

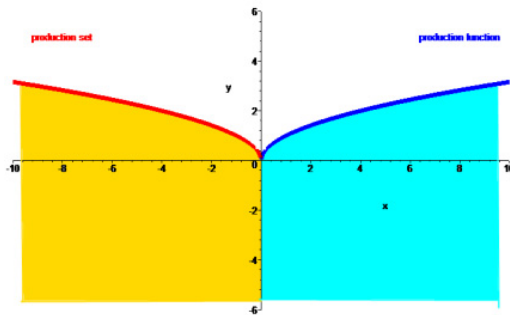
Τα συνολα παραγωγης ειναι ενας τροπος περιγραφης της τεχνολογιας ο οποιος

- Ειναι πιο γενικος απο τις συναρτησεις παραγωγης
- Επιτρεπει καλυτερη περιγραφη των τεχνολογικων ιδιοτητων που ειναι σημαντικες για τα οικονομικα

### 1. ΑΠΟ ΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΣΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Η συναρτηση παραγωγης  $b = f(a), a \geq 0$  οριζει το συνολο παραγωγης

$Y = \{(-a, b) \in R^2, b \leq f(a), a \geq 0\}$ . Γεωμετρικα, για να βρουμε το συνολο παραγωγης, βρισκουμε το υπογραφημα της  $f$  και επειτα το ειδωλο του ως προς τον καθετο αξονα.



1. Καθε σημειο μεσα στο  $Y$  θεωρειται τεχνολογικα εφικτο. Καθε σημειο εξω απο το  $Y$  θεωρειται τεχνολογικα ανεφικτο.
2. Οι εισροες παριστωνται απο αρνητικους αριθμους, οι εκροες απο θετικους.
3. Ο λογος για το 2 ειναι η απλη μορφη που παιρνει η συναρτηση κερδους. Σε οποιοδηποτε εφικτο σημειο  $y = (-a, b)$ , το κερδος ειναι  $p_b b - p_a a = [p_a, p_b] \begin{bmatrix} -a \\ b \end{bmatrix} = p y$ , αρα η συναρτηση κερδους γραφεται  $\Pi(y) = p y$

### 2. ΓΕΝΙΚΟΣ ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΣΥΝΟΛΟΥ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

Οριζεται ως καποιο υποσυνολο  $Y \subset R^L$ , οπου  $L$  ο αριθμος των αγαθων. Τα σημεια  $y \in Y$  ειναι τα τεχνολογικα εφικτα διανυσματα εισρων-εκρων

### 3. ΤΟ ΣΥΝΟΛΟ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΠΙΤΡΕΠΕΙ ΤΗΝ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΠΕΡΙΣΣΟΤΕΡΩΝ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΩΝ

, οπως

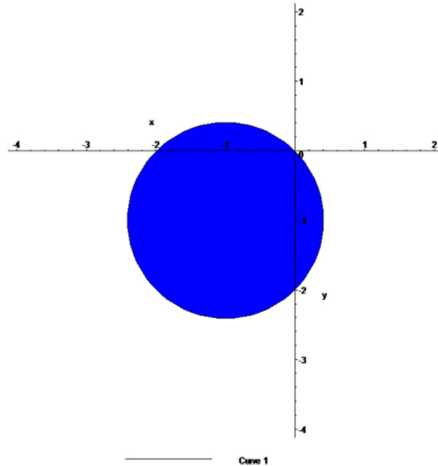
- Πολλες εκροες  $Y = \{(-a, -b, c, d) \in R^4, c \leq 2a, d \leq 5b, a \geq 0, b \geq 0\}$

- Απο κοινου παραγωγη(joint production)

$$Y = \{(-a, -b, c, d) \in \mathbb{R}^4, c \leq 2a + 3b, d \leq a + 5b, a \geq 0, b \geq 0\}$$

- Τεχνολογιες οπου καποια αγαθα μπορουν να ειναι αλλοτε εισροες και αλλοτε εκροες

$$Y = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2, (a+1)^2 + (b+1)^2 \leq 2\}$$



#### 4. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΩΝ ΣΥΝΟΛΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΠΟΥ ΘΑ ΥΠΟΘΕΤΟΥΜΕ ΠΑΝΤΑ

1.  $Y \cap \mathbb{R}_+^L = \{0\}$

Η ιδιοτητα αυτη σημαινει οτι δεν υπαρχει παραγωγη χωρις εισροες ( $y \in Y, y \neq 0 \Rightarrow \exists i, y_i < 0$ ). Γεωμετρικα, το συνολο παραγωγης δεν συναντα το πρωτο τεταρτημοριο παρα μονο στο 0.

