

### **ΘΕΜΑ 1**

Θεωρούμε οικονομία με δύο παίκτες ,Α και Β, και ένα αγαθό.

Οι παίκτες ζουν δύο περιόδους ,1 και 2.

Οι προτιμήσεις των παικτών δίνονται από τις συναρτήσεις

$$U_A = \ln A_1 + \ln A_2 \quad (1.1)$$

$$U_B = \ln B_1 + \ln B_2 \quad (1.2)$$

και οι περιουσίες από τα δανύσματα

$$e_A = (\alpha, 0) \quad (1.3)$$

$$e_B = (0, \beta) \quad (1.4)$$

1. Να υπολογιστεί η ανταγωνιστική ισορροπία της οικονομίας αυτής (η τυποποίηση  $p_1 = 1$  επιταχύνει τους υπολογισμούς)
2. Να υπολογιστεί το έμμεσο (τεκμαιρόμενο) επιτόκιο ισορροπίας  $r$ . Σε ποιες περιπτώσεις είναι αρνητικό?
3. Εστω ότι  $\alpha = 10, \beta = 1$ . Να υπολογιστεί η ισορροπία εθελουσίας ανταλλαγής υπό τον έλεγχο τιμών  $r = 0$ , και να αξιολογηθεί με το κριτήριο pareto.

### **ΘΕΜΑ 2**

Θεωρούμε οικονομία με δύο παίκτες ,1 και 2 , δύο αγαθά,  $A, L$ , και μια επιχείρηση. Οι προτιμήσεις των παικτών δίνονται από

$$U_1 = A_1 - L_1^2, \quad U_2 = A_2$$

Ο παίκτης 1 έχει μια μονάδα του αγαθού  $L$  (η μεταβλητή  $L_1$  είναι η προσφορά εργασίας του παίκτη 1). Ο παίκτης 2 είναι ιδιοκτήτης της επιχείρησης. Αυτές είναι οι μονές πηγές εισοδήματος των παικτών. Το αγαθό  $A$  παράγεται από το  $L$  με συνάρτηση παραγωγής  $\hat{A} = 2\hat{L}$ . Ο παίκτης 1 επιβαρύνεται με φόρο  $t$  ανά μονάδα εισοδήματος, όπου  $0 < t < 1$ . Τα φορολογικά έσοδα διατίθενται στον παίκτη 2 με εφάπαξ μεταβίβαση.

1. Να υπολογιστεί η ανταγωνιστική ισορροπία, και ιδιαίτερα οι χρησιμότητες ισορροπίας  $U_i(t)$  ως συναρτήσεις του  $t$ . (η τυποποίηση της τιμής του  $A$  στο 1 επιταχύνει τους υπολογισμούς).
2. Να παρασταθούν γραφικά οι συναρτήσεις  $U_1(t), U_2(t)$ .
3. Να ευρεθεί το επίπεδο εκείνο του φόρου  $t_{\max}$  για το οποίο και οι δύο παίκτες συμφωνούν ότι θα πρέπει να είναι το ανώτατο.
4. Να αξιολογηθεί η ισορροπία με το κριτήριο pareto.

## ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ 1

1. Συναρτήσεις ζήτησης ( $p_1 = 1, p_2 = p$ )

$$A = \left( \frac{\alpha}{2}, \frac{\alpha}{2p} \right) \quad (1.5)$$

$$B = \left( \frac{p\beta}{2}, \frac{\beta}{2} \right) \quad (1.6)$$

συνθηκες ισορροπιας

$$\begin{aligned} A_1 + B_1 &= \alpha \\ A_2 + B_2 &= \beta \end{aligned} \quad (1.7)$$

Τιμες ισορροπιας

$$p = \frac{\alpha}{\beta} \quad (1.8)$$

ποσοτητες ισορροπιας

$$A = \left( \frac{\alpha}{2}, \frac{\beta}{2} \right) = B \quad (1.9)$$

2. εμμεσο επιτοκιο

$$r = \frac{p_1}{p_2} - 1 = \frac{1}{p} - 1 = \frac{\beta}{\alpha} - 1 \quad (1.10)$$

