ΒΑΣΙΚΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΠΑΡΟΧΗΣ ΚΙΝΗΤΡΩΝ

Θεωρούμε οικονομία με δυο παικτες,Α και Β, και δυο αγαθά, x, e .Το x παράγεται από το e με συνάρτηση παραγωγής $x = e$.οι προτιμήσεις των παικτών δίνονται από τις συναρτήσεις χρησιμότητας

$$u_A = x_A - \gamma e_A, \quad e_A = 0,1$$

$$u_B = x_B - \gamma e_B, \quad e_B = 0,1$$

$$0.5 \prec \gamma \prec 1$$

Α.ΠΡΟΚΑΤΑΡΚΤΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

1. ΤΙΜΕΣ p, w
2. ΤΥΠΟΠΟΙΗΣΗ $p = 1$
3. ΕΙΣΟΔΗΜΑΤΑ $M_i = we_i$
4. ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΚΕΡΔΩΝ $\pi = x - we$.οι μόνες δυνατές τιμές ισορροπίας είναι αυτές που μηδενίζουν τα κέρδη ,δηλαδή $w = 1$
5. ΜΕΓΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗ ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΩΝ

$$\max u_A = x_A - \gamma e_A$$
$$\text{subject to } x_A \le M_A = e_A$$
$$\mathrm{e_A} = 0,1$$
$$\max u_A = x_B - \gamma e_B$$
$$\text{subject to } x_B \le M_B = e_B$$
$$\mathrm{e_B} = 0,1$$

Η λύση είναι $x_i = e_i = 1$

6. ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

$$e = e_A + e_B$$
$$x = x_A + x_B$$

7. ΠΟΣΟΤΗΤΕΣ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑΣ

$$x = e = 2$$
$$u_i = 1 - \gamma$$

Η ανταγωνιστική ισορροπία ορίζει έμμεσα τα ακόλουθα συμβόλαια μεταξύ των δυο παικτών και της επιχείρησης

$$w_i(e_i) = \begin{cases} 1 \text{ if } e_i = 1 \\ 0 \text{ if } e_i = 0 \end{cases}$$

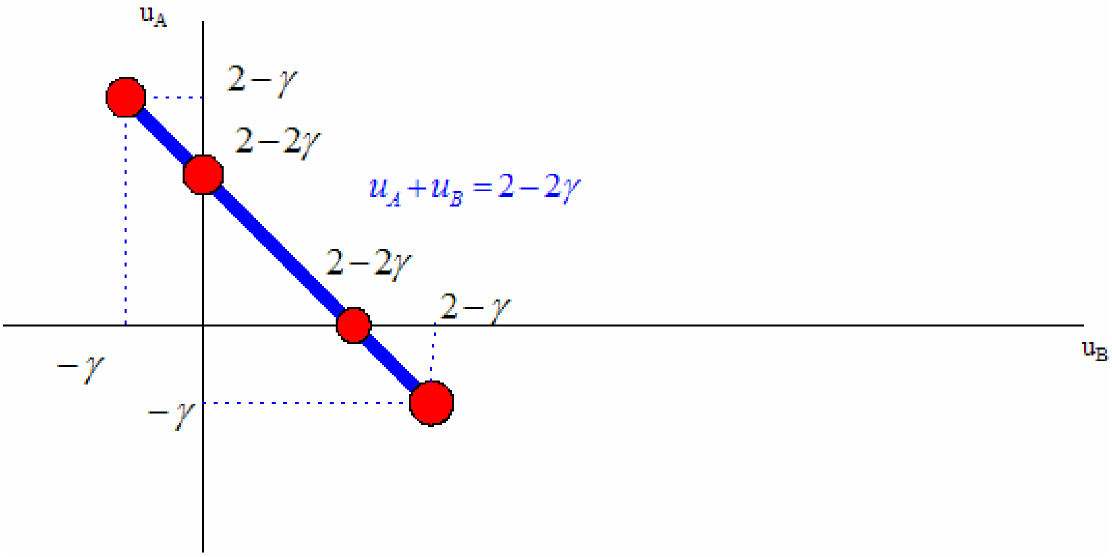
Τα συμβόλαια αυτά μεταξύ των δυο παικτών και της επιχείρησης προϋποθέτουν ότι οι ποσότητες εργασίας e_i και οι αντίστοιχες πληρωμές w_i είναι παρατηρησιμες από τα δυο συναλλασσόμενα μερη,και από ένα τρίτο, ουδέτερο παικτη,ο οποίος φροντίζει για την εφαρμογή των συμβολαίων

ΣΗΜΕΙΑ PARETO

$$\max u_A = x_A - \gamma e_A$$
$$u_B = x_B - \gamma e_B \geq \bar{u}_B$$
$$x_A + x_B = e_A + e_B$$
$$e_A, e_B = 0,1$$

η λύση είναι $e_A = e_B = 1, x_B = \gamma + \bar{u}_B, x_A = 2 - \gamma - \bar{u}_B$.

Το όριο παρετο είναι $\begin{matrix} u_A + u_B = 2 - 2\gamma \\ -\gamma \leq u_B \leq 2 - \gamma \end{matrix}$



ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ.

ΒΑΣΙΚΗ ΑΛΛΑΓΗ. Η ποσότητα εργασίας e_i ΔΕΝ είναι παρατηρησιμη και από τα δυο συναλλασσόμενα μερη,αλλα είναι γνωστή μόνο στον παίκτη i .Τα παρατηρησιμα μεγέθη είναι η παραγωγή x και οι πληρωμές w_i .Τα μόνα συμβόλαια που μπορούν να ελεγχθούν από τρίτους είναι αυτά του τύπου $w_i = w_i(x)$.

