Inclass answers

Tuesday, February 28, 2017
09:57

Να απαντηθουν και τα δυο θεματα.

ΘΕΜΑ 1

Να λυθει, για ολες τις τιμες των παραμετρων, το προβλημα μεγιστοποιησης που οριζεται απο

Συναρτηση στοχου

$$f(y, x_1, x_2) = py - x_1 - wx_2 \tag{1}$$

Εφικτο συνολο

$$S = \left\{(y, x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^3 : 0 \le y \le x_1, 0 \le y \le 2x_2\right\} \tag{2}$$

Μεταβλητες y, x_1, x_2

Παραμετροι $p > 0, w > 0$

ΘΕΜΑ 2

Να λυθει, για ολες τις τιμες των παραμετρων, το προβλημα μεγιστοποιησης που οριζεται απο

Συναρτηση στοχου

$$f(x_1, x_2) = 2\sqrt{x_1} + 2\sqrt{x_2} \tag{3}$$

Εφικτο συνολο

$$S = \left\{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 : x_1 + px_2 \le p, x_1 + x_2 \ge 1, x_1 \ge 0, x_2 \ge 0\right\} \tag{4}$$

Μεταβλητες x_1, x_2

Παραμετροι $p > 0$

ΘΕΜΑ1

$P > 1 + w/2$: ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΟΛΙΚΟ ΜΕΓΙΣΤΟ

$P = 1 + w/2$: ΚΑΘΕ ΣΗΜΕΙΟ (y, x_1, x_2) ΠΟΥ ΙΚΑΝΟΠΟΙΕΙ

$x_1 = y = 2x_2 \geq 0$ ΕΙΝΑΙ ΟΛΙΚΟ ΜΕΓΙΣΤΟ

$p < 1 + w/2$: ΤΟ (ΜΟΝΟ) ΟΛΙΚΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΙΝΑΙ $y = x_1 = x_2 = 0$

ΘΕΜΑ 2

$p < 1$: ΤΟ (ΜΟΝΟ) ΟΛΙΚΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΙΝΑΙ $x_1 = 0, \ x_2 = 1$

$p \geq 1$: ΤΟ (ΜΟΝΟ) ΟΛΙΚΟ ΜΕΓΙΣΤΟ ΕΙΝΑΙ

$$x_1 = \frac{p^2}{1+p}, \quad x_2 = \frac{1}{1+p}$$

Takehome answers

Tuesday, February 28, 2017
10:45

ΘΕΜΑ 1

Να λυθει το προβλημα διανυσματικης μεγιστοποιησης που οριζεται απο

Συναρτηση στοχου

$$f(a_1,b_1,a_2,b_2)=(a_1b_1,a_2+b_2) \quad (1)$$

Εφικτο συνολο

$$S=\left\{(a_1,b_1,a_2,b_2)\in\mathbb{R}_+^4 : a_1+a_2\le 1, b_1+b_2\le 1\right\} \quad (2)$$

Μεταβλητες a_1,b_1,a_2,b_2

ΘΕΜΑ 2

Εστω $R_+^n \xrightarrow{F} R$ συναρτηση που οριζεται για όλα τα $x\in R^n, x\ge 0$,και ικανοποιει

$$F(0)=0, F(tx)>tF(x), \forall t>1, \forall x\ne 0 \quad (3)$$

και εστω ότι για καποιες τιμες $p>0, w_1>0,\ldots,w_n>0$,υπαρχει σημειο $a=(a_1,a_2,\ldots,a_n)\in\mathbb{R}_+^n$ τετοιο ωστε

$$pF(a)-w_1a_1-w_2a_2-\ldots-w_na_n>0 \quad (4)$$

Με αυτά τα δεδομενα,να επιλυθει το προβλημα μεγιστοποιησης που οριζεται από

Συναρτηση στοχου

$$\Pi(x)=pF(x_1,x_2,\ldots,x_n)-w_1x_1-w_2x_2-\ldots-w_nx_n \quad (5)$$

Περιορισμους $x_1\ge 0, x_2\ge 0,\ldots,x_n\ge 0$

Μεταβλητες $x_1,x_2,\ldots,x_n$

Παραμετροι $p>0, w_1>0,\ldots,w_n>0$

ΘΕΜΑ 3

Για ποιες τιμες των παραμετρων α, β η ακολουθη συναρτηση είναι κοιλη στο συνολο $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0$?

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1 + x_2 + \beta(x_2)^2 + \alpha x_2 x_3 \tag{6}$$

ΘΕΜΑ 4

Εστω οι συναρτησεις $f(x_1, x_2) = x_1 x_2, g(x_1, x_2) = \alpha(x_2)^2 + \beta$.να υπολογιστουν οι τιμες των παραμετρων α, β για τις οποιες το συνολο

$$S = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 : f(x_1, x_2) \geq 4, g(x_1, x_2) \geq 0, x_1 \geq 0\} \tag{7}$$

ειναι κυρτο.

ΘΕΜΑ 1: $b_1 = a_1$, $b_2 = a_2 = 1 - a_1$, $0 \leq a_1 \leq 1$

ΘΕΜΑ 2: ΔΕΝ ΥΠΑΡΧΕΙ ΟΛΙΚΟ ΜΕΓΙΣΤΟ

ΘΕΜΑ 3: Η f ΕΙΝΑΙ ΚΟΙΛΗ ΕΑΝ ΚΑΙ ΜΟΝΟ $\alpha = 0$, $\beta \leq 0$

ΘΕΜΑ 4: ΤΟ S ΕΙΝΑΙ ΚΥΡΤΟ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ α, β