2.  $Y \cap (-Y) = \{0\}$

Η ιδιοτητα αυτη σημαινει οτι η παραγωγη δεν ειναι αντιστρεψιμη, δηλαδη οτι δεν μπορουμε να χρησιμοποιησουμε τις εκροες για να ανακτησουμε τις εισροες.

3. Το  $Y$  ειναι κλειστο συνολο

4.  $0 \in Y$

#### 5. ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΟΥ ΜΠΟΡΕΙ ΝΑ ΕΧΟΥΝ ΤΑ ΣΥΝΟΛΑ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ

5. Εαν  $y \in Y, 0 \leq t \leq 1$  τοτε  $ty \in Y$

Η ιδιοτητα αυτη ονομαζεται διαιρετοτητα (divisibility).

Σημαινει οτι αν κατι ειναι εφικτο, τοτε ειναι και εφικτο σε οσο μικροτερη κλιμακα θελουμε

6. Εαν  $u, v \in Y$  τοτε  $u + v \in Y$

Η ιδιοτητα αυτη ονομαζεται αθροιστικοτητα (additivity). Σημαινει οτι αν δυο διανυσματα εισρωων εκρωων ειναι εφικτα, τοτε ειναι και εφικτο και να τα συνδυασουμε

7. Εαν  $u, v \in Y$  και  $0 \leq t \leq 1$  τοτε  $tu + (1-t)v \in Y$

Η ιδιοτητα αυτη ονομαζεται κυρτοτητα (convexity). Σημαινει οτι οι μιξεις ποτε δεν βλαπτουν. Εαν η τεχνολογια οριζεται απο τη συναρτηση παραγωγης  $b = f(a)$ , τοτε η κυρτοτητα του συνολου παραγωγης ειναι ισοδυναμη με την κοιλοτητα της  $f$

8. Εαν  $y \in Y, 0 \leq t$  τοτε  $ty \in Y$

Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται σταθερές αποδοσεις κλίμακος (constant returns to scale). Σημαίνει ότι αν κάτι είναι εφικτό, τότε είναι και εφικτό σε οποιαδήποτε κλίμακα θέλουμε.