Β.ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΥΓΚΕΚΡΙΜΕΝΩΝ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ ΥΠΟ ΣΥΝΘΗΚΕΣ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗΣ ΠΛΗΡΟΦΟΡΗΣΗΣ

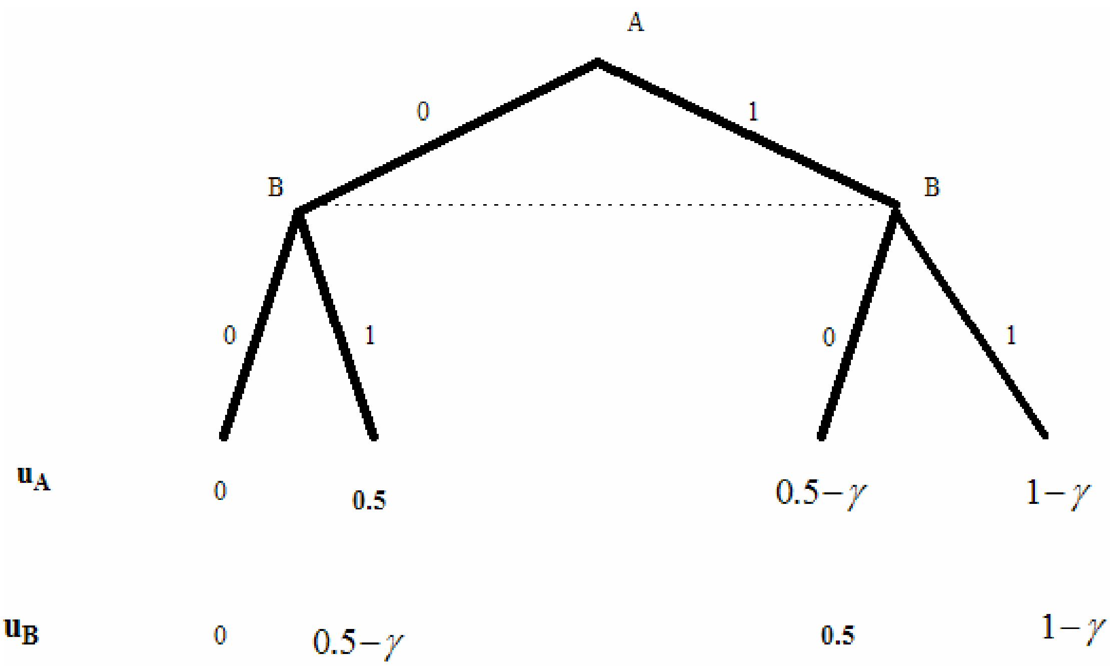
Θα αναλύσουμε τις συνέπειες του συμβολαίου $w_i(x) = \frac{x}{2}$.

1. Παίγνιο οριζόμενο από το συμβόλαιο $w_i(x) = \frac{x}{2}$.

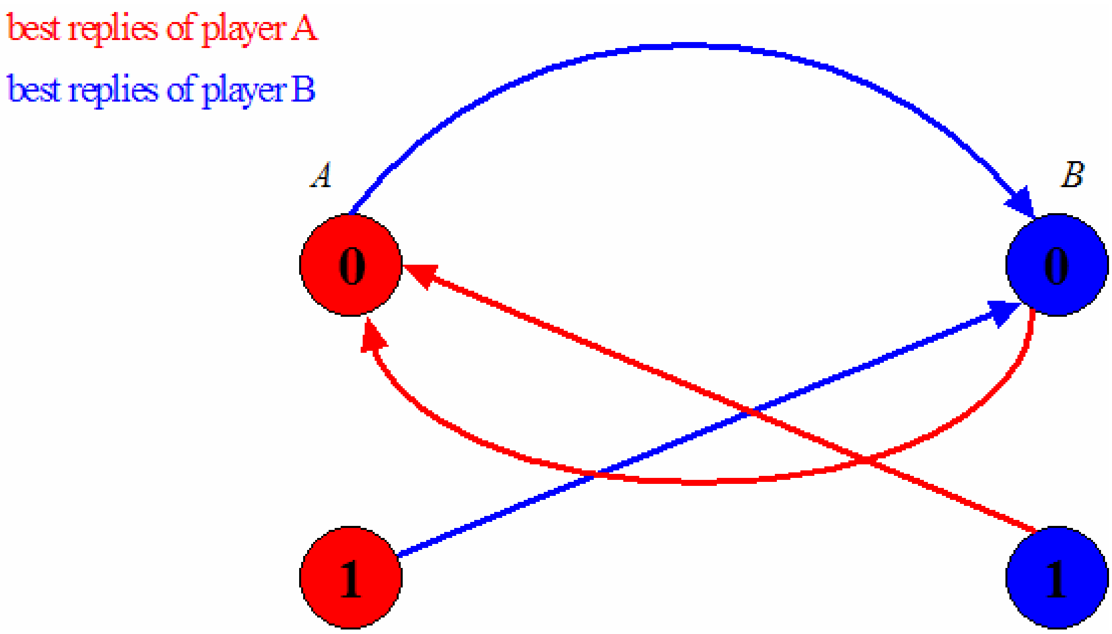
$$u_A(e_A, e_B) = w_A(e_A + e_B) - \gamma e_A = \frac{e_A + e_B}{2} - \gamma e_A$$

$$u_B(e_A, e_B) = w_B(e_A + e_B) - \gamma e_B = \frac{e_A + e_B}{2} - \gamma e_B$$

2. Γραφική παράσταση του παιγνίου



3. Γραφική παράσταση των άριστων αντιδράσεων του κάθε παίκτη.



4. Ισορροπία Nash του παιγνίου είναι το $\left(e_A = 0, e_B = 0\right)$.

   Οι αντίστοιχες ποσότητες ισορροπίας είναι $x_i = u_i = 0$

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΣΥΜΒΟΛΑΙΩΝ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΤΕΥΞΗ ΣΤΟΧΩΝ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΚΑΙ ΔΙΑΝΟΜΗΣ.