3.  $r = 0$  σημαίνει  $p = 1$ . οι ποσοτητες που θα ανταλλαγουν είναι

$$Q_1 = \min(\text{supply}, \text{demand}) = \min(10 - A_1, B_1) = \min\left(5, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

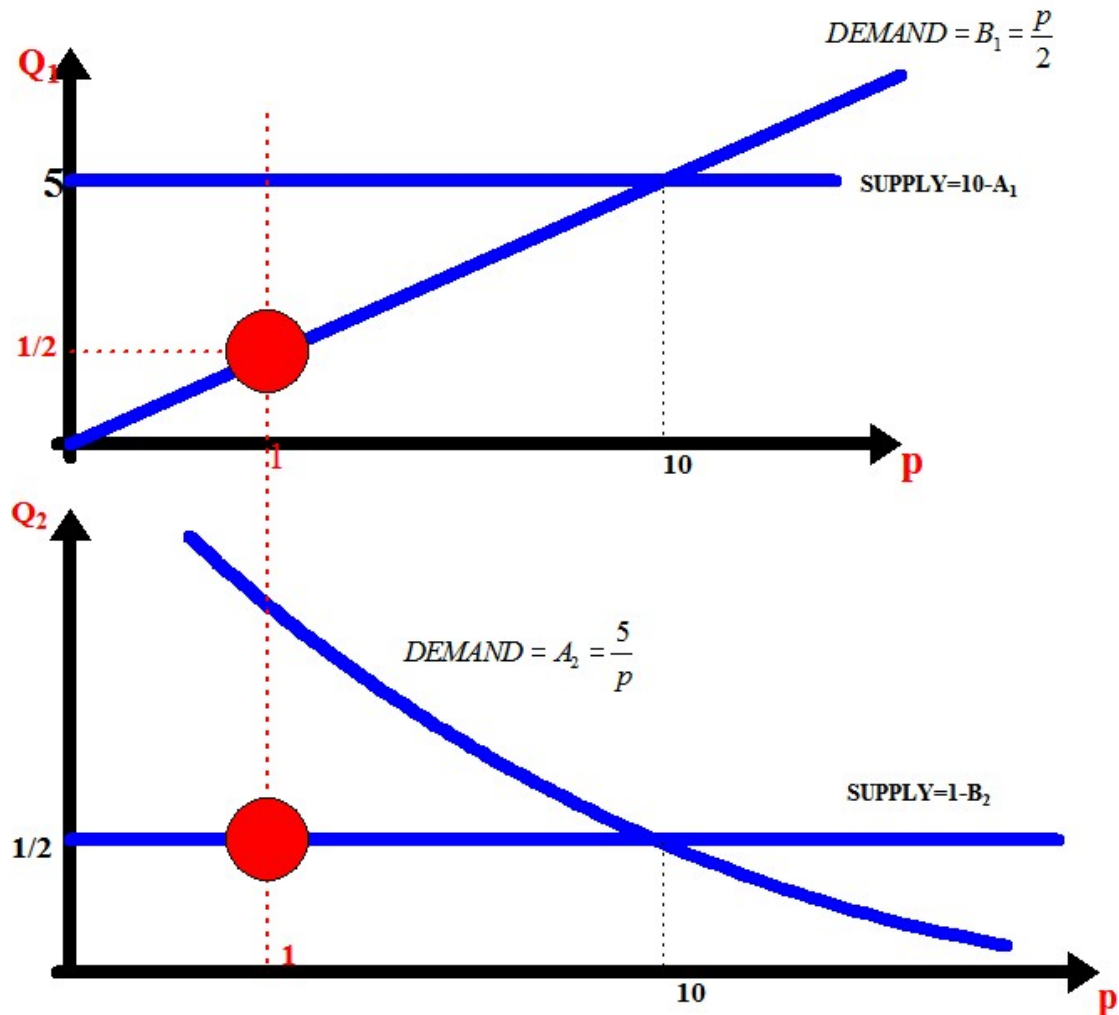
$$Q_2 = \min(\text{supply}, \text{demand}) = \min(1 - B_2, A_2) = \min\left(\frac{1}{2}, 5\right) = \frac{1}{2}$$