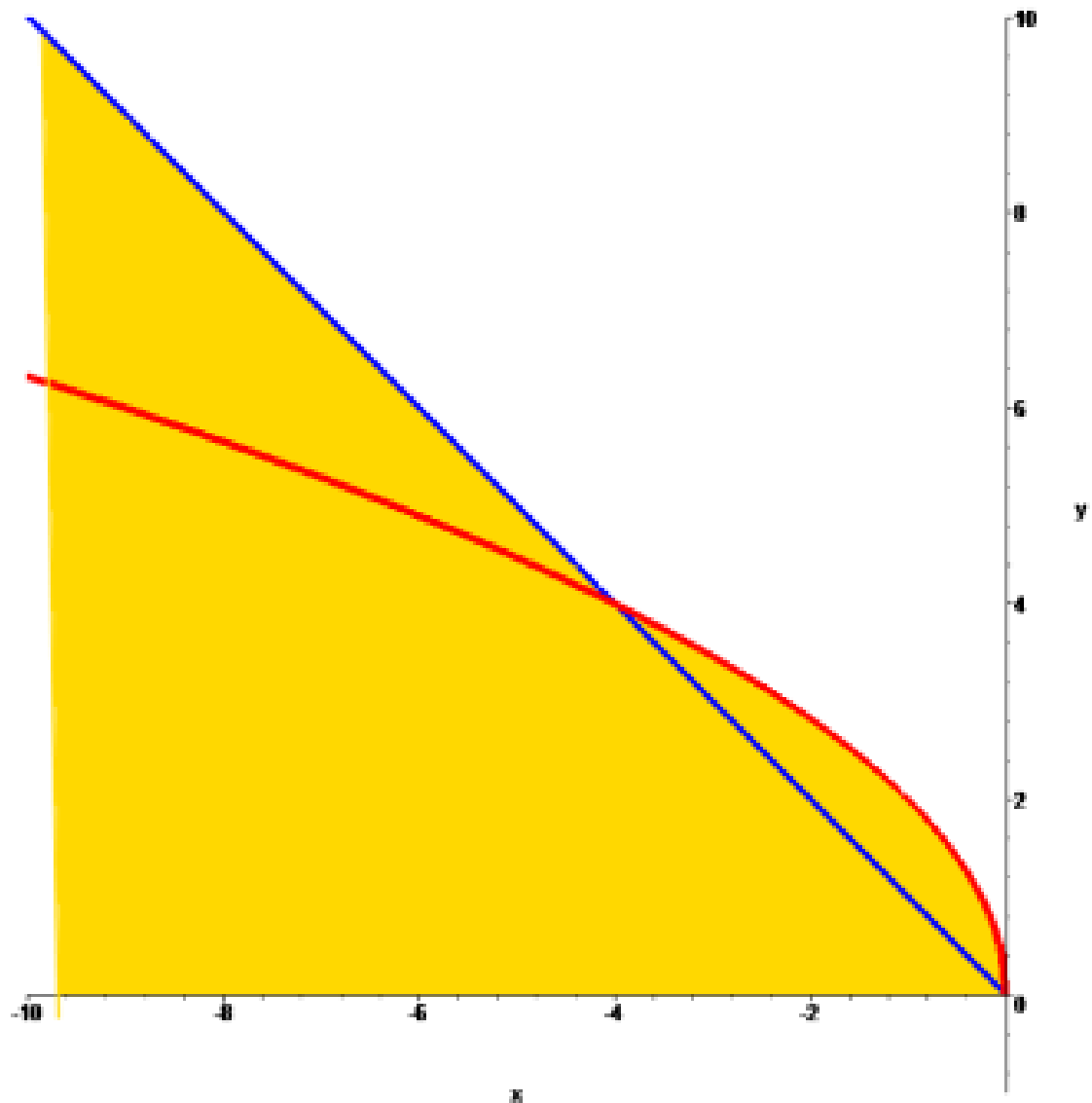
9. Εάν  $y \in Y, 1 \leq t$  τότε  $ty \in Y$

Η ιδιότητα αυτή ονομάζεται μη φθίνουσες αποδοσεις κλίμακος (nondecreasing returns to scale). Σημαίνει ότι αν κάτι είναι εφικτό, τότε είναι και εφικτό σε οποιαδήποτε μεγαλύτερη κλίμακα θέλουμε.