Θεωρούμε πάλι την οικονομία

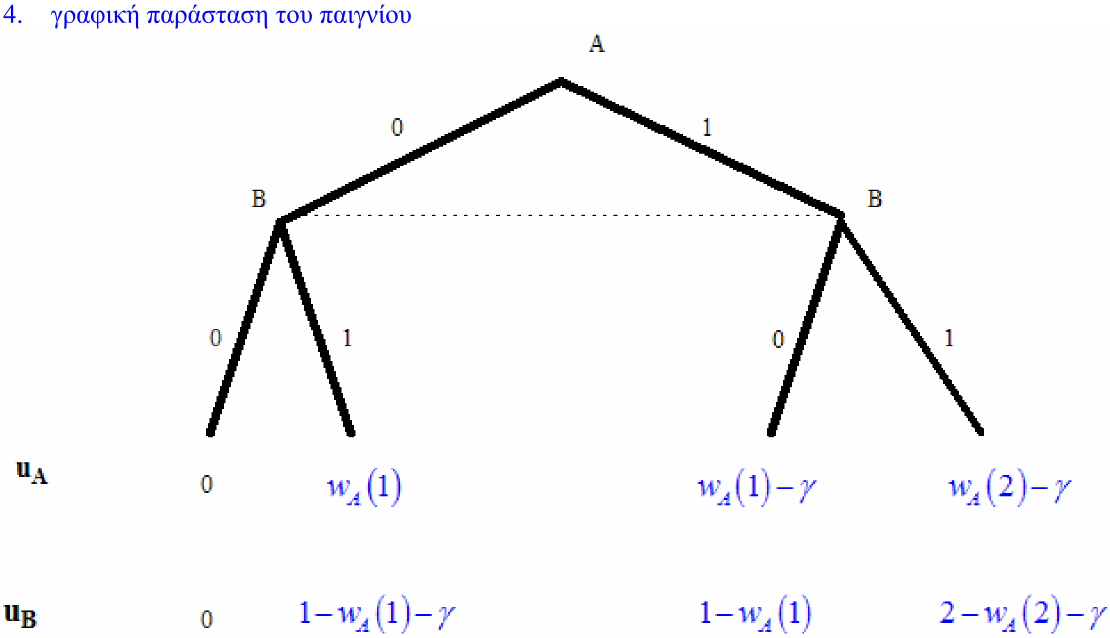
$u_A = x_A - \gamma e_A, \quad e_A = 0,1$

$u_B = x_B - \gamma e_B, \quad e_B = 0,1$

$0.5 \prec \gamma \prec 1$

με μόνη παρατηρησιμη μεταβλητή την παραγωγή x .

1. τα συμβόλαια είναι συναρτήσεις
   $w_A(x)$=αμοιβή του παίκτη A όταν η παραγωγή είναι x
   $w_B(x)$= αμοιβή του παίκτη B όταν η παραγωγή είναι x
2. Τα συμβόλαια είναι εφαρμόσιμα εκ των υστέρων όταν εξαντλούν πάντα την παραγωγή
   $w_A(x) + w_B(x) = x, \forall x$
3. παίγνιο οριζόμενο από τα συμβόλαια
   $u_A(e_A, e_B) = w_A(e_A + e_B) - \gamma e_A$
   $u_B(e_A, e_B) = w_B(e_A + e_B) - \gamma e_B = e_A + e_B - w_A(e_A + e_B) - \gamma e_B$
4. γραφική παράσταση του παιγνίου

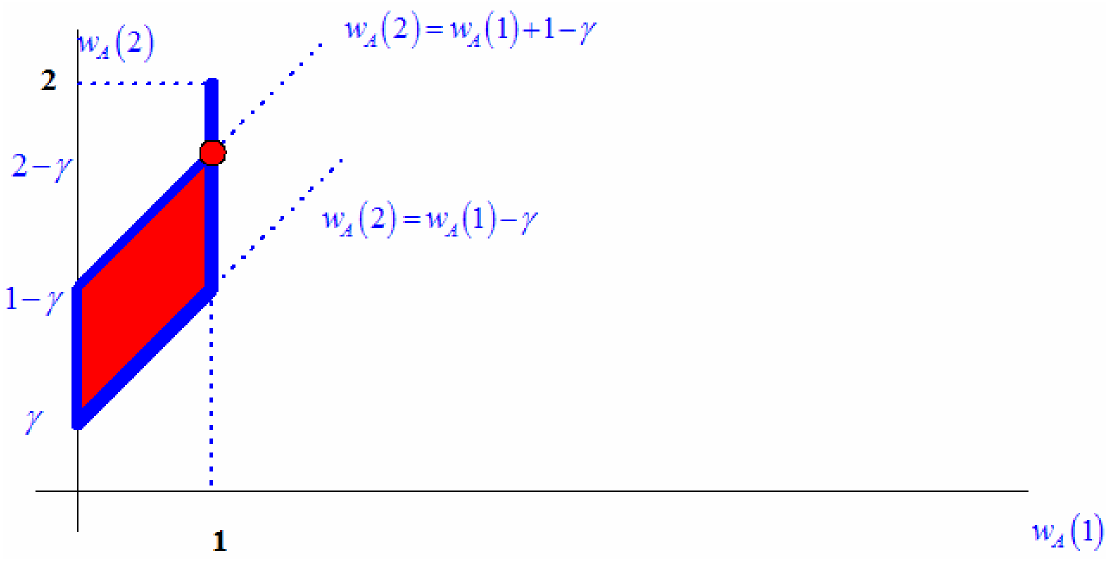


5. **<u>ΣΤΟΧΟΣ</u>** ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ $(1,1)$ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ NASH ΤΟΥ ΠΑΙΓΝΙΟΥ.Ατο απαιτεί
   $u_A(1,1) \geq u_A(0,1)$
   $u_B(1,1) \geq u_B(1,0)$
   Χρησιμοποιώντας τη γραφική παρασταση,εχουμε
   $w_A(2) - \gamma \geq w_A(1)$
   $2 - w_A(2) - \gamma \geq 1 - w_A(1)$

από τις δυο σχέσεις παίρνουμε τη βασική συνθήκη επί της ισχύος των κινήτρων

$$\boxed{\gamma \leq w_A(2) - w_A(1) \leq 1 - \gamma}$$

η συνθήκη οδηγεί στην απαίτηση $\gamma \leq 0.5$.συμπεραίνουμε ότι το $(1,1)$ είναι ***<u>συμβατό με τα κίνητρα</u>*** μόνο όταν $\gamma \leq 0.5$,και ότι τα συμβόλαια που το εξασφαλίζουν είναι(γραφικά)



lecture 3

υπολογιζουμε τα συμβολαια που κανουν τα σημεια $(0,0),(0,1)$ $(1,0),(1,1)$ ισορροπιες κατά nash,στην οικονομια

