8.56%). Αυτό συμβαίνει γιατί κατά τον υπολογισμό της

[1] Όπως θα διαπιστώσουμε καλύτερα στη συνέχεια του κεφαλαίου, η υπόθεση αυτή δεν ισχύει αν τα επιτόκια της αγοράς δεν είναι ίδια για όλες τις περιόδους μέχρι τη λήξη του ομολόγου, αλλά διαφέρουν από περίοδο σε περίοδο. Στην περίπτωση αυτή η απόδοση y αποτελεί ένα σταθμισμένο μέσο επιτόκιο όλων των επιτοκίων της αγοράς με διαφορετικές προθεσμίες μέχρι τη λήξη του ομολόγου.

[2] Σημειώστε ότι, όπως και στη περίπτωση του εσωτερικού βαθμού απόδοσης, ο υπολογισμός της απόδοσης y είναι ευκολότερο να γίνεται είτε με τη χρήση της εντολής του Excell είτε με τη μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής, που παρουσιάσαμε στο Κεφάλαιο 2.

λαμβάνεται υπόψη η ονομαστική αξία του ομολόγου, καθώς και τα έσοδα από την επανεπένδυση των κουπονιών του μέχρι τη λήξη του.

Γνωρίζοντας την τιμή του στην αγορά, η *απόδοση στη λήξη ενός ομολόγου με μηδενικό κουπόνι* (C=0) υπολογίζεται πιο εύκολα λύνοντας την ακόλουθη σχέση ως προς y:

$$B(n) = \frac{M}{(1+y)^n}$$

Τότε συνεπάγεται

$$B(n) = \frac{M}{(1+y)^n} \Rightarrow (1+y)^n = \frac{M}{B(n)} \Rightarrow y = \left(\frac{M}{B(n)}\right)^{1/n} - 1$$

Όπως φαίνεται από την τελευταία σχέση, για το ομόλογο με μηδενικό κουπόνι η απόδοση y ταυτίζεται με το *προεξοφλητικό επιτόκιο της αγοράς* r, που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της δίκαιης τιμής του στην αγορά (βλέπε σχέση (3), δηλ. $B(n) = \frac{M}{(1+r)^n}$). Για το λόγο αυτό, όπως θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου τα ομόλογα με μηδενικό κουπόνι χρησιμοποιούνται στον υπολογισμό των επιτοκίων της αγοράς χρήματος που έχουν διαφορετικές προθεσμίες.

Ανάλογα με τον ορισμό της για τα ατομικά ομόλογα, *η απόδοση στη λήξη ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων* (portfolio yield) ορίζεται ως ο εσωτερικός βαθμός απόδοσης αυτού. Αυτός εξισώνει την τρέχουσα αγοραία αξία του χαρτοφυλακίου με τη παρούσα αξία όλων των μελλοντικών ταμειακών ροών του (κουπονιών και ονομαστικών αξιών). Οι ροές αυτές προέρχονται από τα ομόλογα που περιλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο. Η αγοραία αξία του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται ως το άθροισμα της αξίας των ομολόγων αυτού ή των μεριδίων τους, αν αυτό περιλαμβάνει μερίδια ομολόγων. Για την καλύτερη κατανόηση του υπολογισμού της απόδοσης στη λήξη ενός χαρτοφυλακίου ομολόγων, στη συνέχεια παραθέτουμε το ακόλουθο παράδειγμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 8.5: Έστω ένα χαρτοφυλάκιο τριών ομολόγων, με στοιχεία που δίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Ομόλογο	Επιτόκιο κουπονιού	Λήξη (έτη)	Ονομαστική αξία	Τιμή αγοράς	Απόδοση στη λήξη
Α	7%	5	10000	9209	9%
Β	10.5%	7	20000	20000	10.5%
Γ	6%	3	30000	28050	8.5%
Αγοραία αξία του χαρτοφυλακίου: €57259 = 9209+20000+28050					

Σημειώστε ότι τα ομόλογα του χαρτοφυλακίου καταβάλλουν κουπόνια ανά εξάμηνο. Για να υπολογίσουμε την απόδοση στη λήξη του χαρτοφυλακίου αυτού, στον επόμενο πίνακα υπολογίζουμε τις μελλοντικές ταμειακές ροές του για κάθε μελλοντική περίοδο τ, που συμβολίζονται ως CF_τ. Αυτό γίνεται μέχρι και την ημερομηνία λήξης του πιο μακροπρόθεσμου ομολόγου του χαρτοφυλακίου, που είναι n=14 εξάμηνα από την τρέχουσα περίοδο. Οι ροές αυτές προέρχονται από τα κουπόνια και τις ονομαστικές αξίες των τριών ομολόγων.

Με βάση τις ταμειακές ροές του χαρτοφυλακίου CF_τ, για τ=1,2,…,n, στη συνέχεια υπολογίζουμε την απόδοση στη λήξη του y. Αυτή βρίσκεται εξισώνοντας την τρέχουσα αξία του χαρτοφυλακίου, που ανέρχεται σε €57259 , με την παρούσα αξία όλων των μελλοντικών ροών χρησιμοποιώντας ως προεξοφλητικό όρο την απόδοση y. Τότε, συνεπάγεται

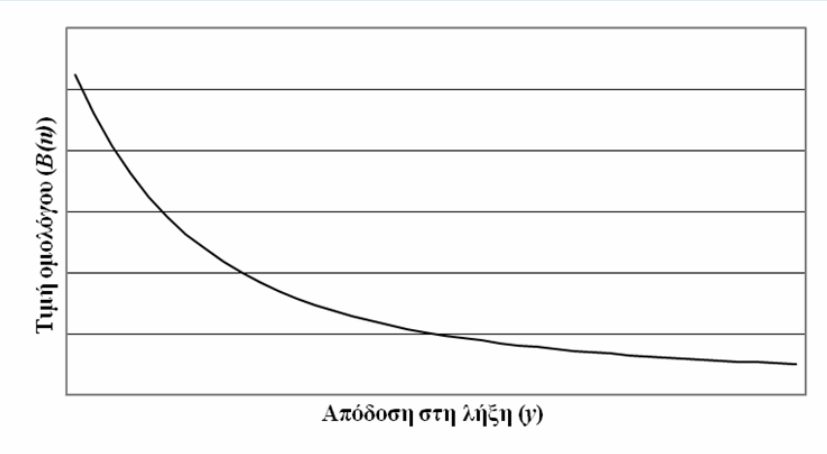
$$57259 = \sum_{\tau=1}^{n=14} \frac{CF_\tau}{(1+y)^\tau} \Rightarrow y = 0.0477 \ \ (4.77\%)$$, ή 9.54 σε ετήσια βάση.

Εξάμηνο	Ομόλογο Α	Ομόλογο Β	Ομόλογο Γ	Ταμειακές Ροές χαρτοφυλακίου (CF_τ)
1	350	1050	900	2300
2	350	1050	900	2300
3	350	1050	900	2300
4	350	1050	900	2300
5	350	1050	900	2300
6	350	1050	30900	32300
7	350	1050	-	1400
8	350	1050	-	1400
9	350	1050	-	1400
10	10350	1050	-	11400
11	-	1050	-	1050
12	-	1050	-	1050
13	-	1050	-	1050
14	-	21050	-	21050

Σχέση μεταξύ τιμής ενός ομολόγου, κουπονιού και απόδοσης στη λήξη του

Όπως δείχνουν οι τύποι αποτίμησης ενός ομολόγου ή του ορισμού της απόδοσης στη λήξη που δίνονται τις σχέσεις (1) και (4), αντίστοιχα, η συναρτησιακή σχέση μεταξύ της τιμής ενός ομολόγου $B(n)$ λήξης n-περιόδων και του επιτοκίου της αγοράς r ή της απόδοσης στη λήξη αυτού y, είναι αντίστροφη. Στο τμήμα αυτό θα μελετήσουμε τη σχέση αυτή πιο διεξοδικά και θα διερευνήσουμε πώς αυτή επηρεάζεται από άλλα στοιχεία του ομολόγου, όπως είναι τα κουπόνια ή το χρονικό διάστημα μέχρι τη λήξη του. Επειδή μεταβολές στις αποδόσεις ομολόγων y οφείλονται αποκλειστικά σε μεταβολές των επιτοκίων της αγοράς, η ανάλυσή μας θα εστιάσει στη σχέση μεταξύ της τιμής του ομολόγου $B(n)$ και της απόδοσης του y. Η σχέση μεταξύ τιμής του ομολόγου $B(n)$ και του επιτόκιο της αγοράς r θα είναι ανάλογη.[3]

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8.1: Σχέση μεταξύ τιμής και απόδοσης στη λήξη ενός ομολόγου



Στο Διάγραμμα 8.1 παρουσιάζουμε γραφικά τη συναρτησιακή σχέση που συνδέει την τιμή $B(n)$ με την απόδοση στη λήξη ενός ομολόγου y, που δίνεται από τη σχέση (4). Όπως φαίνεται από το διάγραμμα αυτό, η σχέση αυτή είναι εκθετικά φθίνουσα και κυρτή ως προς την απόδοση y. Παρατηρήστε ότι η κυρτότητά της να είναι οξύτερη σε μικρότερα επίπεδα της απόδοσης y σε σχέση με μεγαλύτερα. Αυτό σημαίνει ότι μια αύξηση (μείωση) της απόδοσης y (λόγω μιας μεταβολής του επιτοκίου της αγοράς r) θα προκαλέσει μεγαλύτερη

[3] Σημειώστε ότι η σχέση μεταξύ της τιμής του ομολόγου $B(n)$ και του επιτοκίου r είναι ίδια με εκείνη μεταξύ της τιμής $B(n)$ και της απόδοσης y, αν θεωρήσουμε ότι το επιτόκιο της αγοράς r είναι το ίδιο για όλες τις περιόδους $\tau = 1,2,\ldots,n$ μέχρι τη λήξη του ομολόγου, καθώς τότε έχουμε $y = r$.

πτώση (αύξηση) στην τιμή του ομολόγου σε μικρότερα επίπεδα της απόδοσης y σε σχέση με μεγαλύτερα. Επίσης, θα πρέπει να σημειωθεί στο σημείο αυτό ότι ο βαθμός κυρτότητας της σχέσης τιμής-απόδοσης y ενός ομολόγου αυξάνεται με το διάστημα των περιόδων μέχρι τη λήξη του, n. Επομένως, τα παραπάνω αποτελέσματα που αφορούν την επίδραση μιας μεταβολής της απόδοσης στην τιμή του ομολόγου μεγεθύνονται καθώς το διάστημα των περιόδων μέχρι τη λήξη του αυξάνει.

Όμως, εκτός από το διάστημα ως τη λήξη του n, η τιμή ενός ομολόγου εξαρτάται και από ένα άλλο στοιχείο που είναι τα κουπόνια του C και πιο συγκεκριμένα, από το επιτόκιο του κουπονιού του c. Η σχέση που υπάρχει ανάμεσα στο επιτόκιο κουπονιού c και την απόδοση y μας επιτρέπει να κατατάξουμε τα ομόλογα στις ακόλουθες τρεις κατηγορίες:

(i) *Ομόλογα υπό το άρτιο* (at discount), όταν $c < y$. Στην κατηγορία αυτή περιλαμβάνονται ομόλογα που η τιμή αγοράς τους $B(n)$ είναι μικρότερη της ονομαστικής τους αξίας M, δηλαδή ισχύει η ανισότητα $B(n) < M$.

(ii) *Ομόλογα στο άρτιο* (at par value), όταν $c = y$. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν ομόλογα που η τιμή τους $B(n)$ ισούται με την ονομαστική τους αξία M, δηλαδή ισχύει $B(n) = M$.

(iii) *Ομόλογα υπέρ το άρτιο* (at premium), όταν $c > y$. Στην κατηγορία αυτή ανήκουν ομόλογα που η τιμή τους $B(n)$ είναι μεγαλύτερη της ονομαστικής τους αξίας M, $B(n) > M$.

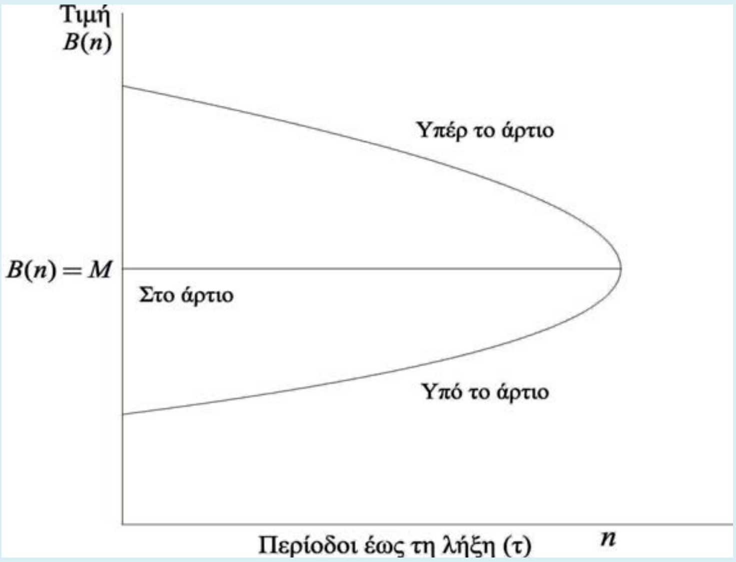
Για να διαπιστωθούν οι παραπάνω σχέσεις ανάμεσα στην τιμή και την ονομαστική αξία ενός ομολόγου που αντιστοιχούν στις τρεις κατηγορίες ομολόγων (i)-(iii) αναλυτικότερα, θεωρήστε ένα ομόλογο με κουπόνι λήξης μιας περιόδου (δηλ. n=1) το οποίο στη λήξη του καταβάλλει το κουπόνι C και την ονομαστική του αξία M. Με βάση τη σχέση (4), η τιμή αγοράς του ομολόγου αυτού γράφεται ως εξής:

$$B(1) = \frac{C+M}{(1+y)^1} = \frac{M\left(1+\frac{C}{M}\right)}{(1+y)} = \frac{M(1+c)}{(1+y)},$$

όπου $c = \frac{C}{M}$. Η τελευταία σχέση δείχνει καθαρά ότι, αν $c = y$, $c > y$ ή $c < y$, τότε θα ισχύουν αντίστοιχα οι ακόλουθες σχέσεις μεταξύ της τιμής του ομολόγου και της ονομαστικής αξίας του: $B(n) = M$, $B(n) > M$ ή $B(n) < M$, που θεωρήσαμε για τις τρεις κατηγορίες ομολόγων (i)-(iii).

