

ΘΕΜΑ 1

Να υπολογιστούν, για όλες τις τιμές των παραμέτρων, τα διανυσματικά μέγιστα (άριστα κατά παρετο σημεία) του ακόλουθου προβλήματος

συνάρτηση στόχου

$$f(A_1, A_2, B_1, B_2) = \begin{bmatrix} \log A_1 + 3 \log A_2 \\ 2B_1 + B_2 \end{bmatrix}$$

Εφικτό σύνολο

$$S = \{(A_1, A_2, B_1, B_2) \in \mathbb{R}_+^4 : A_1 + B_1 \leq \theta_1, A_2 + B_2 \leq \theta_2\}$$

Μεταβλητές A_1, A_2, B_1, B_2

Παράμετροι $\theta_1 > 0, \theta_2 > 0$

ΘΕΜΑ 2

Να υπολογιστούν, και να παρασταθούν γραφικά, οι καμπύλες αδιαφορίας και τα υπέρτερα σύνολα, των ακόλουθων συναρτήσεων. Ποιες από αυτές τις συναρτήσεις είναι κοίλες ή οιονει κοίλες?

- $f(x, y) = x + \sqrt{y}, c = 4$
- $f(x, y) = x + y^2, c = 4$
- $f(x, y) = x - \frac{1}{y}, c = 4$
- $f(x, y) = \min(x, y), c = 1$
- $f(x, y) = \max(x, y), c = 1$
- $f(x, y) = \min(x/4 + 1, y + 2), c = 3$
- $f(x, y) = \max(2x/3, 3y/2), c = 1$
- $f(x, y) = \min(x/4 + y - 1, x + y - 2, x, y), c = 1/2, 2, 4$
- $f(x, y) = \min(x, y, \frac{x^2 + y^2}{8}), c = 1$
- $f(x, y) = \min(\max(x, y), \max(2x/3, 3y/2)), c = 1$
- $f(x, y) = -(x-3)^2 - (y-3)^2, c = -4$

ΘΕΜΑ 3

Να υπολογιστούν τα μέγιστα του ακόλουθου προβλήματος

συνάρτηση στόχου $f(x) = 3(2\sqrt{x+1} - 2) - 9x$

περιορισμοί $x \geq 0$

Μεταβλητές x

ΘΕΜΑ 4

συνάρτηση στόχου $U(x_1, x_2) = 4 - \frac{1}{2}(x_1 - 3)^2 - \frac{1}{2}(x_2 - 5)^2$

περιορισμοί $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1 + x_2 \leq 20$

Μεταβλητές x_1, x_2

ΘΕΜΑ 5

Να υπολογιστούν τα μέγιστα του ακόλουθου προβλήματος

συνάρτηση στόχου $f(x) = \prod_{i=1}^n x_i - \sum_{i=1}^n w_i x_i$

περιορισμοί $x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$

Μεταβλητές x_1, \dots, x_n

Παράμετροι w_1, \dots, w_n

Συνθήκες επι των παραμέτρων $w_1 > 0, \dots, w_n > 0$