οι ποσότητες ισορροπίας είναι

$$\hat{A} = (A_1, Q_2) = (5, \frac{1}{2}) \quad (1.11)$$

$$\hat{B} = (Q_1, B_2) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}) \quad (1.12)$$

η ισορροπία είναι σπαταλη, όπως δείχνει η σύγκριση της 1.5 με τις 1.7 και 1.8



## ΘΕΜΑ 2

Τιμές  $p = 1, w$

Εισοδηματικοί περιορισμοί

$$A_1 \leq wL_1 - twL_1$$

$$A_2 \leq twL_1$$

συναρτήσεις προσφοράς -ζήτησης

$$L_1 = \begin{cases} \frac{w(1-t)}{2} & w \leq \frac{2}{1-t} \\ 1 & w \geq \frac{2}{1-t} \end{cases} \quad (1.13)$$

$$A_1 = w(1-t)L_1$$

$$A_2 = twL_1 \quad (1.14)$$

$$\hat{L} = \begin{cases} \begin{matrix} \infty & w < 2 \\ \geq 0 & w = 2 \\ 0 & w < 2 \end{matrix} \end{cases} \quad (1.15)$$

$$\hat{A} = 2\hat{L}$$

Συνθηκες ισορροπιας

$$A_1 + A_2 = \hat{A} = 2\hat{L} \quad (1.16)$$

$$L_1 = \hat{L}$$

Τιμες ισορροπιας

$$w = 2 \quad (1.17)$$

Ποσοτητες ισορροπιας

$$A_1 = 2(1-t)^2, L_1 = 1-t \quad (1.18)$$

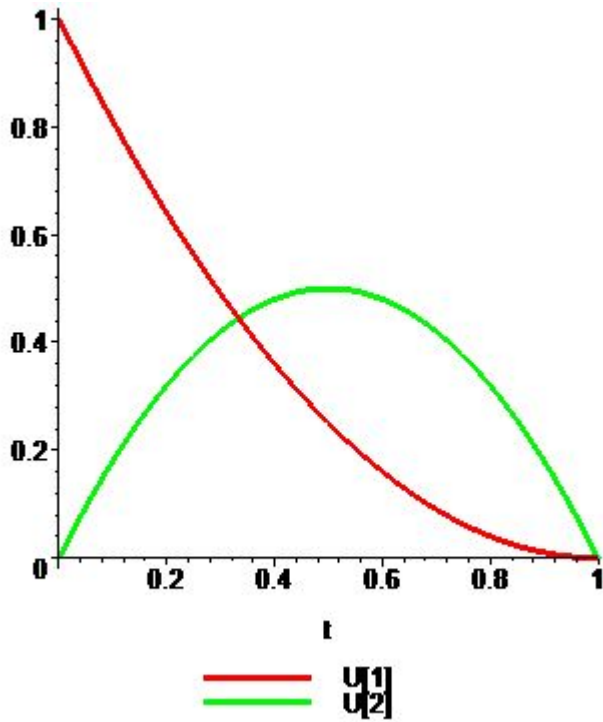
$$A_2 = 2t(1-t)$$

Χρησιμοθητες ισορροπιας

$$U_1(t) = (1-t)^2, U_2(t) = 2t(1-t) \quad (1.19)$$

$t_{\max} = \frac{1}{2}$ , γιατι και οι δυο συναρτησεις οφελους ειναι φθινουσες για

$$t \geq \frac{1}{2}.$$



4.σημεια παρετο

$$L_1 = 1, A_1 + A_2 = 2 \quad (1.20)$$

οριο παρετο

$$U_1 + U_2 = 1, -1 \leq U_1 \leq 1 \quad (1.21)$$

η σχεση των χρησιμοτηταων στην ισορροπια ειναι,απο την 1.15,

$$U_2 = 2(\sqrt{U_1} - U_1), 0 \leq U_1 \leq 1 \quad (1.22)$$

Η γραφικη παρασταση των 1.17,1.18