Αν δεν υπάρξει κάποια μεταβολή στην απόδοση του ομολόγου y (λόγω μιας μείωσης ή αύξησης του επιτοκίου της αγοράς r μέχρι τη λήξη του), τότε εύκολα μπορεί να αποδειχθεί ότι οι σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσα στην τιμή ενός ομολόγου $B(n)$ και την ονομαστική αξία του M, που παρουσιάσαμε προηγουμένως, δεν αλλάζουν διαχρονικά μέχρι την ημερομηνία λήξης του. Δηλαδή, κάποιο ομόλογο που πωλείται στο άρτιο κατά τη χρονική περίοδο της έκδοσής ή αγοράς του θα εξακολουθεί να πωλείται στο άρτιο για όλες τις περιόδους μέχρι τη λήξη του, μετά από n-περιόδους. Το ίδιο θα συμβαίνει και για τα ομόλογα που πωλούνται υπέρ ή υπό το άρτιο.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8.2: Διαχρονική εξέλιξη της τιμής ενός ομολόγου μέχρι τη λήξη του



Γραφικά, η διαχρονική σχέση μεταξύ της τιμής και της ονομαστικής αξίας ενός ομολόγου μέχρι τη λήξη του παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 8.2. Όπως φαίνεται από αυτό, η τιμή του ομολόγου που πωλείται υπό (ή υπέρ) το άρτιο, αν και παραμένει διαχρονικά μικρότερη (ή μεγαλύτερη) από την ονομαστική του αξία, αυτή αυξάνεται (ή μειώνεται) συνεχώς καθώς πλησιάζουμε στην ημερομηνία λήξης του και συγκλίνει προς την ονομαστική του αξία M. Για κάποιο ομόλογο που πωλείται υπό το άρτιο, η σχέση αυτή μπορεί να εξηγηθεί από το γεγονός ότι, καθώς πλησιάζουμε προς τη λήξη του, η ονομαστική αξία του M προεξοφλείται με ολοένα και μικρότερους όρους. Αυτό έχει ως συνέπεια, η παρούσα αξία της ονομαστικής Μ, δηλαδή $\frac{M}{(1+y)^{\tau}}$, να αυξάνεται συνεχώς καθώς πλησιάζουμε στην ημερομηνία λήξης του και επομένως, αυτή να συνεισφέρει όλο και περισσότερο στην αύξηση της τιμής του ομολόγου σε σχέση με τα κουπόνια. Το αντίθετο συμβαίνει για κάποιο ομόλογο που πωλείται υπέρ το άρτιο. Η πτώση της τιμής του καθώς πλησιάζουμε προς τη λήξη του μπορεί να εξηγηθεί από την παράλειψη των όρων $\frac{C}{(1+y)^{\tau}}$ οι οποίοι έχουν επιτόκιο κουπονιού c μεγαλύτερο της απόδοσης y του ομολόγου.

8.3 Η καμπύλη των επιτοκίων

Για λόγους ευκολίας, στη μέχρι τώρα ανάλυσή μας θεωρήσαμε ότι το επιτόκιο της αγοράς r με βάση το οποίο προεξοφλήσαμε τις παρούσες αξίες των μελλοντικών κουπονιών ή της ονομαστικής αξίας ενός ομολόγου είναι το ίδιο για όλες τις περιόδους τ=1,2,…,n μέχρι τη λήξη του (βλέπε σχέση (1)). Όμως στη πράξη αυτό που παρατηρείται είναι ότι τα επιτόκια της αγοράς διαφέρουν μεταξύ τους ανάλογα με τις προθεσμίες τους, ως παράδειγμα ενός μήνα, τριών μηνών, ενός έτους κ.ο.κ. Συνήθως οι καταθέσεις με μεγαλύτερες προθεσμίες τείνουν να έχουν και μεγαλύτερα επιτόκια. Το ίδιο συμβαίνει και με τα επιτόκια με βάση τα οποία δανειζόμαστε.

Αν τα επιτόκια της αγοράς αλλάζουν με τις προθεσμίες τους, τότε η χρήση του ίδιου επιτοκίου r στην προεξόφληση όλων των μελλοντικών ροών (κουπονιών και ονομαστικής αξίας) ενός ομολόγου λήξης n-περιόδων (έστω ετών), θα οδηγήσει σε σημαντικά σφάλματα τιμολόγησής του. Αυτό θα συμβεί επειδή μελλοντικές ροές διαφορετικών περιόδων θα προεξοφληθούν με το ίδιο επιτόκιο, ενώ η αγορά προβλέπει διαφορετικά επιτόκια για αυτές. Στην περίπτωση αυτή, η σωστή σχέση τιμολόγησης ενός ομολόγου με κουπόνι λήξης n-περιόδων (έστω έτη) θα δίνεται από τον ακόλουθο τύπο της παρούσας αξίας:

$$B_t(n)=\frac{C}{\left(1+r_t(1)\right)}+\frac{C}{\left(1+r_t(2)\right)^2}+\ldots+\frac{C}{\left(1+r_t(n-1)\right)^{n-1}}+\frac{C+M}{\left(1+r_t(n)\right)^n}, \quad (5)$$

όπου $B_t(n)$ αποτελεί την τρέχουσα (δίκαιη) τιμή του ομολόγου, τη χρονική περίοδο t και $r_t(1)$, $r_t(2),\ldots,r_t(n)$ αποτελούν τα επιτόκια της αγοράς σε ετήσια βάση, με προθεσμίες διαφορετικών τ=1,2…,n περιόδων. Τα επιτόκια αυτά παρατηρούνται στην αγορά την τρέχουσα περίοδο t και για το λόγο αυτό αναφέρονται ως *τρέχοντα επιτόκια* (spot rates) της αγοράς ή ως *προεξοφλητικά επιτόκια* (discount rates). Με βάση αυτά θα πρέπει να προεξοφλούνται τα κουπόνια του ομολόγου C που καταβάλλονται αντίστοιχα σε τ=1,2,…,n περιόδους από σήμερα μέχρι τη λήξη του, καθώς και η ονομαστική αξία του M, που καταβάλλεται στη λήξη του. Η σχέση ανάμεσα στα επιτόκια $r_t(1)$, $r_t(2),\ldots,r_t(n)$ και τις προθεσμίες τους τ=1,2,…,n αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως η *χρονική διάρθρωση (ή η καμπύλη) των επιτοκίων* (term structure (curve) of interest rates).

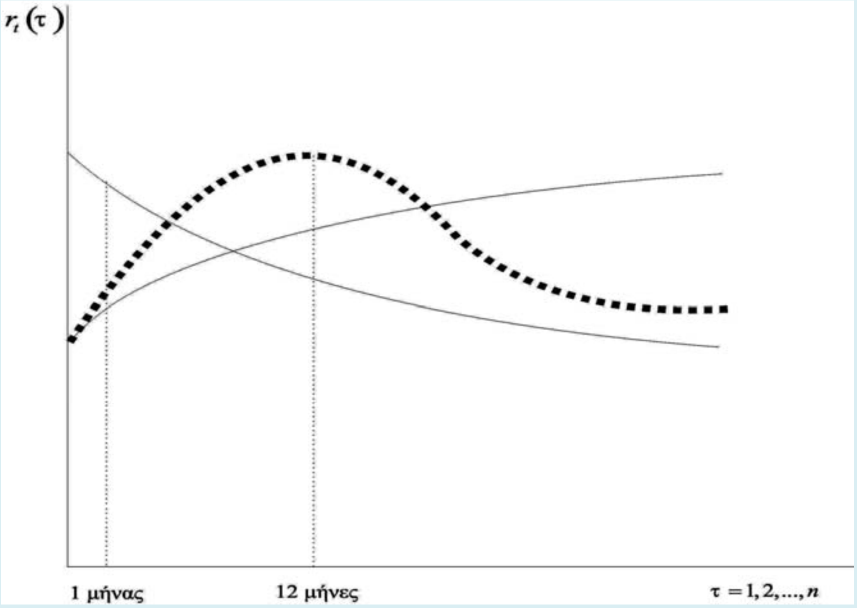
Σε κάποια δεδομένη χρονική περίοδο t, η κλίση της καμπύλης των επιτοκίων ως προς τις προθεσμίες τους τ μπορεί να είναι αύξουσα προς τα πάνω, φθίνουσα προς τα κάτω ή ακόμα και μη γραμμική (π.χ. αύξουσα αρχικά και φθίνουσα στη συνέχεια). Τέτοιες καμπύλες επιτοκίων παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 8.3. Τους παράγοντες που εξηγούν τις κλίσεις των καμπυλών αυτών θα τους αναλύσουμε σε μετέπειτα τμήμα του κεφαλαίου. Σημειώστε ότι, αν τα τρέχοντα επιτόκια της αγοράς $r_t(\tau)$ είναι ίδια για όλες τις διαφορετικές προθεσμίες τους τ, δηλαδή έχουμε

$$r_t(1) = r_t(2) = \ldots = r_t(n) = r_t\,.$$

Τότε, η καμπύλη των επιτοκίων θα είναι επίπεδη (flat) και η σχέση (5) θα αντιστοιχεί στην (1), που χρησιμοποιήσαμε στην αρχή του κεφαλαίου για λόγους ευκολίας στην τιμολόγηση των ομολόγων.

Από τον ορισμό της χρονικής διάρθρωσης των επιτοκίων είναι προφανές ότι τα τρέχοντα επιτόκια $r_t(1)$, $r_t(2),\ldots,r_t(n)$ αποτελούν τους προεξοφλητικούς όρους μελλοντικών ροών ενός ομολόγου ή οποιασδήποτε άλλης επένδυσης με βέβαιες μελλοντικές ροές που καταβάλλονται σε τ=1,2,…,n περιόδους από σήμερα. Αν στην αγορά υπήρχαν ομόλογα με μηδενικό κουπόνι που έχουν περιόδους λήξης που αντιστοιχούν κάθε μία από τις παραπάνω τ=1,2,…,n περιόδους, τότε τα επιτόκια αυτά θα μπορούσαν να υπολογιστούν εύκολα με βάση τις τιμές των ομολόγων αυτών $B_t(\tau)$ ως εξής:

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8.3: Παραδείγματα καμπύλων επιτοκίων



$$B_t(\tau) = \frac{M}{\left(1 + r_t(\tau)\right)^{\tau}} \Rightarrow r_t(\tau) = \left[\frac{M}{B_t(\tau)}\right]^{1/\tau} - 1, \quad \text{για } \tau = 1, 2, ..., n. \tag{6}$$

Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, τα επιτόκια αυτά ισούνται με τις αποδόσεις στη λήξη των ομολόγων με μηδενικό κουπόνι. Όμως, σε κάθε χρονική περίοδο t είναι δύσκολο να βρεθούν στην αγορά ομόλογα με μηδενικό κουπόνι που να καλύπτουν ολόκληρο το φάσμα προθεσμιών της καμπύλης των επιτοκίων, δηλαδή για τ=1,2,…,n περιόδους από σήμερα. Συνήθως, τέτοιου είδους ομόλογα εκδίδονται από το δημόσιο μόνο με προθεσμίες τ=1,3,6,9,12 μήνες με σκοπό για να καλύψουν τις βραχυπρόθεσμες ταμειακές του ανάγκες του που προκύπτουν σε διαφορετικές χρονικές περιόδους μέσα στο έτος. Τα επιτόκια αυτά δεν επαρκούν για να εξάγουμε την καμπύλη των επιτοκίων για πιο μακροπρόθεσμα διαστήματα, όπως δέκα ή είκοσι ετών. Στην περίπτωση αυτή για να υπολογίσουμε την καμπύλη των επιτοκίων σε κάποια χρονική περίοδο t θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε όλα τα διαθέσιμα ομόλογα της αγοράς την περίοδο αυτή με ή χωρίς κουπόνι. Για το σκοπό αυτό έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι στη βιβλιογραφία (βλέπε Fabozzi (1999)). Η πιο απλή από αυτές αναφέρεται ως *μπουτστράπινγ* (*bootstrapping*) *μέθοδος*. Για να παρουσιάσουμε τη μέθοδο αυτή, θα βασιστούμε στο ακόλουθο παράδειγμα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 8.6: Έστω ότι την τρέχουσα χρονική περίοδο *t=0* υπάρχουν στην αγορά δύο ομόλογα με μηδενικό κουπόνι λήξης 0.5 και 1 έτη, αντίστοιχα. Εξ ορισμού οι αποδόσεις στη λήξη των ομολόγων αυτών αποτελούν τα τρέχοντα επιτόκια με περιόδους προθεσμίας ενός και δύο εξαμήνων, αντίστοιχα. Αυτά μπορούν να βρεθούν χρησιμοποιώντας τη σχέση (6). Τα επιτόκια αυτά δίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

