

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ 2
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ 2001

Να απαντηθεί μια από τις δυο ερωτήσεις.

1. Θεωρούμε οικονομία με δυο παίκτες, Α και Β, και δυο αγαθά, ένα δημόσιο και ένα ιδιωτικό. Το δημόσιο παράγεται από το ιδιωτικό με συνάρτηση παραγωγής $q = \alpha x$, όπου το α είναι θετική σταθερά. Ο παίκτης Α διαθέτει μια μονάδα του ιδιωτικού αγαθού μόνο, και οι προτιμήσεις του μεταξύ κατανάλωσης του ιδιωτικού αγαθού x_A και συνολικής ποσότητας του δημόσιου αγαθού q περιγράφονται από τη συνάρτηση χρησιμότητας $U_A(x_A, q) = \log x_A + \log q$. Ο παίκτης Β διαθέτει δυο μονάδες του ιδιωτικού αγαθού μόνο, και οι προτιμήσεις του περιγράφονται από την $U_B(x_B, q) = x_B + q$. Οι παίκτες παραγγέλλουν από την επιχείρηση που παράγει το δημόσιο αγαθό ποσότητες q_A, q_B , οι οποίες και καθορίζουν την ποσότητα του δημόσιου αγαθού που θα παραχθεί: $q = q_A + q_B$. Να υπολογιστεί η ανταγωνιστική ισορροπία της οικονομίας αυτής. Να υπολογιστεί επίσης η απώλεια ευημερίας η οφειλόμενη στην ανεπαρκή παραγωγή του δημόσιου αγαθού στην ισορροπία, υπολογίζοντας το σημείο Pareto το οποίο αντιστοιχεί στην χρησιμότητα ισορροπίας ενός από τους παίκτες.

2. Θεωρούμε οικονομία με ένα καταναλωτή, μια επιχείρηση, και δυο αγαθά. Ο καταναλωτής διαθέτει μια μονάδα χρόνου, την οποία και κατανέμει μεταξύ εργασίας L και ελεύθερου χρόνου $1-L$. Οι προτιμήσεις του μεταξύ κατανάλωσης A και εργασίας L περιγράφονται από την συνάρτηση χρησιμότητας $U = A - 0.5L^2$. Η τεχνολογία περιγράφεται από τη συνάρτηση παραγωγής $\hat{A} = \hat{L}$.

- Να υπολογιστεί το σημείο Pareto της οικονομίας αυτής.
- Έστω ότι η επιχείρηση που παράγει το A συμπεριφέρεται ως μονοπώλιο, ενώ ο καταναλωτής θεωρεί δεδομένες τις τιμές. Έστω επίσης ότι η επιχείρηση επιδοτείται με s δραχμές ανά μονάδα παραγωγής, ότι $0 \leq s \leq 1$, και ότι η επιδότηση πληρώνεται από τον καταναλωτή με εφάπαξ μεταβίβαση. Να υπολογιστεί η μονοπωλιακή ισορροπία της οικονομίας αυτής. ΥΠΕΝΘΥΜΙΣΗ: τα κέρδη της επιχείρησης αποτελούν εισόδημα για τον καταναλωτή.
- Να υπολογιστεί το ύψος της ανά μονάδα επιδότησης s το οποίο μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα ισορροπίας του καταναλωτή, και να αξιολογηθεί κατά Pareto η ισορροπία που αντιστοιχεί σε αυτό το s .

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘ.2 ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ 2001

ΔΗΜΟΣΙΑ ΑΓΑΘΑ.

Ανταγωνιστική ισορροπία

Υπάρχουν δυο περιπτώσεις, οι τιμές είναι πάντοτε $w = \alpha, p = 1$.

$\alpha < 1$. Η ισορροπία είναι $q_A = \frac{\alpha}{2}, q_B = 0, x_A = 0.5, x_B = 2, U_A = \log \frac{\alpha}{4}, U_B = 2 + \frac{\alpha}{2}$.

$\alpha > 1$. Η ισορροπία είναι $q_A=0, q_B=2\alpha, x_A=1, x_B=0, U_A=\log 2\alpha, U_B=2\alpha$

Σημεία Pareto.

Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις.

$\alpha < 2\sqrt{6} - 4$. Το σημείο Pareto είναι $x_A = \frac{2-\alpha}{4}, x_B = 2 - \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)4}, q = \frac{\alpha(2-\alpha)}{4(1-\alpha)}$,

$$U_A = \log \frac{\alpha}{1-\alpha} + 2 \log \frac{2-\alpha}{4}, U_B = 2 + \frac{\alpha}{2}.$$

$2\sqrt{6} - 4 < \alpha < 1$. Το σημείο Pareto είναι $x_A = 2.5 - \frac{2}{\alpha}, x_B = 0, q = 2 + \frac{\alpha}{2}$,

$$U_A = \log \left(2.5 - \frac{2}{\alpha} \right) + \log \left(2 + \frac{\alpha}{2} \right), U_B = 2 + \frac{\alpha}{2}$$

$\alpha > 1$. Το σημείο Pareto είναι $x_A=1, x_B=0, q=2\alpha, U_A=\log 2\alpha, U_B=2\alpha$.

ΜΟΝΟΠΩΛΙΑΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ.

Σημείο Pareto. $A=L=1, U=0.5$.

Μονοπωλιακή ισορροπία $p=1, w = \frac{1+s}{2}$ εάν $s \leq 1, w=1$ εάν $s \geq 1$.

$$\pi = \frac{(1+s)^2}{4} \text{ εάν } s \leq 1, \pi = s \text{ εάν } s \geq 1.$$

$$L = \frac{1+s}{2} \text{ εάν } s \leq 1, L = 1 \text{ εάν } s \geq 1.$$

$$A = \frac{1+s}{2} \text{ εάν } s \leq 1, A = 1 \text{ εάν } s \geq 1.$$

$$U = \frac{(1+s)(3-s)}{8} \text{ εάν } s \leq 1, U = 0.5 \text{ εάν } s \geq 1.$$

Η μεγιστοποίηση της U ως προς s δίνει $s=1, A=L=1$, δηλαδή το σημείο Pareto.