## 6. ΣΧΕΣΕΙΣ ΜΕΤΑΞΥ ΤΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ

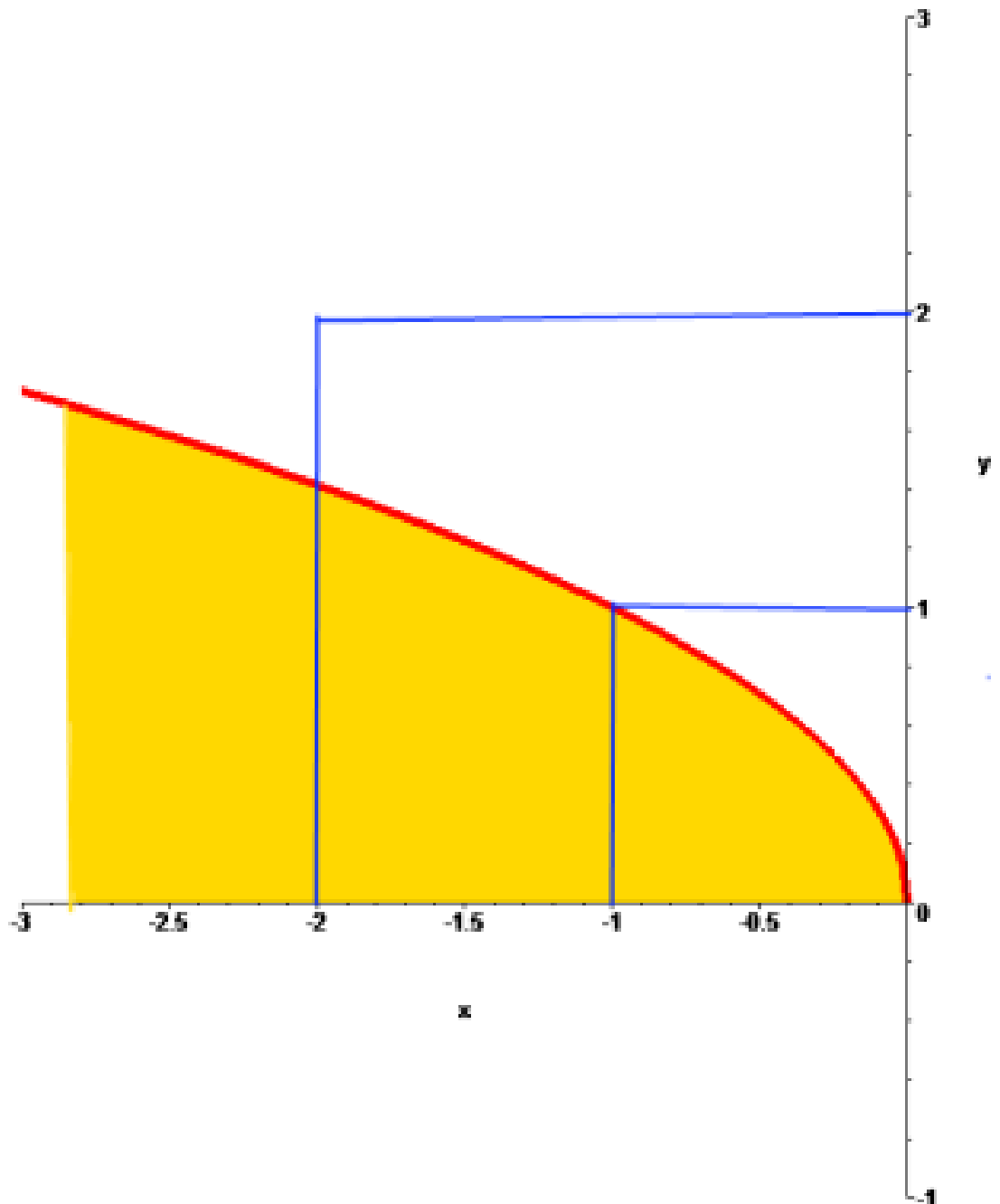
1. κυρτότητα  $\rightarrow$  διαιρετότητα, αλλά όχι αντιστρόφα

Το σύνολο  $Y = \{(-a, b), b \leq \sqrt{a}, a \geq 0\} \cup \{(-a, b), b \leq a, a \geq 0\}$  δεν είναι κυρτό αλλά ικανοποιεί την διαιρετότητα



2. σταθερες αποδοσεις κλιμακος  $\rightarrow$  κυρτοτητα, αλλα οχι αντιστροφα

Το συνολο  $Y = \{(-a, b), b \leq \sqrt{a}, a \geq 0\}$  ειναι κυρτο αλλα δεν ικανοποιει σταθερες αποδοσεις κλιμακος



Το ιδιο παραδειγμα δειχνει οτι η κυρτοτητα δεν συνεπαγεται αθροιστικοτητα

3. σταθερες αποδοσεις κλιμακος = διαιρετοτητα+αθροιστικοτητα

4. σταθερες αποδοσεις κλιμακος = μη φθινουσες αποδοσεις κλιμακος+κυρτοτητα

5.Απο την 4 συναγουμε οτι οι αυξουσες αποδοσεις κλιμακος ειναι ασυμβατες με την κυρτοτητα,και

αρα,απο την 1, με την διαιρετοτητα.Το συνολο

$Y = \{(-a, 0), 0 \leq a \leq 4\} \cup \{(-a, b), b \leq a - 4, a \geq 4\}$  δειχνει την ασυμβατοτητα