Εξάμηνα έως τη λήξη (n)	Τρέχον επιτόκιο σε ετήσια βάση	Τρέχον επιτόκιο σε εξαμηνιαία βάση
1	8%	$r_t(1)$=4%
2	8.3%	$r_t(2)$=4.15%

Με βάση αυτά, μπορεί να βρεθεί το τρέχον επιτόκιο της αγοράς με προθεσμία τ=3 εξαμήνων, που συμβολίζεται ως $r_t(3)$. Αυτό μπορεί να γίνει αν στην αγορά την τρέχουσα περίοδο t είναι διαθέσιμο ένα ομόλογο με κουπόνι λήξης τ=3 εξαμήνων από σήμερα (δηλ. 1.5 έτη). Έστω, ότι υπάρχει στην αγορά ένα τέτοιο ομόλογο που έχει επιτόκιο κουπονιού c=8.5% σε ετήσια βάση, ονομαστική αξία M = €100 και τιμή αγοράς $B_t(3)$ = €99.45. Τότε, σύμφωνα με τη μέθοδο μπουτστράπινγ, το τρέχον επιτόκιο της αγοράς με προθεσμία 3-εξαμήνων, $r_t(3)$, μπορεί να υπολογιστεί αντικαθιστώντας στην ακόλουθη σχέση:

$$99.45 = \frac{(0.085/2)100}{(1+r_t(1))} + \frac{(0.085/2)100}{(1+r_t(2))^2} + \frac{(0.085/2)100+100}{(1+r_3(3))^3}$$

τα τρέχοντα επιτόκια ενός και δύο εξαμήνων (δηλ. $r_t(1)$ = 0.04 και $r_t(2)$ = 0.0415) και στη συνέχεια, λύνοντας αυτή ως προς το επιτόκιο $r_t(3)$. Τότε, θα πάρουμε

$$r_t(3) = 0.04456 \text{ (ή } 4.456\%),$$

ή 8.918% σε ετήσια βάση. Το επιτόκιο αυτό αποτελεί τον προεξοφλητικό όρο της ταμειακής μελλοντικής ροής του ομολόγου με το κουπόνι κατά τη λήξη του, δηλαδή σε τρεις περιόδους από την τρέχουσα περίοδο t. Αυτή ισούται με $(0.085/2)100+100$ και αποτελείται από το κουπόνι και την ονομαστική αξία του ομολόγου αυτού.

Η μπουτστράπινγ μέθοδος υπολογισμού των επιτοκίων $r_t(\tau)$, για προθεσμίες τ=1,2,…,n περιόδους από σήμερα που παρουσιάσαμε προηγουμένως, στηρίζεται στο νόμο της μιας τιμής στην αγορά ομολόγων. Σύμφωνα με αυτόν, αν η αγορά των ομολόγων είναι σε κατάσταση ισορροπίας, που σημαίνει ότι δεν υπάρχουν ευκαιρίες κερδοφόρου αρμπιτράζ, τότε η τιμή ενός ομολόγου λήξης *n*-περιόδων (στο παράδειγμά μας, *n*=3) από σήμερα μπορεί να γραφεί ως το ακόλουθο άθροισμα των τιμών τριών ομολόγων με μηδενικό κουπόνι (zero coupon -*zc*):

$$B_t(3) \;=\; \frac{C}{\left(1+r_t(1)\right)}+\frac{C}{\left(1+r_t(2)\right)^2}+\frac{C+M}{\left(1+r_t(3)\right)^3} = B_t^{zc}(1) \;+\; B_t^{zc}(2) \;+\; B_t^{zc}(3), \qquad (7)$$

όπου $B_t^{zc}(\tau)=\dfrac{C}{\left(1+r_t(\tau)\right)^{\tau}}$ αποτελούν τις τιμές των ομολόγων με μηδενικό κουπόνι λήξης τ={1,2,3} περιόδων από σήμερα. Τα δύο πρώτα από τα ομόλογα αυτά, που έχουν προθεσμίες τ={1,2} περιόδους, καταβάλλουν στη λήξη τους ως ονομαστική αξία τα κουπόνια *C* του ομολόγου με κουπόνι λήξης 3-περιόδων, ενώ εκείνο με προθεσμία 3 περιόδων καταβάλλει μαζί με το κουπόνι και την ονομαστική αξία του ομολόγου αυτού, δηλαδή το χρηματικό ποσό *C*+*M*.

Για να διαπιστώσουμε αναλυτικότερα γιατί θα πρέπει να ισχύει η σχέση (7) σε κατάσταση ισορροπίας, υποθέστε ότι αυτή δεν ισχύει αρχικά λόγω υποεκτίμησης της τιμής του ομολόγου με κουπόνι στην αγορά. Οπότε στην περίπτωση αυτή, θα ισχύει η ακόλουθη ανισότητα:

$$B_t(3) \;<\; B_t^{zc}(1) \;+\; B_t^{zc}(2) \;+\; B_t^{zc}(3)\,.$$

Η ανισότητα αυτή σημαίνει ότι υπάρχουν κερδοφόρες ευκαιρίες αρμπιτράζ στην αγορά των ομολόγων. Κάποιος επενδυτής (έστω μια τράπεζα) μπορεί να αγοράσει το ομόλογο με κουπόνι στην υποεκτιμημένη του τιμή στην αγορά $B_t(3)$ και ταυτόχρονα να πουλήσει στο κοινό τα τρία ομόλογα με μηδενικό κουπόνι που ορίσαμε παραπάνω στις τιμές $B_t^{zc}(\tau)$, όπου τ={1,2,3}. Η συναλλαγή αυτή είναι κερδοφόρα και δεν ενέχει κανένα επενδυτικό κίνδυνο, καθώς οι υποχρεώσεις της τράπεζας προς το κοινό καλύπτονται από τις πληρωμές των κουπονιών *C* και της ονομαστικής αξίας *M* του τριετούς ομολόγου με κουπόνι. Το κέρδος της ανέρχεται στο ποσό $\left[B_t^{zc}(1)+B_t^{zc}(2)+B_t^{zc}(3)\right]-B_t(3)$. Τέτοιου είδους συναλλαγές είναι αρκετά διαδεδομένες στην αγορά και αναφέρονται ως *ξεγύμνωμα κουπονιών* (coupon stripping). Όμως, κάτω από συνθήκες ισορροπίας στην αγορά μια τέτοια κατάσταση δεν μπορεί να διαρκέσει για πολύ. Η ζήτηση του ομολόγου με κουπόνι θα αυξηθεί με συνέπεια να αυξηθεί και η τιμή του. Η διαδικασία αυτή θα συνεχιστεί ώσπου να εξαλειφθούν οι ευκαιρίες κερδοφόρου αρμπιτράζ, οπότε θα ισχύει η σχέση ισορροπίας (7).

Κλείνοντας το τμήμα αυτό του υπολογισμού της καμπύλης των επιτοκίων με τη μέθοδο μπουτστράπινγ, θα θέλαμε να σημειώσουμε δύο προβλήματα της μεθόδου αυτής που εμφανίζονται συχνά στην πράξη. Πρώτον, η μέθοδος αυτή απαιτεί την ύπαρξη ομολόγων σε κάθε χρονική περίοδο t στην αγορά με ένα ευρύ φάσμα περιόδων μέχρι τη λήξη τους (δηλ. $\tau=\{1,2,..,n\}$), πράγμα που συνήθως δεν είναι εφικτό. Δεύτερον, σε κάθε χρονική περίοδο t μπορεί να υπάρχουν περισσότερα από ένα ομόλογα με την ίδια ημερομηνία λήξης τ, οπότε υπάρχει ζήτημα ποιο από αυτά να διαλέξουμε για τον υπολογισμό του επιτοκίου με προθεσμία τ. Για να ξεπεραστούν τα παραπάνω προβλήματα, στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί και άλλες μέθοδοι υπολογισμού της καμπύλης των επιτοκίων, όπως είναι η τεχνική του γραμμικού προγραμματισμού ή αυτή που χρησιμοποιεί κυβικές (spline) συναρτήσεις για την προσέγγιση της καμπύλης των επιτοκίων μεταξύ δύο διαφορετικών περιόδων λήξης δύο ομολόγων, βλέπε McCulloch (1975), Sundaresan (1997).

8.4 Θεωρίες της καμπύλης των επιτοκίων

Στο προηγούμενο τμήμα παρουσιάσαμε τον ορισμό της καμπύλης των επιτοκίων στην αγορά σε μια δεδομένη χρονική περίοδο t και δείξαμε πώς αυτή υπολογίζεται. Ένα εύλογο ερώτημα που προέκυψε στην ανάλυση μας αφορούσε την κλίση της καμπύλης αυτής και πιο συγκεκριμένα, τι καθορίζει αν αυτή είναι ανοδική ή καθοδική σε σχέση με τις προθεσμίες των επιτοκίων τ. Στο τμήμα αυτό του κεφαλαίου θα απαντήσουμε στο ερώτημα αυτό αναλυτικότερα, παρουσιάζοντας διάφορες θεωρίες που έχουν προταθεί στη βιβλιογραφία για να εξηγήσουν την καμπύλη των επιτοκίων. Για το σκοπό αυτό, πρώτα θα δώσουμε τον ορισμό του *προθεσμιακού επιτοκίου* (forward rate) το οποίο προκύπτει από την καμπύλη των επιτοκίων, σε κάποια δεδομένη περίοδο t.

Το προθεσμιακό επιτόκιο

Το προθεσμιακό επιτόκιο μπορεί να εξαχθεί από τα τρέχοντα επιτόκια της αγοράς $r_t(\tau)$ ($\tau=1,2,\ldots,n$) σε κάποια δεδομένη χρονική περίοδο t (έστω, σήμερα). Αυτό αποτελεί το επιτόκιο που θεωρείται από την αγορά σήμερα ότι θα ισχύει μεταξύ δύο μελλοντικών χρονικών περιόδων, έστω τις *t+1* και *t+2*. Για τον καθορισμό του επιτοκίου αυτού θεωρήστε ότι το εξάμηνο αποτελεί την πιο βραχεία περίοδο μιας επένδυσης σε ομόλογα χωρίς κουπόνι και ότι κάποιος επενδυτής (ή καταθέτης) ενδιαφέρεται να τοποθετήσει ένα χρηματικό πόσο στην αγορά αυτή των ομολόγων για ένα έτος (δηλ. δύο εξάμηνα) με σκοπό στο τέλος του έτους να λάβει το χρηματικό ποσό των €100. Ο επενδυτής αυτός έχει τη δυνατότητα να επιλέξει μεταξύ των δύο διαφορετικών επενδυτικών στρατηγικών για να πετύχει το στόχο του: της μακροχρόνιας στρατηγικής και της βραχυχρόνιας (ή κυλιόμενης, όπως αναφέρεται διαφορετικά). Οι στρατηγικές αυτές περιγράφονται ως ακολούθως.

Μακροχρόνια επενδυτική στρατηγική (i): Με βάση τη στρατηγική αυτή, ο επενδυτής θα αγοράσει σήμερα ένα ομόλογο χωρίς κουπόνι που λήγει σε ένα έτος (δηλ. δύο εξάμηνα τ=2) από σήμερα στην τιμή $B_t^{zc}(2)$, με επιτόκιο $r_t(2)$ και ονομαστική αξία M = €100, που ισούται με το χρηματικό ποσό που απαιτεί να λάβει στο τέλος του έτους. Η σημερινή αξία της επένδυσης του αυτής θα ισούται με την τιμή του ομολόγου αυτού $B_t^{zc}(2)$, δηλαδή $B_t^{zc}(2) = \dfrac{100}{\left(1+r_t(2)\right)^2}$. Προφανώς, αυτή θα αποφέρει στον επενδυτή μετά από περίοδο δύο εξαμήνων το ονομαστικό ποσό των €100, δηλαδή θα έχουμε:

$$B_t^{zc}(2)\left(1+r_t(2)\right)^2 = 100. \tag{8α}$$

Κυλιόμενη βραχυχρόνια στρατηγική (ii): Με βάση τη στρατηγική αυτή, ο επενδυτής θα αγοράσει σήμερα ένα βραχυπρόθεσμο ομόλογο χωρίς κουπόνι (έστω ένα έντοκο γραμμάτιο του δημοσίου) λήξης ενός εξαμήνου (δηλ. τ=1) στην τιμή $B_t^{zc}(1)$, με επιτόκιο $r_t(1)$. Όταν το ομόλογο αυτό λήξει, δηλαδή την επόμενη περίοδο *t*+1, με τα χρήματά της επένδυσής του αυτής (δηλ. το αρχικό κεφάλαιο συν τους τόκους), που ανέρχονται στο ποσό $FV_{t+1} = B_t^{zc}(1)\left(1+r_t(1)\right)$, ο επενδυτής θα αγοράσει ένα άλλο βραχυπρόθεσμο ομόλογο χωρίς κουπόνι λήξης ενός εξαμήνου και με ονομαστική αξία €100. Η τιμή αγοράς του ομολόγου αυτού θα είναι $FV_{t+1} = B_t^{zc}(1)\left(1+r_t(1)\right)$ και η ονομαστική του αξία θα είναι M = €100. Επομένως, αν $f_t(2;1)$ αποτελεί το *προθεσμιακό επιτόκιο της αγοράς* ανάμεσα στις δύο μελλοντικές χρονικές περιόδους *t+1* και *t+2*, τότε θα πρέπει με βάση αυτό να καθοριστεί η τιμή αγοράς του ομολόγου $FV_{t+1} = B_t^{zc}(1)\left(1+r_t(1)\right)$ που στο τέλος του δευτέρου εξαμήνου θα καταβάλει στον επενδυτή το ποσό των €100. Με άλλα λόγια το προθεσμιακό επιτόκιο $f_t(2;1)$ θα πρέπει να ικανοποιεί την ακόλουθη σχέση: $B_t^{zc}(1)\left(1+r_t(1)\right)=\dfrac{100}{\left(1+f(2;1)\right)}$.

