

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ 2

10 Φεβρουαρίου 2003.

Να απαντηθεί μια από τις δυο ερωτήσεις

1 (Ανταγωνιστική ισορροπία με εφάπαξ μεταβιβάσεις). Έστω οικονομία με δυο παίκτες, 1 και 2, και δυο αγαθά, A και B. Οι προτιμήσεις περιγράφονται από τις συναρτήσεις

$$U_1 = A_1$$

$$U_2 = B_2 + \log A_2$$

Το αγαθό B παράγεται από το A με συνάρτηση παραγωγής  $\hat{B} = k\hat{A}$ . Το A είναι πρωτογενές

Ο παίκτης 1 είναι ιδιοκτήτης της επιχείρησης που παράγει το B. Ο παίκτης 2 έχει  $\alpha$  μονάδες του αγαθού A.

- Να υπολογιστεί η ανταγωνιστική ισορροπία της οικονομίας αυτής.
- Να υπολογιστεί η ανταγωνιστική ισορροπία με εφάπαξ μεταβιβάσεις.
- Να υπολογιστούν τα σημεία Pareto .
- Να υπολογιστούν οι εφάπαξ μεταβιβάσεις οι οποίες εξασφαλίζουν ότι στην

$$\text{ισορροπία } A_1 = \frac{\alpha}{2}$$

2. (Διόρθωση ανταγωνιστικής ισορροπίας με δημόσια αγαθά) Έστω οικονομία με δυο αγαθά, X και A. Το X είναι ιδιωτικό, το A είναι δημόσιο. Το A παράγεται από το

X με συνάρτηση παραγωγής  $\hat{A} = \frac{1}{2}\hat{X}$ . Οι προτιμήσεις των παικτών δίνονται από τις συναρτήσεις

$$U_1 = X_1 + \sqrt{A}$$

$$U_2 = X_2 + 2\sqrt{A}$$

Ο κάθε παίκτης έχει 100 μονάδες του αγαθού X.

- Να υπολογιστεί η ανταγωνιστική ισορροπία της οικονομίας αυτής.
- Να υπολογιστεί το σημείο Pareto που αντιστοιχεί στη χρησιμότητα ισορροπίας του παίκτη 1.
- Να υπολογιστεί η επιδότηση της παραγωγής του A η οποία καθιστά αυτό το σημείο Pareto ανταγωνιστική ισορροπία.

**1**

Ανταγωνιστική ισορροπία με εφάπαξ μεταβιβάσεις

- Τιμές  $P_A, P_B$
- Τυποποίηση  $P_B = 1$
- Εισοδήματα  $M_1 = \pi + T_1, M_2 = \alpha P_A + T_2, T_1 + T_2 = 0$
- Τιμές ισορροπίας  $P_A = k$ , από τον μηδενισμό των κερδών
- Ποσοτητες ισορροπίας

$$A_1 = \frac{T_1}{k}$$

$$(B_2, A_2) = \begin{cases} \left( \alpha k - 1 - T_1, \frac{1}{k} \right) & \text{if } 0 \leq T_1 \leq \alpha k - 1 \\ (0, \alpha k - T_1) & \text{if } \alpha k - 1 \leq T_1 \leq \alpha k \\ (0, \alpha k - T_1) & \text{if } \alpha k - 1 < 0, 0 \leq T_1 \leq \alpha k \end{cases}$$

- Η ανταγωνιστική ισορροπία αντιστοιχεί στο σημείο όπου  $T_1 = T_2 = 0$
- Τα σημεία παρετο, κατά το δεύτερο θεώρημα της ευημερίας, είναι οι ποσοτητες ανταγωνιστικής ισορροπίας με εφάπαξ μεταβιβάσεις.
- $A_1 = \frac{\alpha}{2}$  εάν  $T_1 = \frac{\alpha k}{2}$

**2**

- τιμές  $W, P$
- Τυποποίηση  $W = 1$
- Εισοδήματα  $M_i = 100$
- Τιμές ισορροπίας  $P = 2 - S$ , από τον μηδενισμό των κερδών. Η ανα μονάδα επιδότηση είναι  $S$ . Στην ισορροπία χωρίς διορθωση,  $S = 0$
- Μεγιστοποιήσεις των καταναλωτών

$$\begin{aligned} \max U_1 &= X_1 + \sqrt{A_1 + A_2} \\ X_1 + P A_1 &= 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max U_2 &= X_2 + 2\sqrt{A_1 + A_2} \\ X_2 + P A_2 &= 100 \end{aligned}$$

- Ποσοτητες ισορροπίας ( $S = 0$ )

$$A_1 = 0, A_2 = \frac{1}{4}, X_1 = 100, X_2 = 100 - \frac{1}{2}$$

$$U^E_1 = 100 + \frac{1}{2}$$

- Σημείο παρέτο που αντιστοιχεί στο  $U^E_1$

$$\max U_2 = X_2 + 2\sqrt{A}$$

$$U_1 = X_1 + \sqrt{A} \geq 100 + \frac{1}{2}$$

$$X_1 + X_2 + 2A = 200$$

Η λύση είναι  $A = \frac{9}{16}$

- Διορθωση . από τη συνθήκη μεγιστοποίησης  $\frac{1}{\sqrt{A_2}} = P = 2 - S$  του παίκτη

2, και θετώντας  $A_2 = \frac{9}{16}$ , βρίσκουμε  $S = \frac{2}{3}$