$u_A = x_A - \gamma e_A, \quad e_A = 0,1$

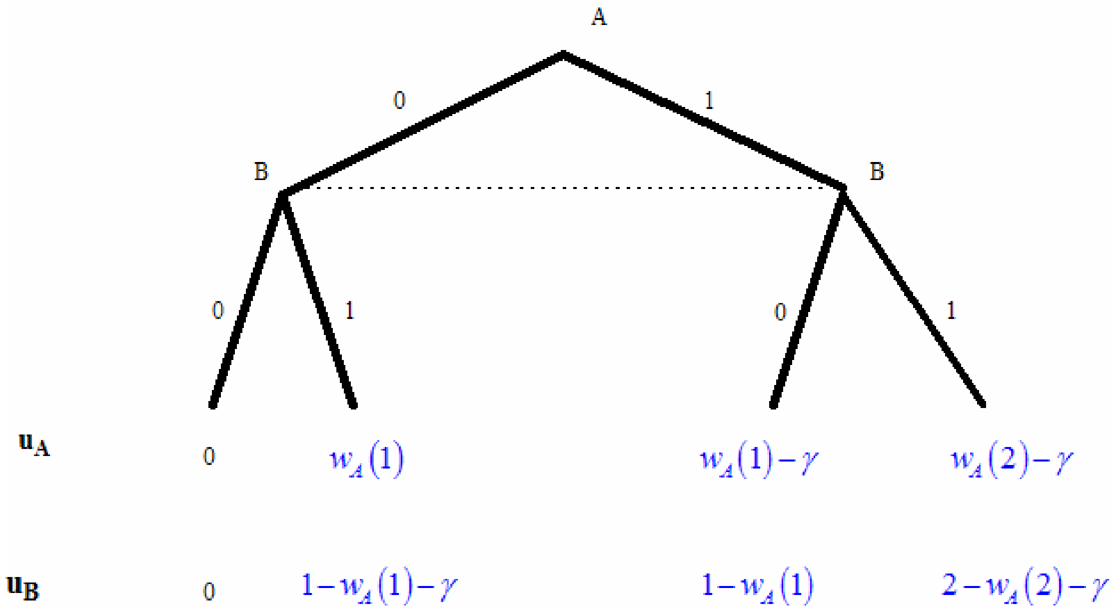
$u_B = x_B - \gamma e_B, \quad e_B = 0,1$

$0 \prec \gamma \prec 0.5$

με μόνη παρατηρησιμη μεταβλητή την παραγωγή x .

ΛΥΣΗ

6. τα συμβόλαια είναι συναρτήσεις
   $w_A(x)$=αμοιβή του παίκτη Α όταν η παραγωγή είναι x
   $w_B(x)$= αμοιβή του παίκτη Β όταν η παραγωγή είναι x
7. Τα συμβόλαια είναι εφαρμόσιμα εκ των υστέρων όταν εξαντλούν πάντα την παραγωγή
   $w_A(x)+w_B(x)=x, \forall x$
8. παίγνιο οριζόμενο από τα συμβόλαια
   $u_A(e_A,e_B)=w_A(e_A+e_B)-\gamma e_A$
   $u_B(e_A,e_B)=w_B(e_A+e_B)-\gamma e_B = e_A+e_B-w_A(e_A+e_B)-\gamma e_B$
9. γραφική παράσταση του παιγνίου



- **ΣΤΟΧΟΣ** ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ PARETO $(0,0)$ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ NASH ΤΟΥ ΠΑΙΓΝΙΟΥ.Αυτο απαιτεί

$$u_A(0,0) \geq u_A(1,0)$$
$$u_B(0,0) \geq u_B(0,1)$$

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παρασταση,εχουμε

$$0 \geq w_A(1)-\gamma$$
$$0 \geq 1-w_A(1)-\gamma$$

από τις δυο σχέσεις παίρνουμε $\boxed{1-\gamma \leq w_A(1) \leq \gamma}$,αδυνατο διοτι $\gamma \prec 0.5$

- **ΣΤΟΧΟΣ** ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ $(0,1)$ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ NASH ΤΟΥ ΠΑΙΓΝΙΟΥ.Αυτο απαιτεί

$$u_A(0,1) \geq u_A(1,1)$$
$$u_B(0,1) \geq u_B(0,0)$$

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παρασταση,εχουμε

$$w_A(1) \geq w_A(2)-\gamma$$
$$1-w_A(1)-\gamma \geq 0$$

από τις δυο σχέσεις παίρνουμε

$$\boxed{\begin{array}{l} w_A(1) \leq 1-\gamma \\ w_A(2)-w_A(1) \leq \gamma \end{array}} \qquad (1)$$

- **ΣΤΟΧΟΣ** ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ PARETO $(1,0)$ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ NASH ΤΟΥ ΠΑΙΓΝΙΟΥ.Αυτο απαιτεί

$$u_A(1,0) \geq u_A(0,0)$$
$$u_B(1,0) \geq u_B(1,1)$$

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παρασταση,εχουμε

$w_A(1) - \gamma \geq 0$

$1 - w_A(1) \geq 2 - w_A(2) - \gamma$

από τις δυο σχέσεις παίρνουμε

$$\boxed{\begin{array}{l} w_A(1) \geq \gamma \\ w_A(2) - w_A(1) \geq 1 - \gamma \end{array}} \qquad (2)$$

10. **<u>ΣΤΟΧΟΣ</u>** ΤΟ ΣΗΜΕΙΟ $(1,1)$ ΝΑ ΕΙΝΑΙ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΚΑΤΑ NASH ΤΟΥ ΠΑΙΓΝΙΟΥ.Αυτο απαιτεί