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο μέλη της τελευταίας σχέσης με $\left(1+f(2;1)\right)$ συνεπάγεται

$$B_t^{zc}(1)\left(1+r_t(1)\right)\left(1+f_t(2;1)\right)=100\,. \tag{8β}$$

Η τελευταία σχέση δείχνει ότι με βάση το προθεσμιακό επιτόκιο $f_t(2;1)$ μπορούμε να υπολογίσουμε τη μελλοντική αξία μιας επένδυσης που έχει σήμερα αξία $B_t^{zc}(1)$ και χρονικό ορίζοντα δύο περιόδων. Το προθεσμιακό επιτόκιο $f_t(2;1)$ αποτελεί το επιτόκιο εκείνο με βάση το οποίο κεφαλαιοποιούνται οι τόκοι της δεύτερης περιόδου, ανάμεσα στις *t*+1 και *t*+2 περιόδους.

Επειδή και η στρατηγική (i) και η (ii) θεωρείται ότι θα αποφέρουν στον επενδυτή το ίδιο χρηματικό ποσό των €100 μετά από δύο εξάμηνα, αυτές θα πρέπει να έχουν την ίδια αξία σήμερα, διαφορετικά θα υπάρξουν κερδοφόρες ευκαιρίες αρμπιτράζ στην αγορά των ομολόγων πράγμα που αποκλείεται να συμβαίνει σε κατάσταση ισορροπίας. Η παρατήρηση αυτή σημαίνει ότι θα πρέπει να ισχύει η ακόλουθη σχέση: $B_t^{zc}(2)=B_t^{zc}(1)$. Οπότε, εξισώνοντας κατά μέλη τις σχέσεις (8α) και (8β) θα έχουμε την ακόλουθη σχέση για το προθεσμιακό επιτόκιο $f_t(2;1)$:

$$\left(1+r_t(1)\right)\left(1+f_t(2;1)\right)=\left(1+r_t(2)\right)^2\,. \tag{9}$$

Με βάση την τελευταία σχέση μπορούμε να υπολογίσουμε το προθεσμιακό επιτόκιο $f_t(2;1)$ που συνεπάγεται από τα δύο τρέχοντα επιτόκια της αγοράς $r_t(1)$ και $r_t(2)$ ως εξής:

$$\left(1+f_t(2;1)\right)=\frac{\left(1+r_t(2)\right)^2}{\left(1+r_t(1)\right)} \quad\Rightarrow\quad f_t(2;1)=\frac{\left(1+r_t(2)\right)^2}{\left(1+r_t(1)\right)}-1\,. \tag{10}$$

Ανάλογα μπορούμε να υπολογίσουμε προθεσμιακά επιτόκια της αγοράς τα οποία καλύπτουν επενδύσεις με μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα από δύο εξάμηνα στο μέλλον. Ως παράδειγμα, θεωρήστε το προθεσμιακό επιτόκιο που αναφέρεται στην περίοδο ανάμεσα στις μελλοντικές περιόδους *t+1* και *t+4*, που συμβολίζεται ως $f_t(4;1)$. Αυτό μπορεί να υπολογιστεί από τα τρέχοντα επιτόκια της αγοράς $r_t(1)$ και $r_t(4)$ λύνοντας την ακόλουθη σχέση:

$$\left(1+r_t(1)\right)\left(1+f_t(4;1)\right)^3=\left(1+r_t(4)\right)^4$$

ως προς $f_t(4;1)$. Τότε, θα έχουμε

$$f_4(4;1)=\left[\frac{\left(1+r_t(4)\right)^4}{\left(1+r_t(1)\right)}\right]^{1/3}-1\,.$$

Σύμφωνα με την προηγούμενη ανάλυση, το προθεσμιακό επιτόκιο $f_t(4;1)$ θεωρεί ότι η στρατηγική (ii) την επόμενη χρονική περίοδο *t+1* αποτελεί μια επένδυση σε ένα ομόλογο με μηδενικό κουπόνι λήξης 4-1 = 3 περιόδων από την περίοδο αυτή. Ενώ, η στρατηγική (i) αποτελεί μια επένδυση σήμερα σε ένα πιο μακροπρόθεσμο ομόλογο με μηδενικό κουπόνι χρονικού ορίζοντα *n*=4 περιόδων από σήμερα. Ο παραπάνω τύπος υπολογισμού του προθεσμιακού επιτοκίου μπορεί να γενικευτεί για να καλύψει ένα χρονικό διάστημα *n-m* περιόδων ανάμεσα στις δύο μελλοντικές περιόδους *t+m* και *t+n* ως εξής:

$$f_t(n;m)=\left[\frac{\left(1+r_t(n)\right)^n}{\left(1+r_t(m)\right)^m}\right]^{1/(n-m)}-1\,, \tag{11}$$

όπου *n*>*m*. Παρατηρώντας ότι οι τιμές δύο ομολόγων χωρίς κουπόνι λήξης *m* και *n*-περιόδων από σήμερα αντίστοιχα και την ίδια ονομαστική αξία *M* δίνονται ως εξής: $B_t^{zc}(m)=\dfrac{M}{\left(1+r_t(m)\right)^m}$ και $B_t^{zc}(n)=\dfrac{M}{\left(1+r_t(n)\right)^n}$, η σχέση (11) μπορεί επίσης να γραφεί σε όρους των τιμών των δύο αυτών ομολόγων ως ακολούθως:

$$f_t(n;m)=\left[\frac{B_t^{zc}(m)}{B_t^{zc}(n)}\right]^{1/(n-m)}-1\,.$$

Θεωρίες προσδιορισμού της καμπύλης των επιτοκίων

Οι θεωρίες της χρονικής διάρθρωσης των επιτοκίων (ή της καμπύλης των επιτοκίων, όπως αναφέρεται εναλλακτικά) προσπαθούν να εξηγήσουν τους παράγοντες που καθορίζουν τα μακροπρόθεσμα επιτόκια της αγοράς $r_t(\tau)$, με προθεσμίες τ = 1,2,..,n περιόδους από σήμερα. Οι θεωρίες αυτές μπορούν να χωριστούν σε δύο ευρύτερες κατηγορίες:

(i) τη θεωρία των ορθολογικών προσδοκιών (rational expectations theory) και

(ii) τη θεωρία της κατάτμησης της αγοράς (the market segmentation theory)

Η *θεωρία των ορθολογικών προσδοκιών* παρουσιάζεται σε τρεις διαφορετικές μορφές. Πρώτον, τη θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών (pure rational expectations theory), δεύτερον τη θεωρία της ρευστότητας (liquidity theory) και τρίτον τη θεωρία της προτιμητέας κτίσης (the preferred habitat theory). Σημειώστε ότι η θεωρία της ρευστότητας αναφέρεται επίσης στη βιβλιογραφία και ως θεωρία των ορθολογικών προσδοκιών με επενδυτικό κίνδυνο, καθώς θεωρεί ότι οι επενδυτές στην αγορά ομολόγων αποστρέφονται τον κίνδυνο απώλειας εισοδήματος ή ρευστότητας που ενέχουν επενδύσεις σε μακροπρόθεσμα ομόλογα. Στη συνέχεια του κεφαλαίου παρουσιάζουμε τις παραπάνω θεωρίες προσδιορισμού της καμπύλης επιτοκίων πιο αναλυτικά.

(α) Η θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών

Η *θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών* θεωρεί ότι δεν υπάρχει κανένας κίνδυνος απώλειας εισοδήματος στην αγορά από τις επενδύσεις σε ομόλογα είτε αυτά είναι βραχυπρόθεσμα ή μακροπρόθεσμα και υποστηρίζει ότι τα τρέχοντα προθεσμιακά επιτόκια θα πρέπει να αντανακλούν αμερόληπτες προβλέψεις της αγοράς για τα μελλοντικά βραχυπρόθεσμα επιτόκια που αντιστοιχούν σε διαφορετικές χρονικές περιόδους. Ως παράδειγμα, θεωρήστε το τρέχον προθεσμιακό επιτόκιο μιας περιόδου $f_t(2;1)$, που αποτελεί μια εκτίμηση της αγοράς για το μελλοντικό επιτόκιο ανάμεσα στις περιόδους t+1 και t+2. Σύμφωνα με τη θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών, το επιτόκιο αυτό θα πρέπει να αντανακλά την αμερόληπτη πρόβλεψη της αγοράς με βάση το σύνολο των πληροφοριών της την τρέχουσα χρονική περίοδο t, I_t, για το μελλοντικό βραχυπρόθεσμο επιτόκιο προθεσμίας μιας περιόδου που θα υπάρχει στην αγορά την περίοδο *t+1*, δηλαδή το επιτόκιο $r_{t+1}(1)$.

Αν για να παραστήσουμε την τρέχουσα αμερόληπτη πρόβλεψη της αγοράς για το μελλοντικό επιτόκιο $r_{t+1}(1)$ χρησιμοποιήσουμε το μαθηματικό ορισμό της δεσμευμένης μέσης (αναμενόμενης) τιμής στο σύνολο πληροφοριών της αγοράς I_t (βλέπε Κεφάλαιο 7) που δίνεται ως $E(\cdot \mid I_t)$ (ή, πιο απλά ως $E_t(\cdot)$), τότε η *υπόθεση των ορθολογικών προσδοκιών* προβλέπει ότι θα ισχύει η ακόλουθη σχέση ανάμεσα στα δύο επιτόκια $f_t(2;1)$ και $r_{t+1}(1)$:

$$f_t(2;1) = E_t\left(r_{t+1}(1)\right),$$

όπου $E_t\left(r_{t+1}(1)\right)$ αποτελεί την αναμενόμενη τιμή του μελλοντικού βραχυπρόθεσμου επιτοκίου $r_{t+1}(1)$ που αναμένεται από την αγορά με βάση το σύνολο πληροφοριών της I_t την τρέχουσα περίοδο *t*. Κάτω από τη υπόθεση των ορθολογικών προσδοκιών, το παρατηρούμενο επιτόκιο της αγοράς τη μελλοντική περίοδο t+1, δηλαδή $r_{t+1}(1)$, θα πρέπει να διαφέρει από το προβλεπόμενο του $E_t\left(r_{t+1}(1)\right)$, που ισούται με το προθεσμιακό του $f_t(2;1)$, κατά ένα τυχαίο σφάλμα. Το σφάλμα αυτό αναφέρεται ως *σφάλμα πρόβλεψης* και ορίζεται ως εξής:

$$r_{t+1}(1) - E_t\left(r_{t+1}(1)\right) \;=\; \varepsilon_{t+1}.$$

Αυτό αποτελεί μια τυχαία μεταβλητή με δεσμευμένο μέσο μηδέν (δηλαδή $E_t(\varepsilon_{t+1}) = 0$) και ανεξάρτητες τιμές από χρονική περίοδο σε περίοδο. Οι υποθέσεις αυτές σημαίνουν ότι το σφάλμα ε_{t+1} δεν μπορεί προβλεφθεί με βάση το σύνολο πληροφοριών της αγοράς την τρέχουσα χρονική περίοδο *t*, I_t. Η υπόθεση αυτή των ορθολογικών προσδοκιών προφανώς ισχύει για μια αποτελεσματική αγορά ομολόγων.

Η παραπάνω σχέση που προβλέπεται από τη θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών για τα $f_t(2;1)$ και $r_{t+1}(1)$ μπορεί εύκολα να γενικευτεί και για πιο μακροπρόθεσμα επιτόκια ως εξής:

$$f_t(n;m) = E_t\left(r_{t+m}(n-m)\right),$$

όπου $f_t(n;m)$ αποτελεί το προθεσμιακό επιτόκιο της αγοράς για το χρονικό διάστημα ανάμεσα στις περιόδους $t+m$ και $t+n$ από σήμερα. Σύμφωνα με τη θεωρία των καθαρών προσδοκιών, το επιτόκιο αυτό θα πρέπει να αποτελεί την αμερόληπτη πρόβλεψη της αγοράς με βάση το σύνολο πληροφοριών της I_t για το επιτόκιο της αγοράς $r_{t+m}(n-m)$ τη μελλοντική περίοδο $t+m$, με προθεσμία (n-m) περιόδων.

