

Μεταπτυχιακό Μαθηματικών Αγοράς Παραγωγής
Παίγνια και Διαπραγματεύσεις – Νοέμβριος 2021

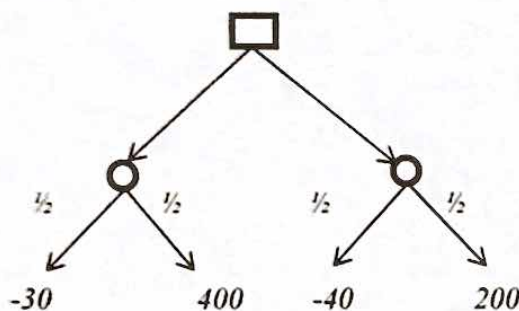
Απαντήστε σε όλα τα θέματα.

Θέμα 1

A. 70% Μία επένδυση απαιτεί αρχικό κεφάλαιο 200 χιλ. €. Με ευνοϊκή οικονομική συγκυρία (πιθανότητα 60%) θα έχει συνολικά έσοδα 240 χιλ. € ενώ με δυσμενή συγκυρία έσοδα 160 χιλ. €. Ο επενδυτής μπορεί να κάνει μία έρευνα αγοράς A που θα κοστίσει 10 χιλ. €, προκαταβλητέα. Η έρευνα θα προβλέψει αν θα ισχύσει ευνοϊκή ή δυσμενής συγκυρία. Αν η συγκυρία είναι ευνοϊκή η έρευνα θα το προβλέψει με πιθανότητα 90%. Αν η συγκυρία είναι αρνητική, η έρευνα θα προβλέψει ευνοϊκή συγκυρία με πιθανότητα 15%. Εναλλακτικά μπορεί να αναθέσει μία έρευνα αγοράς B που έχει τα ίδια στατιστικά χαρακτηριστικά με την A και που θα πληρωθεί 12 χιλ. μόνο αν εκ των υστέρων αποδειχθεί ότι προέβλεψε σωστά την έκβαση.

- Τι θα κάνει ο επενδυτής αν έχει γραμμική συνάρτηση ωφελιμότητας ως προς την περιουσία;
- Σχολιάστε πώς θα προσδιόριζε την στρατηγική του αν είχε γνωστή, μη γραμμική ωφελιμότητα ως προς την περιουσία.

B. 30% Ένας συντηρητικός αποφασίζων έχει ωφελιμότητα ως προς τα χρήματα $U(x) = -x^2 + 500x$. Ποια επιλογή θα κάνει στο παρακάτω δένδρο αποφάσεων; Εξηγήστε το παράδοξο που θα παρατηρήσετε.



Θέμα 2

Σε ένα τυχερό παίγνιο δύο παικτών μηδενικού αθροίσματος, ο I επιλέγει τυχαία ένα χαρτί που είναι Κόκκινο ή Μαύρο με πιθανότητα $1/3 - 2/3$ αντίστοιχα. Αφού δει το χαρτί του, είτε το αποκαλύπτει είτε στοιχηματίζει 100 € ότι το χαρτί του είναι Μαύρο. Αν αποκαλύψει το χαρτί του κερδίζει 50€ αν έχει μαύρο χαρτί και χάνει το ίδιο ποσό αν έχει κόκκινο. Αν ο I στοιχηματίσει 100 € ο II που δεν έχει δει το χαρτί του I είτε αποδέχεται το στοίχημα, είτε όχι είτε τέλος μπορεί να διπλασιάσει το στοίχημα. Αν ο II δεν αποδεχθεί το στοίχημα, ο I κερδίζει 50€ από τον II. Αν ο II απλώς αποδεχθεί, ο I κερδίζει την αξία του στοιχήματος αν όντως έχει Μαύρο χαρτί, διαφορετικά αν έχει κόκκινο χαρτί ο II κερδίζει 100 από τον I. Τα αντίστοιχα ποσά είναι 200 και -200 αν ο II έχει διπλασιάσει. Πώς θα παίξουν οι δύο παίκτες; Συγκεκριμένα

- 70%. γράψτε την εκταταμένη και την κανονική μορφή και
- 30%, διατυπώστε το μαθηματικό πρόβλημα θα πρέπει να λύσετε για να βρείτε την βέλτιστη λύση – λύστε το αν αυτό είναι εφικτό χωρίς Simplex..

Θέμα 3

A 60%. Δύο εταιρείες, η A και η B ανταγωνίζονται στην αγορά ενός προϊόντος και παράγουν μη αρνητικές ποσότητες x, y αντιστοίχως. Η τιμή που θα επικρατήσει (και για τις δύο) είναι $d(x, y) = 10 - (x + y)$ αν $x + y < 10$ και μηδέν διαφορετικά. Η A έχει αμελητέο κόστος παραγωγής ενώ η B έχει κόστος 2 χρηματικές μονάδες ανά μονάδα προϊόντος.

- i. Τι ποσότητες θα παραχθούν αν οι δύο εταιρείες αποφασίζουν ταυτόχρονα, χωρίς να γνωρίζει η καθεμία τις παραγόμενες ποσότητες από την άλλη;
- ii. Τι ποσότητες θα παραχθούν αν η A αναγγέλλει (πρώτη) την ποσότητα που θα παραγάγει;
- iii. Τι θα παραγάγει η A αν η B έχει κόστος παραγωγής πάνω από 5 χρηματικές μονάδες ανά μονάδα προϊόντος; Υπόδειξη Δοκιμάστε μία λύση όπου ο II δεν παράγει τίποτα Ευχαριστώ

B 40%. Δύο παίκτες αναγγέλλουν εναλλάξ αριθμούς, Ο I μπορεί να αναγγείλει 2 ή 3 ή ενώ ο II 1 ή 4. Χάνει όποιος παίκτης προξενήσει το άθροισμα των αναγγελθέντων αριθμών να υπερβεί το 10. Πώς θα παίξουν οι δύο παίκτες αν ο II παίζει πρώτος; Δικαιολογείστε σαφώς την απάντησή σας.

Θέμα 4

A. 60% Έστω το παρακάτω παίγνιο 2 παικτών, μηδενικού αθροίσματος, με τον I να μεγιστοποιεί:

6	7	0	1
0	2	5	2
0	1	6	3

✓

Υπολογίστε την αξία του και τις στρατηγικές ισορροπίας των δύο παικτών. Ο I ελέγχει τις γραμμές, ενώ τα στοιχεία του πίνακα υποδηλώνουν το κέρδος του I.

B. 40% Ένας επενδυτής έχει τετραγωνική ωφελιμότητα αύξουσα ως προς την απόδοση r των επενδύσεών του. Μπορεί να επενδύσει σε δύο αβέβαια περιουσιακά στοιχεία, εκ των οποίων το πρώτο έχει αναμενόμενη απόδοση 10%, τυπική απόκλιση 10% ενώ το δεύτερο 15% και 25% αντίστοιχα, ενώ έχουν συντελεστή συσχέτισης αποδόσεων 0,5. Επίσης μπορεί να επενδύσει ή να δανεισθεί σε ένα βέβαιο περιουσιακό στοιχείο με απόδοση 5%. Παρατηρούμε ότι ο επενδυτής τοποθετεί 20% του κεφαλαίου στο πρώτο περιουσιακό στοιχείο. Τι επένδυσε στο βέβαιο περιουσιακό στοιχείο;

Υπόδειξη: Υπολογίστε το χαρτοφυλάκιο της αγοράς.