$u_A(1,1) \geq u_A(0,1)$

$u_B(1,1) \geq u_B(1,0)$

Χρησιμοποιώντας τη γραφική παρασταση,εχουμε

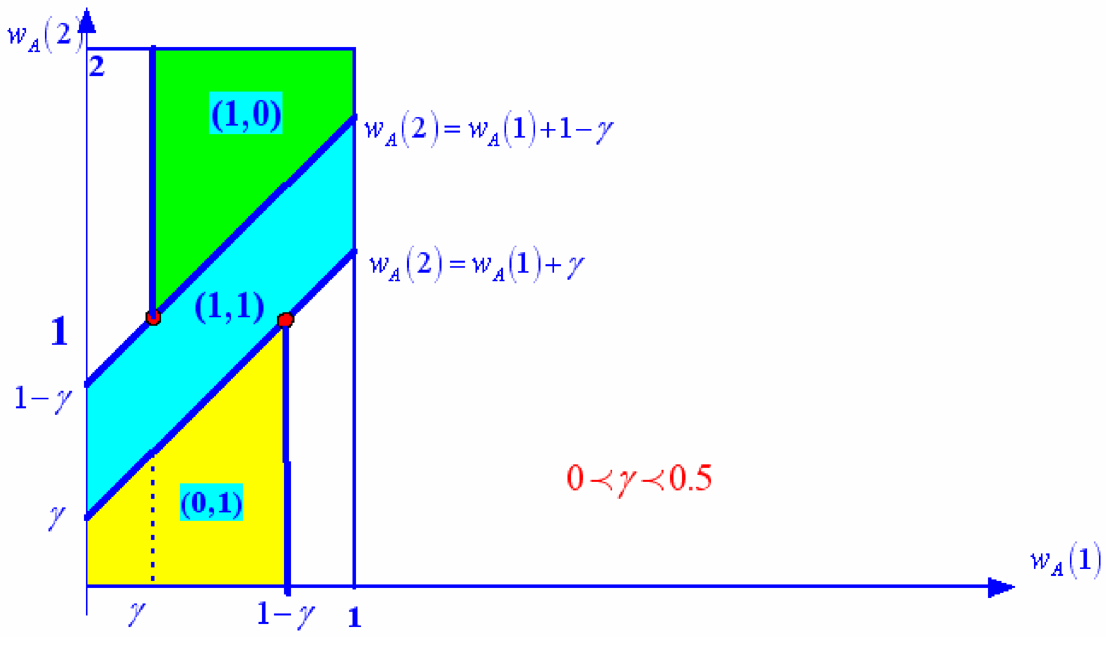
$w_A(2) - \gamma \geq w_A(1)$

$2 - w_A(2) - \gamma \geq 1 - w_A(1)$

από τις δυο σχέσεις παίρνουμε τη βασική συνθήκη επί της ισχύος των κινήτρων

$$\boxed{\gamma \leq w_A(2) - w_A(1) \leq 1 - \gamma} \qquad (3)$$

από τις 1,2, 3 εχουμε τη γρφικη παρασταση των συμβολαιων που απαιτουνται για την επιτευξη του εκαστοτε στοχου



LECTURE4

Αξιολογουμε τα σημεια ισορροπιας με το κριτηριο παρετο

- ΣΗΜΕΙΑ PARETO

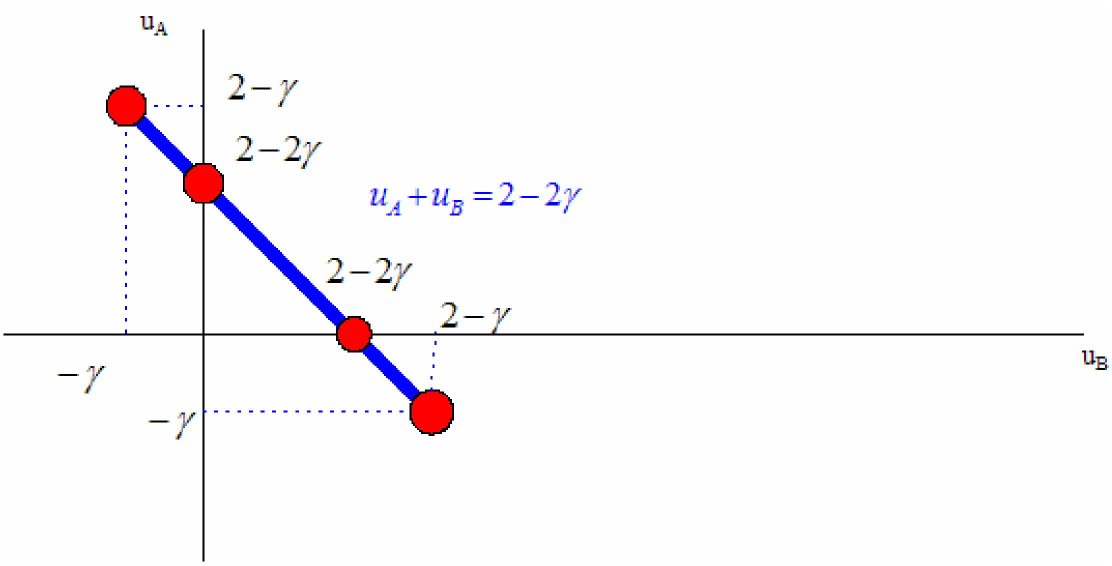
$$\max u_A = x_A - \gamma e_A$$
$$u_B = x_B - \gamma e_B \geq \bar{u}_B$$
$$x_A + x_B = e_A + e_B$$
$$e_A, e_B = 0,1$$

η λύση είναι $x_B = \gamma + \bar{u}_B$, $x_A = 2 - \gamma - \bar{u}_B$,

$$\boxed{e_A = e_B = 1} \tag{1}$$

Το όριο παρετο είναι

$$\boxed{\begin{array}{l} u_A + u_B = 2 - 2\gamma \\ -\gamma \leq u_B \leq 2 - \gamma \end{array}} \tag{2}$$



Όταν $0.5 \prec \gamma \prec 1$,τοτε το(μοναδικο)σημειο παρετο $(1,1)$ δεν είναι συμβατο με τα κινητρα.Η ασυμμετρικη πληροφορηση συνεπαγεται απωλεια αποτελεσματικοτητας .(Δεν ισχυει το πρωτο θεωρημα της ευημεριας)

Όταν $0 \prec \gamma \prec 0.5$,τοτε (διαλεξη 3) το $(1,1)$ είναι συμβατο με τα κινητρα, και επιτυγχανεται με συμβολαια που ικανοποιουν

$$\boxed{\gamma \leq w_A(2) - w_A(1) \leq 1 - \gamma} \tag{3}$$

οι χρησιμοτητες ισορροπιας που αυτά συνεπαγονται είναι

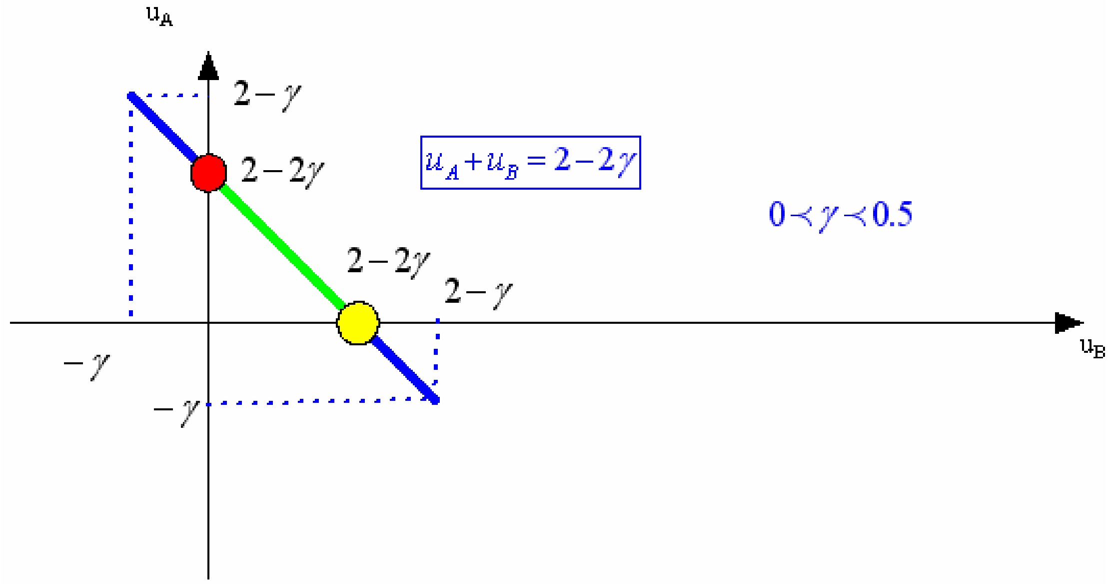
.