Η θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να εξηγηθεί η κλίση της καμπύλης των επιτοκίων. Για το σκοπό αυτό, θα γενικεύσουμε τη σχέση των δύο επενδυτικών στρατηγικών (i) και (ii), καθώς και τη σχέση (9) για n-περιόδους από σήμερα ως εξής:

$$\left(1+r_t(1)\right)\left(1+f_t(2;1)\right)\left(1+f_t(3;2)\right)...\left(1+f_t(n;n-1)\right) = \left(1+r_t(n)\right)^n. \qquad (12)$$

Η σχέση (12) θεωρεί ότι η στρατηγική (i) αποτελεί μια μακροχρόνια στρατηγική επένδυσης σε ένα ομόλογο με μηδενικό κουπόνι προθεσμίας n-περιόδων από σήμερα, ενώ η (ii) αποτελεί μια βραχυχρόνια, κυλιόμενη επενδυτική στρατηγική σε ομόλογα με μηδενικό κουπόνι μιας περιόδου που καλύπτει συνολικά ένα ορίζοντα n-περιόδων από σήμερα. Αν αντικαταστήσουμε στη σχέση αυτή τις ακόλουθες σχέσεις μεταξύ των προθεσμιακών και αναμενόμενων επιτοκίων:

$$f_t(2;1) = E_t\left(r_{t+1}(1)\right),\ f_t(3;2) = E_t\left(r_{t+2}(1)\right), \ldots,\ f_t(n;n-1) = E_t\left(r_{t+n-1}(1)\right),$$

που προβλέπονται από τη θεωρία των ορθολογικών προσδοκιών, τότε αυτή γράφεται ως εξής:

$$\left[1+r_t(1)\right]\left[1+E_t\left(r_{t+1}(1)\right)\right]\left[1+E_t\left(r_{t+2}(1)\right)\right]....\left[1+E_t\left(r_{t+n-1}(1)\right)\right] = \left[1+r_t(n)\right]^n. \qquad (13)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι το μακροπρόθεσμο επιτόκιο $r_t(n)$ αποτελεί το γεωμετρικό μέσο όρο του τρέχοντος βραχυπρόθεσμου επιτοκίου μιας περιόδου $r_t(1)$ και των αναμενόμενων τιμών αυτού στις μελλοντικές χρονικές περιόδους t+1, t+2,…, t+n-1, δηλαδή των $E_t\left(r_{t+1}(1)\right)$,

$E_t\left(r_{t+2}(1)\right),\ldots,E_t\left(r_{t+n-1}(1)\right)$. Το επιτόκιο $r_t(n)$ αυτό θα αντανακλά ορθολογικές προσδοκίες της αγοράς για τις μελλοντικές τιμές του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου. Αυτό θα αυξάνεται (ή θα μειώνεται), όταν η αγορά προσδοκά αύξηση (ή μείωση) στις μελλοντικές τιμές του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου $r_{t+1}(1)$, $r_{t+2}(1),\ldots,r_{t+n-1}(1)$.

Αν πάρουμε λογαρίθμους της σχέσης (13) και χρησιμοποιήσουμε τη λογαριθμική προσέγγιση $\log(1+x)\approx x$, τότε η σχέση αυτή γράφεται προσεγγιστικά ως εξής:

$$r_t(1)+E_t\left(r_{t+1}(1)\right)+E_t\left(r_{t+2}(1)\right)+...+E_t\left(r_{t+n-1}(1)\right) \approx nr_t(n).$$

Λύνοντας ως προς το μακροπρόθεσμο επιτόκιο $r_t(n)$, η τελευταία σχέση συνεπάγεται

$$r_t(n) \approx \frac{1}{n}\left[r_t(1)+E_t\left(r_{t+1}(1)\right)+E_t\left(r_{t+2}(1)\right)+...+E_t\left(r_{t+n-1}(1)\right)\right]. \qquad (14)$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι, σύμφωνα με τη θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών, το μακροπρόθεσμο επιτόκιο *n*-περιόδων, $r_t(n)$, μπορεί επίσης να παρουσιαστεί προσεγγιστικά και ως ο μέσος αριθμητικός όρος του τρέχοντος βραχυπρόθεσμου επιτοκίου μιας περιόδου $r_t(1)$ και των αναμενόμενων τιμών του $E_t\left(r_{t+1}(1)\right)$, $E_t\left(r_{t+2}(1)\right),\ldots,E_t\left(r_{t+n-1}(1)\right)$, για τις μελλοντικές περιόδους t+1, t+2,…,t+n-1. Όπως η σχέση (13), έτσι και η (14) προβλέπει ότι μια ανοδική (ή καθοδική) κλίση της καμπύλης των επιτοκίων μπορεί να αποδοθεί στις προσδοκίες των επενδυτών στην αγορά ομολόγων για άνοδο (ή πτώση) των μελλοντικών τιμών του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου.

(β) Η θεωρία της ρευστότητας των επιτοκίων

Η θεωρία της ρευστότητας των επιτοκίων υποστηρίζει ότι τα προθεσμιακά επιτόκια αντανακλούν εκτός από αμερόληπτες προβλέψεις της αγοράς για την τρέχουσα και τις μελλοντικές τιμές του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου της αγοράς και ένα ποσοστό κινδύνου (ή ασφάλιστρο, όπως αναφέρεται διαφορετικά στην αγορά), που συμβολίζεται ως ϕ. Αυτό οφείλεται σε πιθανές απώλειες εισοδήματος ή έλλειψης ρευστότητας της επένδυσης στα μακροπρόθεσμα ομόλογα. Οι απώλειες αυτές μπορούν να προέρθουν από δυσμενείς μεταβολές στα επιτόκια. Ως παράδειγμα, μια απρόσμενη αύξηση των μελλοντικών επιτοκίων συνεπάγεται μείωση της τιμής των μακροπρόθεσμων ομολόγων. Για να ανταμειφθούν για τους κινδύνους αυτούς, οι επενδυτές των μακροπρόθεσμων ομολόγων απαιτούν κάποιο ποσοστό κινδύνου ϕ. Η ύπαρξη του ασφάλιστρου αυτού σημαίνει ότι οι τιμές των μακροπρόθεσμων ομολόγων θα πρέπει να είναι μικρότερες από αυτές που προβλέπει η θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών έτσι ώστε να ενσωματώνουν το ποσοστό κινδύνου ϕ. Αυτό θα έχει ως συνέπεια, τα προθεσμιακά επιτόκια πέραν των ορθολογικών προσδοκιών τους για τις τιμές μελλοντικών επιτοκίων να είναι αυξημένα κατά ένα ποσοστό κινδύνου. Δηλαδή, για το προθεσμιακό επιτόκιο $f_t(2;1)$ η θεωρία ρευστότητας προβλέπει ότι θα πρέπει να ισχύει η ακόλουθη σχέση:

$$f_t(2;1) = E_t\left(r_{t+1}(1)\right) + \phi(2;1)\,, \tag{15}$$

ή πιο γενικά

$$f_t(m;m-1) = E_t\left(r_{t+m-1}(1)\right) + \phi(m;m-1),\ \text{για } m=\{2,3,...,n\}\,,$$

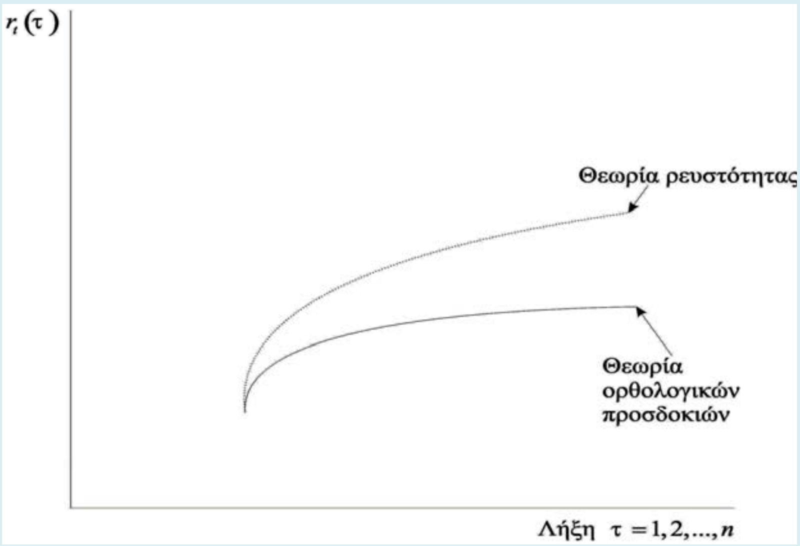
όπου $f_t(m;m-1)$ αποτελεί το προθεσμιακό επιτόκιο της αγοράς για το διάστημα ανάμεσα στις μελλοντικές χρονικές περιόδους $t+m-1$ και $t+m$, ενώ $\phi(m;m-1)$ αποτελεί το ποσοστό κινδύνου που ενσωματώνεται σε αυτό.

Η ύπαρξη του ασφάλιστρου κινδύνου σημαίνει ότι τα προθεσμιακά επιτόκια δεν παρέχουν αμερόληπτες προβλέψεις για τα μελλοντικά επιτόκια, αλλά μεροληπτικές προς τα πάνω. Για να διαπιστώσουμε πως συνδέονται τα μακροπρόθεσμα επιτόκια με τα βραχυπρόθεσμα σύμφωνα με βάση τη θεωρία ρευστότητας, θα αντικαταστήσουμε τη σχέση (15) στη (12). Αν πάρουμε και του λογαρίθμους της σχέσης αυτής, τότε θα έχουμε την ακόλουθη σχέση:

$$\begin{aligned} r_t(n) \;=\; & \frac{1}{n}\left[r_t(1) + E_t\left(r_{t+1}(1)\right) + E_t\left(r_{t+2}(1)\right) + ... + E_t\left(r_{t+n-1}(1)\right)\right] \\ & + \frac{1}{n}\left[\phi(2;1) + \phi(3;2) + ... + \phi(n;n-1)\right] \end{aligned} \tag{16}$$

Σύμφωνα με τη σχέση (16), το μακροπρόθεσμο επιτόκιο προθεσμίας n-περιόδων $r_t(n)$ θα πρέπει να αντανακλά ορθολογικές προσδοκίες της αγοράς για τα μελλοντικά βραχυπρόθεσμα επιτόκια αυτής $r_{t+1}(1), r_{t+2}(1), \ldots, r_{t+n-1}(1)$ και να περιλαμβάνει επίσης τα ποσοστά κινδύνου $\phi(2;1), \phi(3;2), \ldots, \phi(n;n-1)$. Αν τα ποσοστά αυτά αυξάνονται με τον αριθμό των περιόδων $\tau = 1,2,\ldots n$, τότε μια ανοδική κλίση της καμπύλης των επιτοκίων δε σημαίνει αναγκαστικά ότι τα μελλοντικά επιτόκια θα αυξηθούν στο μέλλον. Αυτή μπορεί να οφείλεται σε κάποιο βαθμό στην ανοδική κλίση των ποσοστών κινδύνου $\phi(2;1), \phi(3;2), \ldots, \phi(n;n-1)$ ε σχέση με τον αριθμό περιόδων τ. Η περίπτωση αυτή απεικονίζεται στο διάγραμμα που ακολουθεί.

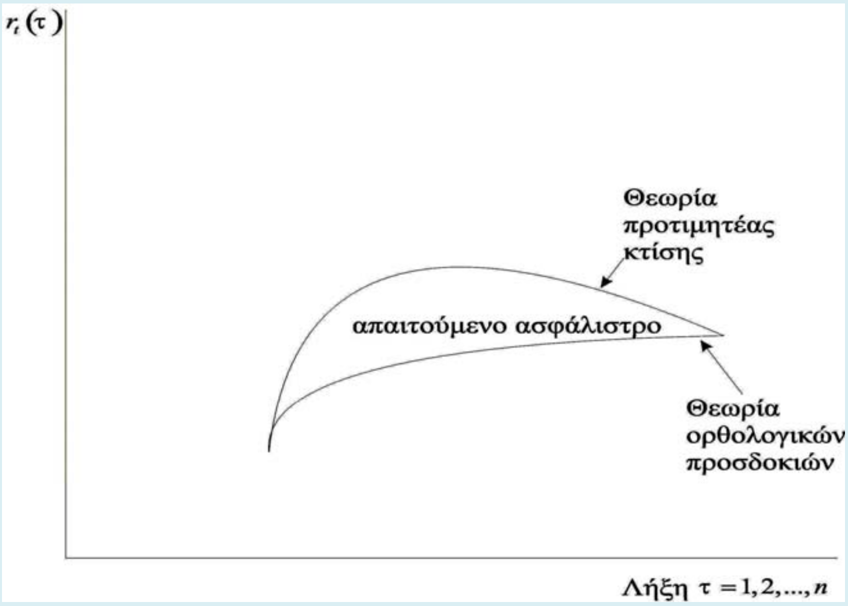
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8.4: Καμπύλη των επιτοκίων και προσδοκίες



(γ) Η θεωρία της προτιμητέας κτίσης

Όπως η θεωρία της ρευστότητας, έτσι και αυτή *της προτιμητέας κτίσης* υποστηρίζει ότι τα προθεσμιακά επιτόκια δεν αντανακλούν μόνο ορθολογικές προσδοκίες της αγοράς για τα μελλοντικά βραχυπρόθεσμα επιτόκια, αλλά περιλαμβάνουν επίσης και ένα ποσοστό κινδύνου ϕ. Η διαφορά της θεωρίας όμως αυτής από τη θεωρία ρευστότητας βρίσκεται στην υπόθεση που αυτή κάνει για το απαιτούμενο ποσοστό κινδύνου. Πιο συγκεκριμένα, η θεωρία της προτιμητέας κτίσης θεωρεί ότι αυτό δεν αυξάνεται γραμμικά με τις προθεσμίες των μακροπρόθεσμων επιτοκίων τ=1,2,…,n. Αυτό συμβαίνει γιατί κάποιοι μεγάλοι θεσμικοί επενδυτές στην αγορά των ομολόγων (π.χ. ασφαλιστικά ταμεία) ή ακόμα και νοικοκυριά επιθυμούν να επενδύουν μακροπρόθεσμα παρά βραχυπρόθεσμα έτσι ώστε να ικανοποιήσουν κάποιες μακροχρόνιες ταμειακές ανάγκες τους. όπως είναι οι συντάξεις ή, για τα νοικοκυριά, η εκπαίδευση των παιδιών τους. Με βάση τις προτιμήσεις τους αυτές, οι επενδυτές αυτοί δε θα στραφούν στην αγορά βραχυπρόθεσμων ομολόγων μιας περιόδου, εξαιτίας του κίνδυνου επανεπένδυσης των αποδόσεών τους σε μικρότερο επιτόκιο ή ακόμα και της δυσκολίας εύρεσης μακροπρόθεσμων ομολόγων ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Επομένως, το ποσοστό κινδύνου που ενσωματώνεται στα μακροπρόθεσμα ή μεσοπρόθεσμα προθεσμιακά επιτόκια μπορεί να είναι μικρότερο εκείνου των βραχυπρόθεσμων. Οι προβλέψεις αυτές της θεωρίας προτιμητέας κτίσης για τα επιτόκια αποτυπώνονται στην καμπύλη των επιτοκίων που παρουσιάζεται στο Διάγραμμα 8.5. Όπως δείχνει αυτό, η καμπύλη των επιτοκίων παρουσιάζει καθοδική κλίση για τα επιτόκια με προθεσμίες μεγάλων περιόδων από ένα σημείο και μετά, παρόλο που οι προσδοκίες της αγοράς είναι ανοδικές για τα μελλοντικά επιτόκια.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 8.5: Καμπύλη επιτοκίων και θεωρία προτιμητέας κτίσης



