# ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΜΕ ΠΑΡΑΓΩΓΗ

1.καταναλωτες:1,2

2.αγαθα:A,L.

3.επιχειρησεις:1,2,..,n

4.συναρησεις παραγωγης

$$\hat{A}_j = k\hat{L}_j, j \in J_1$$
$$\hat{A}_j = 2\sqrt{\hat{L}_j}, j \in J_2$$

Υπαρχουν $n_i$ επιχειρησεις στο συνολο $J_i$ ,και $n_1+n_2=n$

3.προτιμησεις/περιουσιες

$$U_1 = A_1 - \frac{1}{2}L^2{}_1, e_1 = (0,t)$$

$$U_2 = A_2, e_2 = (0,0)$$

Ο παικτης 2 ειναι ιδιοκτητης των επιχειρησεων.

6.συνθηκες ισορροπιας

$$\boxed{\begin{array}{ccc} \text{demand} & = & \text{supply} \\ A_1 + A_2 & = & \sum_{j\in J_1}\hat{A}_j + \sum_{j\in J_2}\hat{A}_j \\ \sum_{j\in J_1}\hat{L}_j + \sum_{j\in J_2}\hat{L}_j & = & L_1 \end{array}} \qquad (1)$$

Οι παραμετροι k,t ικανοποιουν $1 \le k \le t$

## ΑΝΤΑΓΩΝΙΣΤΙΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ

1.τιμες p για το A,w για το L.

2.τυποποιουμε p=1

3.εισοδηματα

$$M_1 = wL_1, M_2 = \sum_{j\in J_1}\Pi_j + \sum_{j\in J_2}\Pi_j \tag{2}$$

4.μεγιστοποιησεις των καταναλωτων

$$\begin{aligned}&\max\ U_1 = A_1 - \frac{1}{2}L^2{}_1\\&\text{subject to }\ 0\le A_1 \le M_1, 0\le L_1\le t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\max\ U_2 = A_2\\&\text{subject to }\ 0\le A_2\le M_2\end{aligned}$$

5.συναρτησεις προσφορας/ζητησης των καταναλωτων

$$(A_1, L_1) = \begin{cases}(w^2, w) & \text{if} & w\le t\\ (wt, t) & \text{if} & w\ge t\end{cases} \tag{3}$$

$$A_2 = M_2 \tag{4}$$

7. μεγιστοποιησεις των επιχειρησεων

Καθε $j\in J_1$ επιλεγει την ποσοτητα εργασιας $\hat{L}_j$ την οποια θα ζητησει ετσι ωστε να

$$\max\ \Pi_j = p\hat{A}_j - w\hat{L}_j = (k-w)\hat{L}_j$$

$$\boxed{\begin{aligned}&j\in J_1\\&\hat{L}_j = \begin{cases}\infty & \text{if} & w<k\\ \ge 0 & \text{if} & w=k\\ 0 & \text{if} & w>k\end{cases}\\&\hat{A}_j = k\hat{L}_j\end{aligned}} \tag{5}$$

Καθε $j\in J_2$ επιλεγει την ποσοτητα εργασιας $\hat{L}_j$ την οποια θα ζητησει ετσι ωστε να

$$\max\ \Pi_j = p\hat{A}_j - w\hat{L}_j = 2\sqrt{\hat{L}_j} - w\hat{L}_j$$

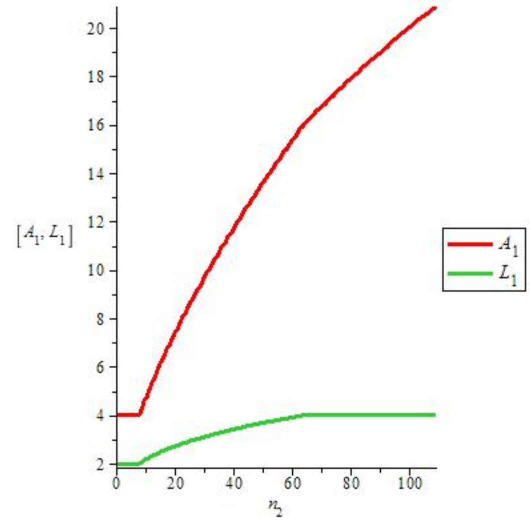
$$\boxed{\begin{aligned}&j\in J_2\\&\hat{L}_j = \frac{1}{w^2}, \hat{A}_j = \frac{2}{w}, \Pi_j = \frac{1}{w}\end{aligned}} \tag{6}$$

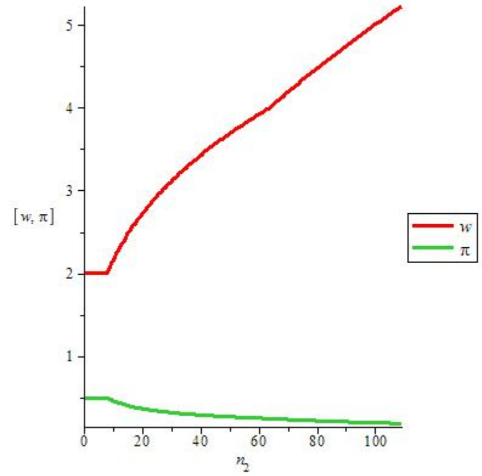
9.We search for solutions of equations (1)-(6).We discover that competitive equilibria are unique,and that their nature depends on the number $n_2$ of firms whose technology exhibits decreasing returns to scale.