$$u_A = w_A(2) - \gamma$$
$$u_B = 2 - w_A(2) - \gamma \qquad (4)$$

Από την 4, $u_A + u_B = 2 - 2\gamma$ (η ισορροπια ειναι επι του οριου παρετο).Απο τις 3,4 συμπεραινουμε $u_A \geq 0, u_B \geq 0$.Αρα το οριο παρετο υπο συνθηκες ασυμμετρικης πληροφορησης και $\gamma \prec 0.5$ γινεται

$$\boxed{\begin{array}{l} u_A + u_B = 2 - 2\gamma \\ u_A \geq 0, u_B \geq 0 \end{array}} \qquad (5)$$

γραφικη παρασταση των δυο οριων (2,5) στο ιδιο σχημα



> Όταν $0 \prec \gamma \prec 0.5$,τοτε το(μοναδικο)σημειο παρετο $(1,1)$ είναι συμβατο με τα κινητρα.Η ασυμμετρικη πληροφορηση συνεπαγεται απωλεια δυνατοτητων αναδιανομης. .(Δεν ισχυει το δευτερο θεωρημα της ευημεριας)

LECTURE5

ΣΥΜΒΟΛΑΙΑ ΤΥΠΟΥ FORCING (ΠΟΥ ΔΕΝ ΕΞΑΝΤΛΟΥΝ ΠΑΝΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΓΩΓΗ)

Δίλημμα μεταξύ παροχής κίνητρων και αποτελεσματικότητας

> Όταν $0.5 \prec \gamma \prec 1$,τότε το(μοναδικό)σημείο παρετο $(1,1)$ δεν είναι συμβατό με τα κινητρα.Η ασυμμετρικη πληροφόρηση συνεπάγεται απώλεια αποτελεσματικότητας .(Δεν ισχύει το πρώτο θεώρημα της ευημερίας)