δ) Η θεωρία της κατάτμησης της αγοράς

Σε αντίθεση με τις διάφορες παραλλαγές της θεωρίας των ορθολογικών προσδοκιών των επιτοκίων που παρουσιάσαμε προηγουμένως, η *θεωρία κατάτμησης της αγοράς* υποστηρίζει ότι η καμπύλη των επιτοκίων δεν αντανακλά προσδοκίες της αγοράς σχετικά με τις μελλοντικές τιμές του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου ή ενσωματώνει τον επενδυτικό κίνδυνο της αγοράς στα μακροπρόθεσμα ομόλογα, αλλά εξαρτάται αποκλειστικά από την προσφορά και ζήτηση ομολόγων στην αγορά και τους περιορισμούς που υπόκεινται οι πωλητές ή οι αγοραστές τους. Οι περιορισμοί αυτοί αφορούν κυρίως στη ρευστότητα εταιρειών ή της οικονομίας συνολικά και την οικονομική κατάσταση των δανειστών ή των επενδυτών στην αγορά ομολόγων. Επίσης μπορεί να εξαρτώνται και από το θεσμικό πλαίσιο που καθορίζει την επενδυτική συμπεριφορά πολλών εταιρειών επένδυσης, όπως είναι τα ασφαλιστικά ταμεία ή οργανισμοί που προτιμούν επενδύσεις σε μεσοπρόθεσμα ή μακροπρόθεσμα ομόλογα.

8.5 Εμπειρικοί έλεγχοι της θεωρίας των ορθολογικών προσδοκιών των επιτοκίων (*)

Στη βιβλιογραφία έχουν προταθεί πολλοί εμπειρικοί έλεγχοι της θεωρίας των ορθολογικών προσδοκιών των επιτοκίων. Αυτοί αφορούν την από κοινού επαλήθευση δύο βασικών υποθέσεων της θεωρίας: Πρώτον, αν οι προσδοκίες των επενδυτών για τα μελλοντικά επίπεδα των βραχυπρόθεσμων επιτοκίων είναι ορθολογικές και δεύτερον, αν ισχύει η θεωρία των καθαρών προσδοκιών των επιτοκίων ή κάποια άλλη παραλλαγή της όπως, ως παράδειγμα, είναι η θεωρία ρευστότητας ή προτιμητέας κτίσης.

Οι πιο απλοί έλεγχοι της θεωρίας στηρίζονται σε δύο παλινδρομήσεις που έχουν προβλέπουν μελλοντικές διαχρονικές μεταβολές επιτοκίων. Η μεν πρώτη χρησιμοποιεί τη διαφορά ανάμεσα στο προθεσμιακό και το τρέχον βραχυπρόθεσμο επιτόκιο για να προβλέψει μελλοντικές μεταβολές του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου, ενώ η δεύτερη χρησιμοποιεί τη διαφορά ανάμεσα στο μακροπρόθεσμο και το βραχυπρόθεσμο επιτόκιο για να προβλέψει τις συσωρευτικές μεταβολές του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου. Στη συνέχεια παρουσιάζουμε αναλυτικότερα τις δύο αυτές παλινδρομήσεις και συζητάμε τα σημαντικότερα από τα εμπειρικά ευρήματα τους.

(i) ***Παλινδρομήσεις που στηρίζονται στη διαφορά ανάμεσα στο προθεσμιακό και στο τρέχον βραχυπρόθεσμο επιτόκιο.***

Ως παράδειγμα μιας τέτοιας παλινδρόμησης θεωρήστε την ακόλουθη:

$$r_{t+1}(1)-r_t(1)=a+b\left[f_t(2;1)-r_t(1)\right]+e_{t+1}, \tag{17}$$

όπου e_{t+1} αποτελεί το διαταρακτικό όρο της παλινδρόμησης.[4] Αν η υπόθεση των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών ισχύει, τότε θα πρέπει να ισχύουν και οι ακόλουθες υποθέσεις για τους συντελεστές της παλινδρόμησης: b=1 και a=0, καθώς κάτω από αυτές ισχύει η ακόλουθη σχέση: $f_t(2;1)=E_t\left(r_{t+1}(1)\right)$, που προβλέπεται από τη θεωρία.[5] Επίσης ο διαταρακτικός e_{t+1} θα πρέπει να αποτελεί ένα αμερόληπτο σφάλμα για το μελλοντικό επίπεδο του επιτοκίου $r_{t+1}(1)$.

Όταν ισχύουν οι υποθέσεις b=1 και a=0, η σχέση (17) προβλέπει σύμφωνα με τη θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών ότι η διαφορά ανάμεσα στο προθεσμιακό επιτόκιο $f_t(2;1)$ και το τρέχον βραχυπρόθεσμο επιτόκιο $r_t(1)$ (δηλ. $f_t(2;1)-r_t(1)$) θα πρέπει να αποτελεί αμερόληπτη πρόβλεψη της μεταβολής του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου για μια περίοδο προς τα εμπρός, δηλαδή $r_{t+1}(1)-r_t(1)$. Από τις δύο παραπάνω υποθέσεις, σημειώστε ότι η απόρριψη της b=1 αποτελεί αναμφισβήτητο στοιχείο για την απόρριψη της υπόθεσης των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών των επιτοκίων. Η απόρριψη της υπόθεσης a=0 μπορεί να οφείλεται σε άλλους τυχαίους παράγοντες, όπως σε σφάλματα εκτίμησης της καμπύλης των επιτοκίων. Επίσης, μπορεί να αποδοθεί στην ύπαρξη ενός σταθερού ποσοστού κινδύνου, όπως προβλέπουν οι παραλλαγές της θεωρίας των ορθολογικών προσδοκιών που λαμβάνουν υπόψη τους τον επενδυτικό κίνδυνο.

(ii) Παλινδρομήσεις που στηρίζονται στη διαφορά ανάμεσα στο μακροπρόθεσμο και στο τρέχον βραχυπρόθεσμο επιτόκιο

Ως παράδειγμα μιας τέτοιας παλινδρόμησης θεωρήστε την ακόλουθη:

---

[4] Σημειώστε ότι η παλινδρόμηση (17) μπορεί να γενικευτεί για n και m-περιόδους στο μέλλον ως εξής:

$$r_{t+m}(n-m)-r_t(m)=a+b\left[f_t(n;m)-r_t(m)\right]+e_{t+n}.$$

[5] Αυτό μπορεί να αποδειχτεί εύκολα αντικαθιστώντας στη σχέση $f_t(2;1)=E_t\left(r_{t+1}(1)\right)$ τη σχέση $E_t\left(r_{t+1}(1)\right)=r_{t+1}(1)-e_{t+1}$, που ισχύει κάτω από την υπόθεση των ορθολογικών προσδοκιών. Αφαιρώντας και από τα δύο μέλη της εξίσωσης που θα προκύψει το τρέχον βραχυπρόθεσμο επιτόκιο $r_t(1)$ δίνεται η παλινδρόμηση (17) με τιμές συντελεστών a=0 και b=1.

$$\frac{1}{n}\left[r_t(1)+r_{t+1}(1)+...+r_{t+n-1}(1)\right]-r_t(1) \;=\; a+b\left[r_t(n)-r_t(1)\right]+\varepsilon_{t+n},$$

όπου ε_{t+n} αποτελεί το διαταρακτικό όρο της παλινδρόμησης. Κάνοντας πράξεις στο αριστερό μέρος της παλινδρόμησης αυτής, αυτή γράφεται επίσης ως ακολούθως:

$$\sum_{i=1}^{n-1}\left(1-\frac{i}{n}\right)\left[r_{t+i}(1)-r_{t+i-1}(1)\right] \;=\; a+b\left[r_t(n)-r_t(1)\right]+\varepsilon_{t+n}, \tag{18}$$

καθώς ισχύει η σχέση

$$\sum_{i=1}^{n-1}\left(1-\frac{i}{n}\right)\left[r_{t+i}(1)-r_{t+i-1}(1)\right] \;=\; \frac{1}{n}\left[r_t(1)+r_{t+1}(1)+...+r_{t+n-1}(1)\right]-r_t(1).$$

Η παλινδρόμηση (18) χρησιμοποιείται ευρέως στην πράξη για τον έλεγχο της θεωρίας των ορθολογικών προσδοκιών των επιτοκίων. Αν η καθαρή (χωρίς κίνδυνο) μορφή της θεωρίας αυτής ισχύει, τότε θα πρέπει να ισχύουν οι ακόλουθες υποθέσεις: a=0 και b=1. Ο δε διαταρακτικός όρος ε_{t+n} θα πρέπει να αντανακλά τα συσωρευτικά σφάλματα πρόβλεψης της αγοράς ανάμεσα στις περιόδους $t+1$ και $t+n-1$. Όπως και για την παλινδρόμηση (17), η απόρριψη της υπόθεσης b=1 αποτελεί ισχυρό στοιχείο ενάντια στη θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών.

Οι παλινδρομήσεις που δίνονται από τις σχέσεις (17)-(18) έχουν εκτιμηθεί πολλές φορές στην πράξη με στοιχεία από διαφορετικές οικονομίες.[6] Τα αποτελέσματα των εκτιμήσεων αυτών δείχνουν καθαρά ότι ο συντελεστής κλίσης b είναι μικρότερος και σημαντικά διαφορετικός της μονάδας, που σημαίνει την απόρριψη της θεωρίας των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών. Συνήθως, οι έλεγχοι που στηρίζονται στην παλινδρόμηση με το προθεσμιακό επιτόκιο, που δίνεται από τη σχέση (17), τείνουν να απορρίπτουν πιο έντονα τις προβλέψεις της θεωρίας σε σχέση με αυτούς που στηρίζονται στη σχέση (18). Μάλιστα σε πολλές περιπτώσεις, οι εκτιμήσεις του συντελεστή b της παλινδρόμησης (17) παίρνουν ακόμα και αρνητικές τιμές, που δείχνουν πόσο μακριά είναι οι προβλέψεις της θεωρίας από την πράξη.

[6] Βλέπε τις ακόλουθες μελέτες: Mankiw και Summers (1984), Mankiw και Miron (1986), Campbell και Shiller (1991), Simon (1989), Hardouvelis (1994), Bekaert, Hodrick και Marshall (1997, 2001), Cuthbertson και Bredin (2001), Cuthbertson και Nitzche (2001, 2003), Kugler (2002).