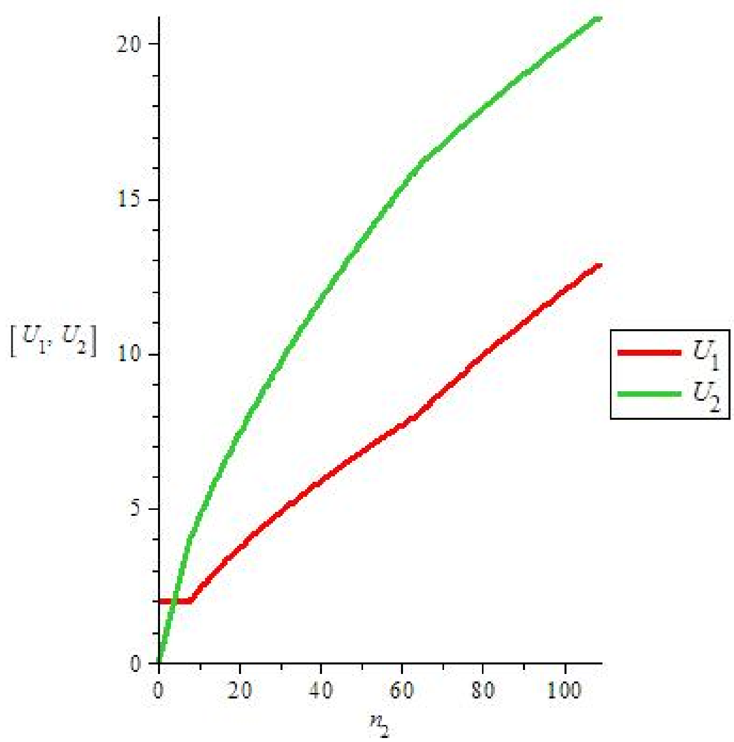
$$\begin{array}{l} \underline{0 \le n_2 \le k^3} \\ w = k \\ j \in J_1 \Rightarrow \Pi_j = 0, \sum_{j \in J_1} \hat{L}_j = k - \frac{n_2}{k^2}, \sum_{j \in J_1} \hat{A}_j = k^2 - \frac{n_2}{k} \\ j \in J_2 \Rightarrow \Pi_j = \frac{1}{k}, \hat{L}_j = \frac{1}{k^2}, \hat{A}_j = \frac{2}{k} \\ A_1 = k^2, L_1 = k, U_1^E = \frac{1}{2} k^2 \\ A_2 = \frac{n_2}{k} = U_2^E \end{array} \tag{7}$$

$$\begin{array}{l} \underline{k^3 < n_2 < t^3} \\ w = (n_2)^{1/3} \\ j \in J_1 \Rightarrow \Pi_j = 0 = \hat{L}_j = \hat{A}_j \\ j \in J_2 \Rightarrow \Pi_j = (n_2)^{-1/3}, \hat{L}_j = (n_2)^{-2/3}, \hat{A}_j = 2(n_2)^{-1/3} \\ A_1 = (n_2)^{2/3}, L_1 = (n_2)^{1/3}, U_1^E = \frac{1}{2}(n_2)^{2/3} \\ A_2 = (n_2)^{2/3} = U_2^E \end{array} \tag{8}$$

$$\begin{array}{l} \underline{n_2 \ge t^3} \\ w = \sqrt{\frac{n_2}{t}} \\ j \in J_1 \Rightarrow \Pi_j = 0 = \hat{L}_j = \hat{A}_j \\ j \in J_2 \Rightarrow \Pi_j = \sqrt{\frac{t}{n_2}}, \hat{L}_j = \frac{t}{n_2}, \hat{A}_j = 2\sqrt{\frac{t}{n_2}} \\ A_1 = \sqrt{t n_2}, L_1 = t, U_1^E = \sqrt{t n_2} - \frac{t^2}{2} \\ A_2 = \sqrt{t n_2} = U_2^E \end{array} \tag{9}$$


20
18
16
14
12
10
8
6
4
2
[$A_1$, $L_1$]
0
20
40
60
80
100
$n_2$
$A_1$
$L_1$


5
4
3
2
1
[$w$, $\pi$]
0
20
40
60
80
100
$n_2$
$w$
$\pi$


20
15
10
5
0
[$U_1$, $U_2$]
0
20
40
60
80
100
$n_2$
$U_1$
$U_2$