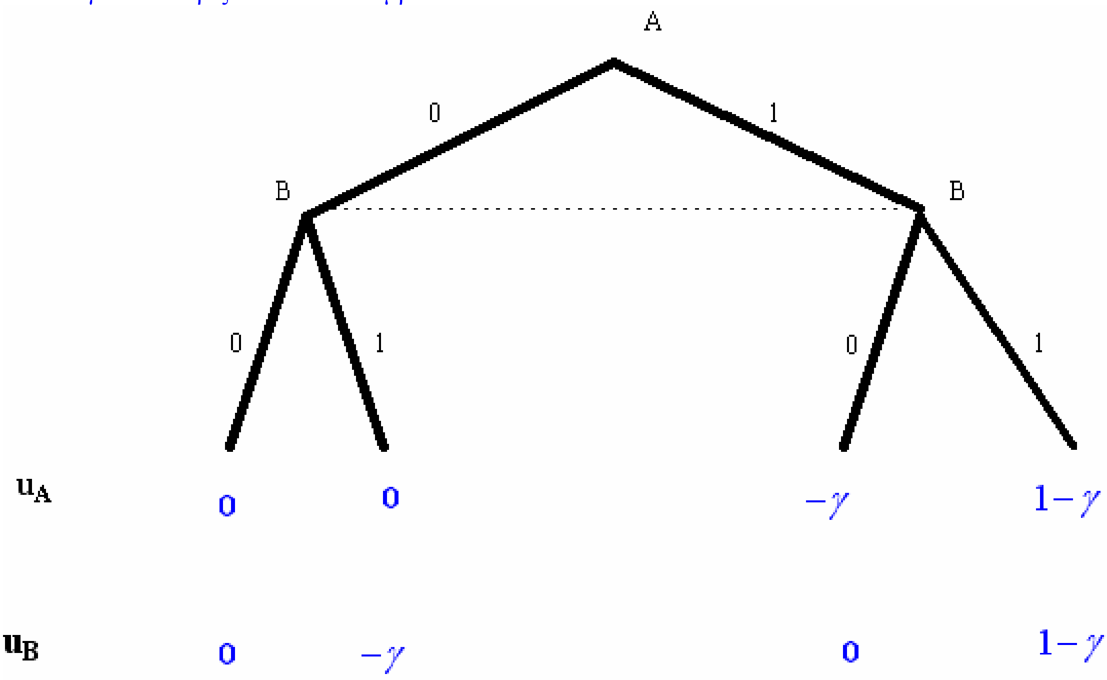
Προσπάθεια υπέρβασης του διλήμματος με

1. FORCING CONTRACTS είναι τα συμβόλαια του τύπου

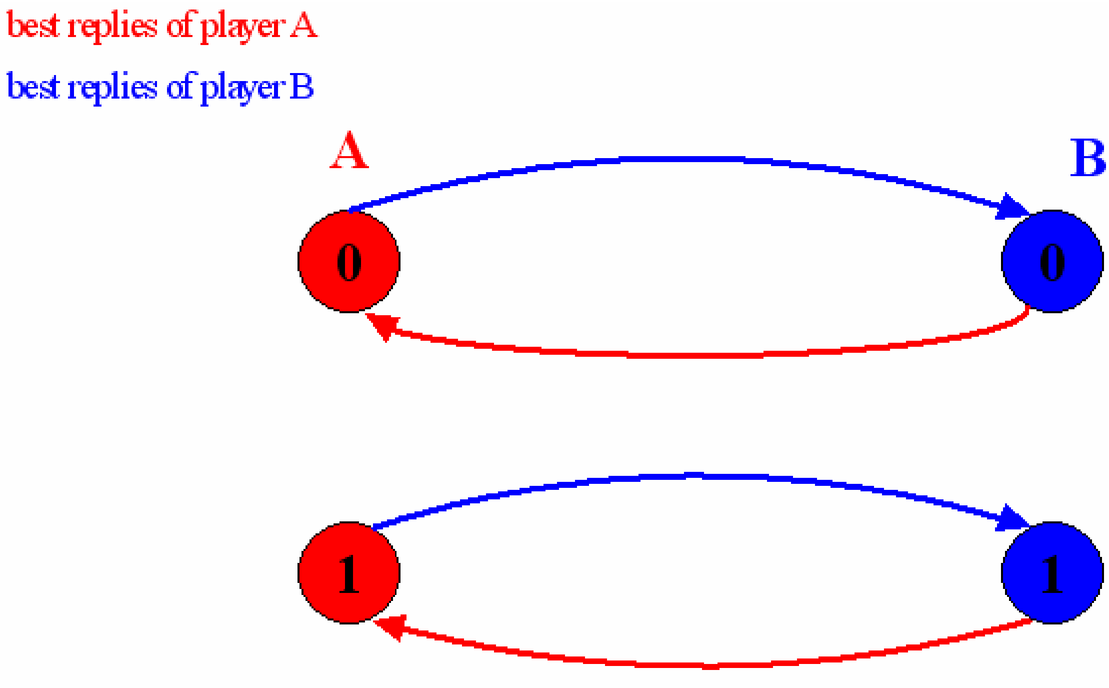
$$w_i(2) = 1$$
$$w_i(1) = 0$$

δηλαδή αυτά που προβλέπουν ότι η παραγωγή δεν μοιράζεται σε αμοιβες,εκτος εάν είναι άριστη κατά pareto

1. παιγνιο που οριζεται από το συμβολαιο



2. αριστες απαντησεις

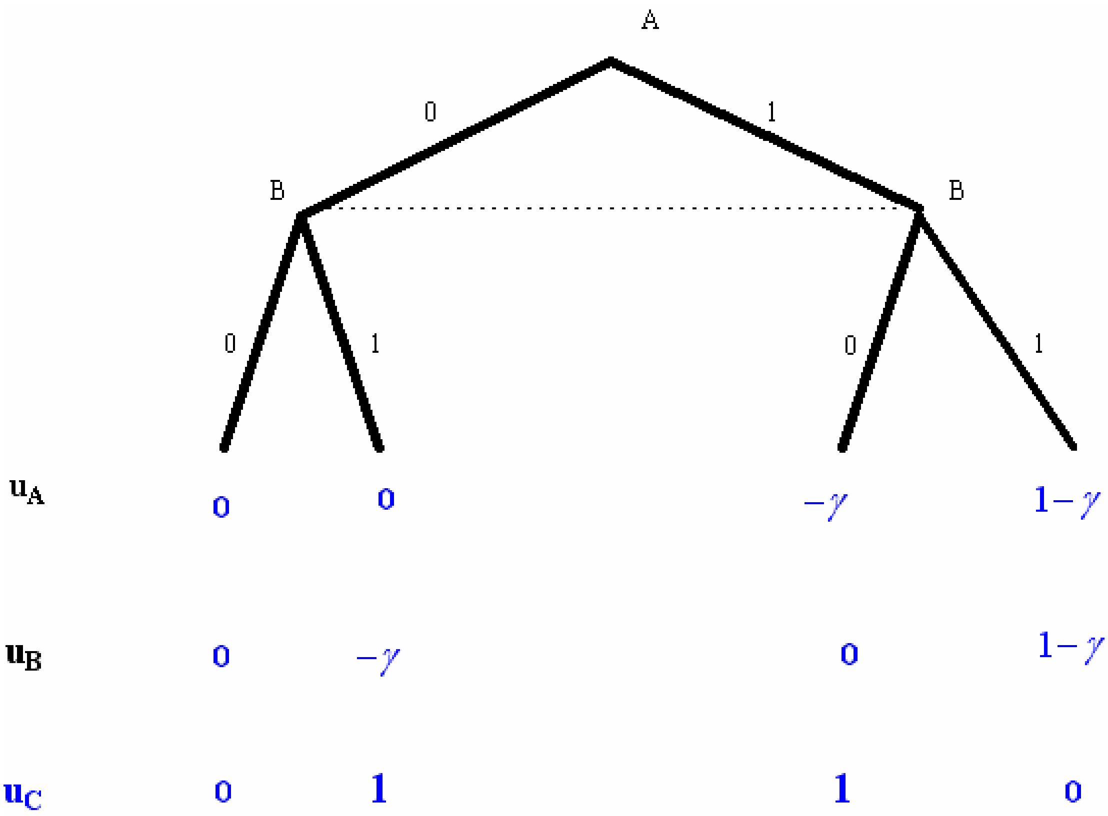


3. Υπαρχουν δυο ισορροπιες ,εκ των οποιων η $(1,1)$ είναι αριστη κατά παρετο.Διλημμα μεταξυ αξιοπιστιας και ισχυος των κινητρων

4. Προσπάθεια υπέρβασης του διλήμματος αξιοπιστιας /ισχυος των κινητρων με εισαγωγη τριτου παικτη,ο οποιος δεν προσφερει εργασια,και αμοιβεται με συμβόλαιο

$$w_C(2)=0$$
$$w_C(1)=1$$

5. παιγνιο που οριζεται από το συμβολαιο



6. Υπαρχουν παλι δυο ισορροπιες ,εκ των οποιων η $(1,1)$ είναι αριστη κατά παρετο.Το διλημμα μεταξυ αξιοπιστιας και ισχυος των κινητρων δεν υπαρχει διοτι ο παικτης C εχει νομιμο δικαιωμα στην παραγωγη όταν αυτή είναι διαφορετικη από την αριστη.
7. Το διλημμα μεταξυ αξιοπιστιας και ισχυος των κινητρων αντικαθισταται από αυτό μεταξυ μεγιστοποιησης του κερδους (αμοιβη του παικτη C) και αποτελεσματικοτητας,γιατι ο παικτης C εχει κινητρο να δωροδοκησει έναν από τους εργαζομενους παικτες για να επιλεξει $e_i = 0$