Για την απόρριψη της θεωρίας των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών, έχουν προταθεί πολλοί λόγοι στη βιβλιογραφία, όπως η υπερβολική αντίδραση των επενδυτών στα νέα της αγοράς, η ύπαρξη προβλημάτων πληροφόρησης, οι διαχρονικές διακυμάνσεις του επενδυτικού κινδύνου κ.ο.κ. Όμως, ο πιο σπουδαίος από αυτούς είναι ο τελευταίος (βλέπε Tzavalis και Wickens (1997), Tzavalis (2003)). Οι διακυμάνσεις του *ποσοστού κινδύνου* που ενσωματώνεται στα μακροπρόθεσμα ή προθεσμιακά επιτόκια έχουν ως συνέπεια να διαστρεβλώνουν σοβαρά τις προβλέψεις της αγοράς για τα μελλοντικά επιτόκια, ακόμα και αν αυτές δεν είναι πολύ έντονες

8.6 Η σχέση ανάμεσα στην καμπύλη των επιτοκίων και τα μελλοντικά επίπεδα του πληθωρισμού (*)

Μια από τις σημαντικότερες εφαρμογές της καμπύλης των επιτοκίων είναι αυτή της πρόβλεψης του επιπέδου του μελλοντικού επιπέδου του πληθωρισμού της οικονομίας για διαφορετικές χρονικές περιόδους. Η σχέση ανάμεσα στα επιτόκια και τον πληθωρισμό, προκύπτει από την *ταυτότητα του Fisher* (βλέπε επίσης Κεφάλαιο 2). Σύμφωνα με αυτή, το ονομαστικό επιτόκιο (έστω μίας περιόδου, $r_t(1)$) αποτελεί το γεωμετρικό μέσο του πραγματικού επιτοκίου και του αναμενόμενου πληθωρισμού την τρέχουσα περίοδο t, δηλαδή έχουμε

$$\left[1+r_t(1)\right]=\left[1+\rho_t(1)\right]\left[1+E_t(\pi_{t+1})\right], \tag{19}$$

όπου $\rho_t(1)$ είναι το πραγματικό επιτόκιο της οικονομίας μιας περιόδου και $E_t(\pi_{t+1})$ αποτελεί τον αναμενόμενο ρυθμό πληθωρισμού για το διάστημα ανάμεσα στις περιόδους t και $t+1$.[7] Ο

[7] Σημειώστε ότι χρησιμοποιώντας τη λογαριθμική προσέγγιση $\log(1+x)\approx x$, η ταυτότητα του Fisher γράφεται προσεγγιστικά ως εξής:

$$r_t(1)\approx \rho_t(1)+E_t(\pi_{t+1})$$

Για πιο μακροπρόθεσμα επιτόκια, η ταυτότητα του Fisher γράφεται ως

$$\left[1+r_t(\tau)\right]^{\tau}=\left[1+\rho_t(\tau)\right]^{\tau}\left[1+E_t(\pi_{t,t+\tau})\right]^{\tau}$$

και προσεγγίζεται μέσω της σχέσης

$$r_t(\tau)\approx \rho_t(\tau)+E_t(\pi_{t,t+\tau}),$$

ρυθμός στηρίζεται στις προβλέψεις του συνόλου πληροφοριών της αγοράς I_t, την τρέχουσα χρονική περίοδο t. Υπολογίζεται δε ως η σχετική μεταβολή του συνολικού επιπέδου των τιμών της οικονομίας από την τρέχουσα (t) έως την επομένη χρονική περίοδο t+1 (βλέπε, επίσης Κεφάλαιο 2). Επειδή ο πληθωρισμός δεν είναι γνωστός στην αρχή της χρονικής περιόδου t και μετράται στο τέλος της ή την αρχή της επόμενης περιόδου t+1 όπως συνήθως θεωρούμε στην πράξη, αυτός συμβολίζεται χρησιμοποιώντας ως υποδείκτη την επομένη περίοδο t+1, δηλαδή ως π_{t+1}. Από τη σχέση (19) είναι προφανές ότι, αν το πραγματικό επιτόκιο $\rho_t(1)$ είναι γνωστό, τότε μπορούμε να υπολογίσουμε τον αναμενόμενο πληθωρισμό την επόμενη χρονική περίοδο $E_t(\pi_{t+1})$ ως εξής:

$$E_t(\pi_{t+1}) = \frac{[1+r_t(1)]}{[1+\rho_t(1)]} - 1.$$

Γνωρίζοντας τη διαχρονική σχέση των επιτοκίων $r_t(\tau)$ $(\tau = 1,2,...,n)$ προβλέπεται ο ρυθμός πληθωρισμού για διαφορετικές περιόδους στο μέλλον ή χρονικά διαστήματα αυτών. Ως παράδειγμα, θεωρήστε ότι θέλουμε να προβλέψουμε το επίπεδο του πληθωρισμού για το διάστημα μεταξύ των περιόδων *t+1* και *t+2*, που συμβολίζεται ως π_{t+2}. Τότε, με βάση την καθαρή θεωρία των ορθολογικών προσδοκιών θα ισχύει:

$$[1+f_t(2;1)] = [1+E_t(r_{t+1}(1))]. \tag{20}$$

Χρησιμοποιώντας την ακόλουθη σχέση $[1+r_{t+1}(1)] = [1+\rho_{t+1}(1)][1+E_{t+1}(\pi_{t+2})]$ που απορρέει από την ταυτότητα του Fisher, η σχέση (20) συνεπάγεται:

$$[1+f_t(2;1)] = [1+E_t(\rho_{t+1}(1))][1+E_t(E_{t+1}(\pi_{t+2}))] \;=\; [1+E_t(\rho_{t+1}(1))][1+E_t(\pi_{t+2})].$$

Η σχέση αυτή προκύπτει με βάση το νόμο των επαναλαμβανόμενων αναμενόμενων τιμών (προσδοκιών) που συνεπάγεται $E_t(\pi_{t+2}) = E_t(E_{t+1}(\pi_{t+2}))$ και την υπόθεση ότι το πραγματικό

όπου $\rho_t(\tau)$ αποτελεί το πραγματικό επιτόκιο τ-περιόδων και $\pi_{t,t+\tau}$ τον πληθωρισμό ανάμεσα στις περιόδους t και $t+\tau$ σε ετήσια βάση.

επιτόκιο $\rho_{t+1}(1)$ είναι γνωστό. Με βάση την παραπάνω σχέση υπολογίζεται ο αναμενόμενος πληθωρισμός της αγοράς $E_t(\pi_{t+2})$ ως εξής:

$$E_t(\pi_{t+2}) = \frac{\left[1 + f_t(2;1)\right]}{\left[1 + E_t\left(\rho_{t+1}(1)\right)\right]} - 1\,.$$

Αν υποθέσουμε ότι το πραγματικό επιτόκιο στην οικονομία είναι σταθερό για όλες τις χρονικές περιόδους και ισούται με ρ, η παραπάνω σχέση απλοποιείται περαιτέρω και γράφεται ως εξής

$$E_t(\pi_{t+2}) = \frac{\left[1 + f_t\left(2;1\right)\right]}{\left[1 + \rho\right]} - 1\,.$$

Ανάλογα με την τελευταία σχέση, μπορεί να υπολογιστεί ο αναμενόμενος πληθωρισμός για το χρονικό διάστημα ανάμεσα στις δύο περιόδους t+m και t+m-1. Αυτός δίνεται ως εξής:

$$E_t(\pi_{t+m}) = \frac{\left[1 + f_t(m;m-1)\right]}{\left[1 + \rho\right]} - 1\,.$$

Κλείνοντας το τμήμα αυτό, θα θέλαμε να σημειώσουμε ότι οι παραπάνω προβλέψεις για τα μελλοντικά επίπεδα του πληθωρισμού με βάση τα προθεσμιακά ή τα μακροπρόθεσμα επιτόκια στηρίζονται στην υπόθεση ότι ισχύει η θεωρία των καθαρών ορθολογικών προσδοκιών των επιτοκίων (βλέπε σχέση (20)). Αν όμως αναγνωρίσουμε τον επενδυτικό κίνδυνο που ενσωματώνεται στα επιτόκια αυτά, τότε οι προβλέψεις αυτές θα είναι μεροληπτικές, πράγμα που δυσχεραίνει την πρόβλεψη του πληθωρισμού από τα τρέχοντα επιτόκια της αγοράς. Εκτός από το κίνδυνο, μια άλλη πηγή μεροληψίας των μακροπρόθεσμων επιτοκίων για τα μελλοντικά επίπεδα του πληθωρισμού αποτελούν οι διαχρονικές μεταβολές των πραγματικών επιτοκίων. Αυτές έχουν βρεθεί ότι συσχετίζονται σημαντικά με τον πληθωρισμό (βλέπε Tzavalis και Wickens (1996)) που σημαίνει ότι ο πληθωρισμός δεν είναι ουδέτερος ως προς τα πραγματικά μεγέθη της οικονομίας, όπως θεωρεί η νεοκλασική θεωρία.[8]

[8] Η άποψη αυτή ισχυροποιείται και από τα αποτελέσματα των μελετών των Tzavalis (1999) και Malliaropoulos (2000) που παρέχουν στοιχεία για διαρθρωτικές αλλαγές στις διαχρονικές αλλαγές των πραγματικών επιτοκίων ή του πληθωρισμού, ανάλογα με τη νομισματική πολιτική που ακολουθείται.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

8.1 Έστω ένα ομόλογο με κουπόνι λήξης 5 ετών, δηλαδή n=10 εξαμήνων από σήμερα. Το ομόλογο αυτό έχει επιτόκιο κουπονιού c = 12% και πωλείται στο άρτιο στην τιμή $B_t(10) =$ €100. Αν στην αγορά σήμερα υπάρχει και ένα άλλο ομόλογο λήξης 10 εξαμήνων με μηδενικό κουπόνι, ονομαστικής αξίας M = €100 και τιμή αγοράς $B_t^{zc}(10) =$ €57.99, τότε βρείτε ποια από τις δύο αυτές επενδύσεις παρέχει υψηλότερη μέση απόδοση. Στην απάντησή σας θεωρήστε ότι το τρέχον επιτόκιο της αγοράς r είναι το ίδιο για όλες τις περιόδους μέχρι τη λήξη και των δύο ομολόγων.

8.2 Έστω ένα δεκαετές ομόλογο με ονομαστική αξία €1000 και ετήσιο κουπόνι €50, το οποίο πωλείται σήμερα στο άρτιο. Υποθέστε ετήσιο ανατοκισμό. Τότε απαντήστε τα ακόλουθα ερωτήματα:

α) Ποια είναι η τρέχουσα απόδοση του ομολόγου;

β) Ποια είναι η απόδοση στη λήξη του ομολόγου;

γ) Ποια είναι η τιμή που πρέπει να πωλείται το ομόλογο σε 5 έτη από σήμερα, αν το προεξοφλητικό επιτόκιο για τα τελευταία 5 έτη έως τη λήξη του ομολόγου ανέρχεται σε 6%;

8.3 Έστω ότι αγοράζουμε σήμερα ένα τετραετές ομόλογο με ονομαστική τιμή €1000 και απόδοση κουπονιού 10%. Το κουπόνι καταβάλλεται σε ετήσια βάση. Για την αγορά του ομολόγου αυτού πληρώνουμε €1032. Τότε απαντήστε τα ακόλουθα ερωτήματα:

α) Ποια είναι η απόδοση στη λήξη του ομολόγου;

β) Εάν το προεξοφλητικό επιτόκιο είναι 5%, τότε συμφέρει η αγορά του ομολόγου;

γ) Εάν αυτό το ομόλογο είναι εξαγοράσιμο με τιμή εξαγοράς €1150 σε 2 έτη από σήμερα, ποια είναι η απόδοση στη λήξη του;

8.4 Έστω ένα ομόλογο χωρίς κουπόνι που λήγει σε 1 έτος από σήμερα με ετήσια απόδοση 3%, ένα ομόλογο χωρίς κουπόνι που λήγει σε 2 έτη με ετήσια απόδοση 5% και, τέλος, ένα ομόλογο χωρίς κουπόνι που λήγει σε 3 έτη με ετήσια απόδοση 4%. Τότε, βρείτε με βάση τα παραπάνω στοιχεία ποιο είναι το προθεσμιακό επιτόκιο για 2 έτη από σήμερα $f_t(2;1)$, το προθεσμιακό επιτόκιο για 3 έτη από σήμερα $f_t(3;1)$ και το προθεσμιακό επιτόκιο για τη περίοδο ανάμεσα σε 2 και 3 έτη από σήμερα $f_t(3;2)$; Στις απαντήσεις σας, υποθέστε ετήσιο ανατοκισμό.

8.5 Έστω ότι το τρέχον επιτόκιο της αγοράς για προθεσμίες 1, 2 και 3 έτη από σήμερα ανέρχεται σε 4%, 6% και 10% σε ετήσια βάση αντίστοιχα, ενώ το πραγματικό επιτόκιο είναι σταθερό και ίσο με 2%. Τότε, βρείτε τον πληθωρισμό που αναμένεται στην αγορά σήμερα για κάθε μια από αυτές τις 3 μελλοντικές περιόδους ξεχωριστά. Επίσης, βρείτε το συσωρευτικό πληθωρισμό από σήμερα μέχρι και το τέλος του τρίτου έτους. Στις απαντήσεις σας υποθέστε ετήσιο ανατοκισμό.

8.6 Έστω ότι επιθυμείτε να διαλέξετε μεταξύ δύο ομολόγων που λήγουν σε 5 έτη από σήμερα. Το πρώτο ομόλογο είναι μηδενικού κουπονιού και πληρώνει €2000 στη λήξη του, ενώ το δεύτερο ομόλογο πληρώνει κουπόνι €40 ετησίως, χωρίς όμως να καταβάλλει κάποιο χρηματικό ποσό στη λήξη του.

α) Εάν και τα δύο ομόλογα έχουν απόδοση στη λήξη 15%, τότε ποιες είναι οι τιμές τους σήμερα;

β) Ποιες θα είναι οι τιμές τους σε ένα χρόνο από σήμερα αν η απόδοση στη λήξη τους παραμένει 15%;

γ) Ποια είναι η ποσοστιαία απόδοση των ομολόγων αν τα κρατήσετε για ένα μόνο χρόνο και μετά τα πουλήσετε;

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΜΕ ΤΟ EXCEL

Σε αυτό το τμήμα του κεφαλαίου παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα υπολογισμού της τιμής και της απόδοσης στη λήξη ενός ομολόγου με τη χρήση του λογισμικού της Microsoft Excel. Επίσης δείχνουμε πως να υπολογίζουμε την καμπύλη των επιτοκίων για την απλή περίπτωση όπου υπάρχουν στην αγορά ομόλογα με μηδενικό κουπόνι.