EXERCISE 1

Consider the economy described by

$U_i = x_i - \gamma e_i$ $\qquad e_i = 0,1$ $\qquad x = e$

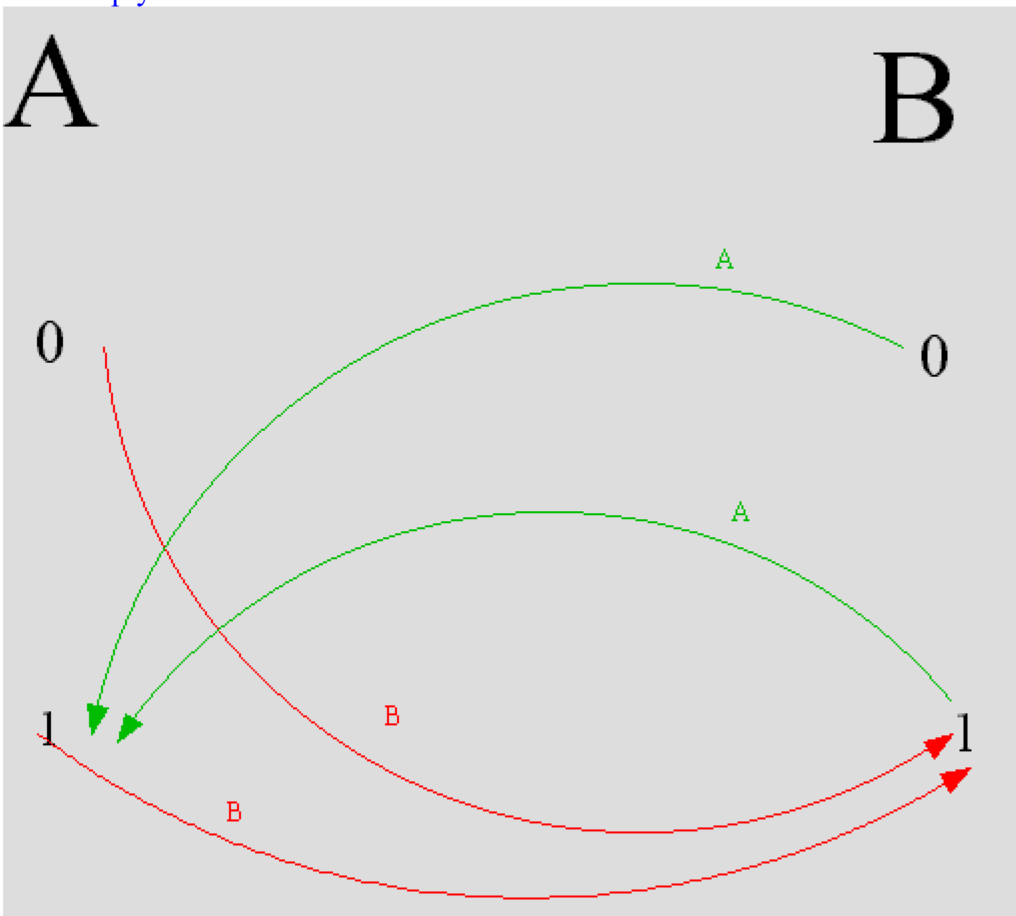
discussed in class, but with $0 \prec \gamma \prec 0.5$.Compute the nash equilibria induced by the contract $\mathrm{w}_i(x) = \frac{1}{2}x$

SOLUTION

1.GAME INDUCED BY THE CONTRACT

$$U_i(e_A, e_B) = \frac{1}{2}(e_A + e_B) - \gamma e_i$$

2.best reply functions



3.the unique nash equilibrium is (1,1)

EXERCISE 2

Consider the economy described by

$U_i = x_i - \gamma e_i$, $e_i = 0,1$ $x = e$

$0 \prec \gamma \prec 0.5$

1.compute the contracts that induce (1,1) as a nash equilibrium
2.compute the pareto frontier corresponding to these contracts ,and compare it with the pareto frontier under full information.

SOLUTION

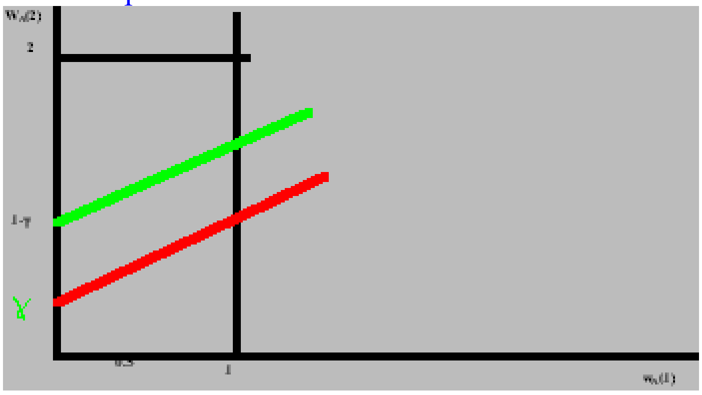
1.The conditions that make (1,1) nash are those derived in class,namely

$\gamma \leq w_A(2) - w_A(1) \leq 1-\gamma$

$0 \leq w_A(1) \leq 1$ $0 \leq w_A(2) \leq 2$

These are now consistent because $\gamma \leq 0.5$

Here is a picture of these contracts



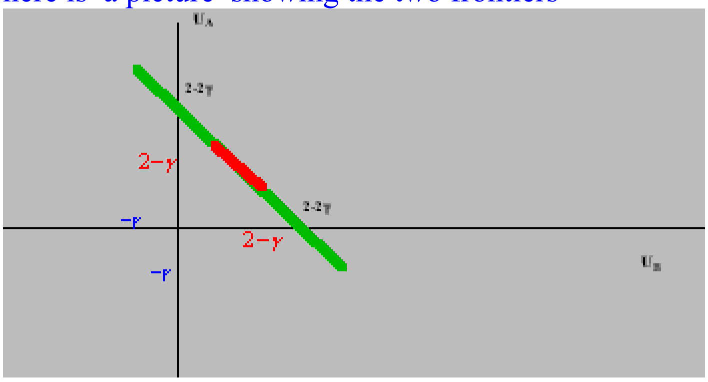
2.equilibrium utilities

$U_A = w_A(2) - \gamma$,$\mathrm{U_B} = 2 - w_A(2) - \gamma$

the pareto frontier is then

$$U_A + U_B = 2 - 2\gamma, \qquad 0 \le \mathrm{U_i} \le 2 - \gamma$$

here is a picture showing the two frontiers



the full information frontier is larger ,reflecting the wider possibilities for efficient redistribution under symmetric information.