Αποτίμηση του ομολόγου και υπολογισμός της απόδοσης στη λήξη

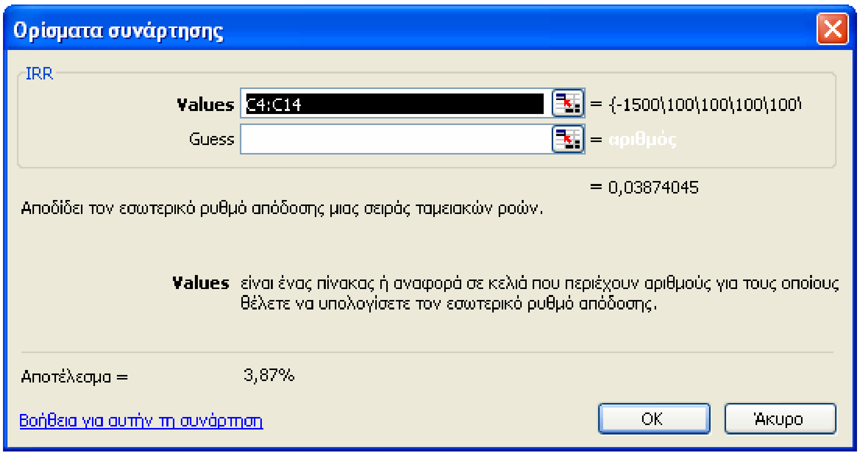
Έστω ότι την ημερομηνία 1/1/2008 πωλείται στην αγορά ένα ομόλογο ονομαστικής αξίας €1000 στην τιμή €1500 το οποίο έχει 5 έτη έως τη λήξη του. Το ομόλογο αυτό πληρώνει κουπόνι ύψους €100 ανά εξάμηνο, μετά την ημερομηνία αγοράς του. Έστω ότι γνωρίζουμε την καμπύλη των επιτοκίων της αγοράς για κάθε ένα από τα επόμενα εξάμηνα. Τα επιτόκια της καμπύλης αυτής δίνονται στη στήλη D του Πίνακα Ε.1. Με βάση αυτά, στη συνέχεια θα υπολογίσουμε τη δίκαιη τιμή ισορροπίας του ομολόγου στην αγορά και τη μέση απόδοση αυτού στη λήξη.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ε.1: Αποτίμηση ενός ομολόγου και υπολογισμός της απόδοσης του στη λήξη

	A	B	C	D	E	F
1	**Ονομαστική αξία ομολόγου**	1,000				
2						
3	Ημερομηνία	Περίοδος	Ταμειακές ροές	Προεξοφλητικό Επιτόκιο	Παρούσα αξία	
4	1/1/2008	0	-1500		-1500	
5	7/1/2008	1	100	3.0%	97.09	=C5/(1+D5)^B5
6	1/1/2009	2	100	3.5%	93.35	
7	7/1/2009	3	100	3.2%	90.98	
8	1/1/2010	4	100	3.5%	87.14	
9	7/1/2010	5	100	4.5%	80.25	
10	1/1/2011	6	100	4.0%	79.03	
11	7/1/2011	7	100	3.5%	78.60	
12	1/1/2012	8	100	2.8%	80.18	
13	7/1/2012	9	100	3.0%	76.64	
14	1/1/2013	10	1,100	2.5%	859.32	
15						
16	Δίκαιη τιμή του ομολόγου	1622.58	=SUM(E5:E14)			
17						
18						
19	IRR σε εξαμηνιαία βάση	3.87%	=IRR(C4:C14)			
20	Απόδοση στη λήξη (YTM)	7.90%	=(1+B19)^2-1			
21		7.89%	=XIRR(C4:C14;A4:A14)			

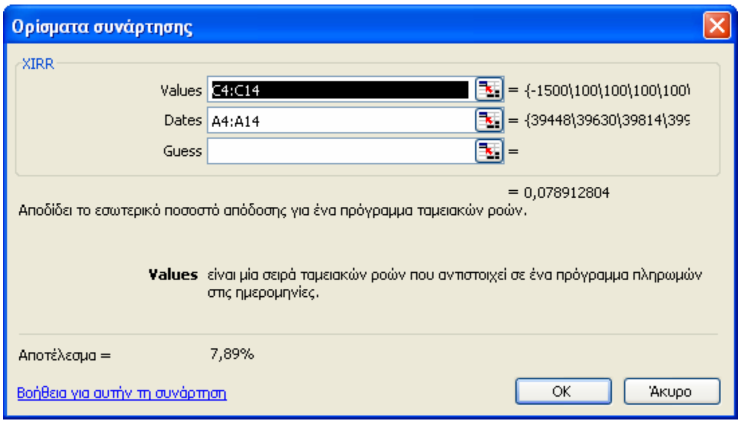
Όπως γνωρίζουμε από τη σχέση (5), η δίκαιη τιμή του ομολόγου στην αγορά υπολογίζεται ως η παρούσα αξία όλων των μελλοντικών ταμειακών ροών του, που αποτελούνται από τα κουπόνια του και την ονομαστική αξία στη λήξη του. Οι ροές αυτές δίνονται στη στήλη C του Πίνακα Ε.1. Η παρούσα αξία των ροών αυτών υπολογίζεται στη στήλη E του πίνακα, χρησιμοποιώντας το γνωστό τύπο προεξόφλησης. Η δίκαιη τιμή του ομολόγου υπολογίζεται ως το άθροισμα των παρουσών αξιών αυτών. Αυτή δίνεται στο πεδίο “B16” του Πίνακα Ε.1 και ισούται με €1622. Συγκρίνοντας την τιμή αυτή του ομολόγου με εκείνη της αγοράς του, που ανέρχεται σε €1500, παρατηρούμε ότι το ομόλογο αυτό πωλείται φθηνότερα από ό,τι πρέπει. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχουν ευκαιρίες κερδοφόρου αρμπιτράζ από την αγορά του.

Για τον υπολογισμό της απόδοσης στη λήξη του ομολόγου αυτού, θα χρησιμοποιήσουμε τη σχέση (5). Επειδή η απόδοση αυτή αποτελεί τον εσωτερικό βαθμό απόδοσης (*IRR*) της επένδυσης για το ομόλογο αυτό, για να την υπολογίσουμε θα χρησιμοποιήσουμε τη συνάρτηση “IRR” του Excel, η οποία ορίζεται στο ακόλουθο εικονίδιο:



Στο πεδίο “Values” της συνάρτησης “IRR” θα θέσουμε τις ταμειακές ροές κάθε περιόδου (εδώ εξάμηνο), ενώ στο πεδίο “Guess” την αρχική τιμή από την οποία ξεκινά ο αλγόριθμος να υπολογίζει το σωστό εσωτερικό βαθμό απόδοσης δοκιμάζοντας διάφορες τιμές. Εάν δεν προσδιορίσουμε κάποια αρχική τιμή, ο αλγόριθμος θα ξεκινήσει χρησιμοποιώντας την απόδοση 10% ως αρχική. Το αποτέλεσμα της τελικής τιμής της απόδοσης στη λήξη του ομολόγου που θα βρει ο αλγόριθμος παρουσιάζεται στο κελί B19 του Πίνακα Ε.1. Αυτή δίνεται ως 3.87% σε εξαμηνιαία βάση και εξ ορισμού, αποτελεί την απόδοση εκείνη όπου η αγοραία τιμή του ομολόγου εξισώνεται με αυτή της παρούσας αξίας των μελλοντικών ταμειακών ροών του. Για να υπολογίσουμε την απόδοση αυτή σε ετήσια βάση, στο κελί “B20” μετατρέπουμε την εξαμηνιαία απόδοση σε ετήσια χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση “=(1+B19)^2-1”. Η συνάρτηση αυτή παρέχει ακριβή υπολογισμό της απόδοσης στη λήξη του ομολόγου σε ετήσια βάση, η οποία δίνεται ως 7.80%. Σημειώστε ότι, αν για την μετατροπή της εξαμηνιαίας απόδοσης σε ετήσια είχαμε πολλαπλασιάσει την εξαμηνιαία απόδοση 2 φορές εφαρμόζοντας τη λογαριθμική προσέγγιση, τότε θα είχαμε πάρει τη μικρότερη απόδοση 7.74%. Η διαφορά ανάμεσα σε αυτή και την ακριβή της τιμή 7.80% οφείλεται στο λάθος της λογαριθμικής προσέγγισης.

Τέλος, σημειώστε ότι το Excel μας παρέχει τη δυνατότητα να υπολογίσουμε κατευθείαν την απόδοση στη λήξη ενός ομολόγου, ακόμα και εάν οι ημερομηνίες πληρωμής των κουπονιών δεν γίνονται σε τακτά χρονικά διαστήματα ίσης διάρκειας, π.χ. ανά εξάμηνο ή έτος. Αυτό μπορεί να γίνει μέσω της συνάρτησης “XIRR” που ορίζεται στο ακόλουθο εικονίδιο:



Παρατηρήστε ότι στα κελιά παραμέτρων της συνάρτησης αυτής πρέπει να συμπληρώσουμε επιπλέον το πεδίο “Dates”, σε σχέση με τη συνάρτηση “IRR”. Το πεδίο αυτό περιλαμβάνει τις ημερομηνίες που πραγματοποιούνται οι ταμειακές ροές του ομολόγου. Στο παράδειγμά μας αυτές βρίσκονται στη στήλη A του Πίνακα Ε.1. Το αποτέλεσμα της απόδοσης για το ομόλογο με βάση τη συνάρτηση “XIRR” δίνεται στο κελί “B21” του Πίνακα Ε.1. Σημειώστε ότι αυτό διαφέρει ελάχιστα από εκείνο που είχαμε υπολογίσει βασιζόμενοι στη συνάρτηση “IRR” (βλέπε Πίνακα Ε.1). Αυτό συμβαίνει γιατί η συνάρτηση “XIRR” λαμβάνει υπόψη της τον ακριβή αριθμό ημερών που πραγματοποιούνται πληρωμές εντός του έτους.

Υπολογισμός της καμπύλης των επιτοκίων

Για να υπολογίσουμε την καμπύλη των επιτοκίων στο τμήμα αυτό του παραρτήματος, θα χρησιμοποιήσουμε τις τιμές 20 ομολόγων χωρίς κουπόνι που παρατηρούνται στην αγορά την ημερομηνία 1/1/2008. Οι τιμές των ομολόγων αυτών και οι χρονικές περίοδοι έως τη λήξη τους δίνονται στις στήλες C και D αντίστοιχα του Πίνακα Ε.2. Από τις τιμές των ομολόγων αυτών μπορούμε να εξαγάγουμε την καμπύλη των επιτοκίων $r_t(\tau)$ $(\tau = 1,2,...,n)$ χρησιμοποιώντας τη σχέση $r_t(\tau) = \left(\dfrac{M}{B_t^{zc}(\tau)}\right)^{1/\tau} - 1$. Η σχέση αυτή προκύπτει από τον τύπο της τιμής ενός ομολόγου με μηδενικό κουπόνι λήξης *τ*-περιόδων από την τρέχουσα περίοδο t, δηλαδή $B_t^{zc}(\tau) = \dfrac{M}{(1+r_t(\tau))^{\tau}}$, για $\tau = 1,2,...,n$. Θυμηθείτε ότι η καμπύλη των επιτοκίων περιλαμβάνει ως επιτόκια τους προεξοφλητικούς όρους των ομολόγων χωρίς κουπόνι.

ΠΙΝΑΚΑΣ Ε.2: Υπολογισμός της καμπύλης των επιτοκίων

	A	B	C	D	E	F
1	Σημερινή ημερομηνία:	1/1/2008				
2						
3	Ομόλογο	Λήξη	Τιμή	Ημέρες έως τη λήξη	Απόδοση	
4	1	4/1/2008	99.23	91	3.15%	=(100/C4)^(365/D4)-1
5	2	7/1/2008	97.32	182	5.60%	
6	3	10/1/2008	95.51	274	6.31%	
7	4	1/1/2009	94.00	366	6.37%	
8	5	4/1/2009	92.35	456	6.58%	
9	6	7/1/2009	90.47	547	6.91%	
10	7	10/1/2009	88.81	639	7.01%	
11	8	1/1/2010	87.05	731	7.17%	
12	9	4/1/2010	85.27	821	7.34%	
13	10	7/1/2010	83.73	912	7.37%	
14	11	10/1/2010	81.94	1004	7.51%	
15	12	1/1/2011	79.95	1096	7.74%	
16	13	4/1/2011	78.03	1186	7.93%	
17	14	7/1/2011	76.06	1277	8.14%	
18	15	10/1/2011	74.43	1369	8.19%	
19	16	1/1/2012	72.69	1461	8.30%	
20	17	4/1/2012	71.15	1552	8.33%	
21	18	7/1/2012	69.47	1643	8.43%	
22	19	10/1/2012	67.75	1735	8.54%	
23	20	1/1/2013	65.81	1827	8.72%	

Για τον υπολογισμό της καμπύλης των επιτοκίων, θα θεωρήσουμε ότι οι προθεσμίες τους μετρώνται ως ποσοστά ημερών του συνόλου των ημερών του έτους. Ως παράδειγμα, για το ομόλογο "1" η προθεσμία του επιτοκίου και της λήξης του ομολόγου μετράται ως τ=91/365 ημέρες. Η απόδοση για το ομόλογο αυτό δίνεται στο κελί "E4" του Πίνακα Ε.2 και υπολογίζεται χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση "=(100/C4)^(365/D4)-1". Εφαρμόζοντας τη συνάρτηση αυτή για τα υπόλοιπα ομόλογα εξάγεται η καμπύλη των επιτοκίων για όλα τα διαστήματα ημερών που δίνονται στη στήλη C (βλέπε στήλη D). Αυτά παρουσιάζονται γραφικά στο Διάγραμμα Ε.1, που δίνεται παρακάτω. Όπως φαίνεται από αυτό, η καμπύλη των επιτοκίων του παραδείγματός μας έχει θετική κλίση. Αυτή μπορεί να αποδοθεί σε προβλέψεις της αγοράς για άνοδο του βραχυπρόθεσμου επιτοκίου στο μέλλον.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ Ε.1: Η καμπύλη των επιτοκίων